MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Vues stéréoscopiques pour l'enseignement de la Géométrie[1]

13. — *Les recherches de M. Estanave sur le relief stéréoscopique.* — Dans une conférence faite à la Sorbonne, le 17 mars 1906, sous la présidence de M. Appell, doyen de la Faculté des Sciences, M. Estanave a examiné *la Stéréophotographie par le procédé des réseaux*[2]. Après avoir fait ressortir les avantages de la stéréophotographie comme complément indispensable de la photographie ordinaire, il rappelle qu'au point de vue physiologique la sensation du relief résulte de la synthèse intime qui se fait dans le cerveau, des images légèrement différentes que procurent chacun des yeux. « Dans la vision stéréoscopique, dit-il, nous sommes obligés de regarder deux objets identiques sensiblement pour les fusionner et apprécier l'image résultant de leur fusion. » Il s'agira donc de produire sur chacune de nos rétines une impression identique à celle que produit l'objet lumineux. Coupons par un plan quelconque P (fig. 1) les rayons allant de l'objet S à chacun des yeux O et O′ et aux points d'intersection s, s' reproduisons l'image de l'objet telle qu'elle doit être en ces points. L'observateur ayant ses yeux en O, O′ aura la sensation de la vision directe de l'objet S avec ses dimensions. C'est à cet écartement e de deux images correspondant à un même point que Helmholtz a donné le nom de *parallaxe stéréoscopique*. M. Estanave en établit la formule par une méthode très simple que nous croyons utile de reproduire ici, car elle permet de se rendre compte des règles données empiriquement par M. Berdellé (*L'Ens. math.*, p. 475, 1906) sur l'établissement des vues stéréoscopiques.

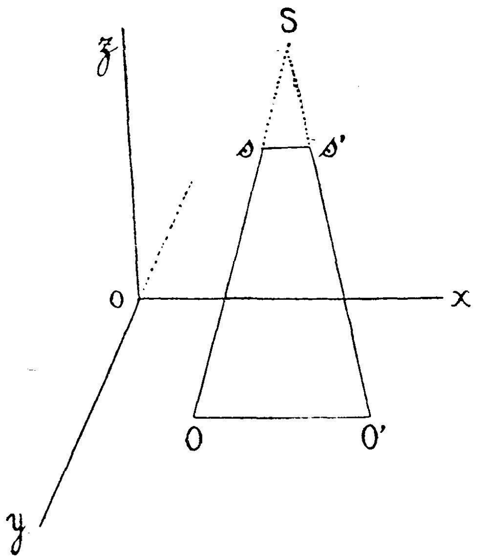

Fig. 1.

Soit xoz le plan du dessin, et supposons O et O′ dans le plan ho-

[1] Voir *L'Enseignem. mathém.* 8e année, 1906, n° 5, p. 385-390 ; n° 6, p. 475-478.

[2] Voir le *Bull. Scientifique* publié par l'Assoc. amicale des Elèves et anciens élèves de la Faculté des Sciences de Paris, 1906, n° 3, p. 89-99.

rizontal. Désignons par α, $-\beta$, γ les coordonnées de S et (a, b, o), (a', b, o) celles des points O et O'. Les équations des rayons SO et SO' sont respectivement :

$$\frac{x-a}{a-\alpha}=\frac{y-b}{b+\beta}=\frac{z}{-\gamma}, \qquad \frac{x-a'}{a'-\alpha}=\frac{y-b}{b+\beta}=\frac{z}{-\gamma}.$$

Les coordonnées des points s et s' seront

$$(s) \qquad x=a-\frac{b\,(a-\alpha)}{b+\beta}, \qquad y=o, \qquad z=\frac{b\,\gamma}{b+\beta};$$

$$(s') \qquad x'=a'-\frac{b\,(a'-\alpha)}{b+\beta}, \qquad y'=o, \qquad z'=\frac{b\,\gamma}{b+\beta}.$$

Si le point S s'éloigne du plan du dessin, β grandit indéfiniment et les abscisses des points s et s' deviennent a et a'. Supposons que les deux images constituées par des points analogues à s et s' soient dessinées sur deux plans coïncidants et laissant fixe le plan qui contient l'image s, faisons glisser le plan de l'image s' de façon à faire coïncider les images du point à l'infini dans la direction de l'axe des y. Il faut pour cela déplacer le plan mobile de la quantité $a - a'$, par suite les coordonnées de la nouvelle position du point seront

$$x'_1=a-\frac{b\,(a'-\alpha)}{b+\beta}, \qquad y'=o, \qquad z'=\frac{b\,\gamma}{b+\beta},$$

celles du point s restant les mêmes.

La parallaxe stéréoscopique, autrement dit l'écartement des deux images d'un même point S dans cette nouvelle position sera $x - x'_1$, c'est-à-dire $\frac{b\,(a-a')}{b+\beta}$.

En désignant par ρ la distance de l'objet S au plan parallèle au plan du dessin et passant par les yeux, on a $b + \beta = \rho$, en désignant par $2a$ l'écartement $a - a'$ des yeux, on a la formule $e = \frac{2a\,b}{\rho}$, où b est la distance des yeux au plan du dessin.

Il résulte de là que la parallaxe stéréoscopique est la même pour tous les points de l'objet qui sont à une même distance du plan du dessin ; qu'elle augmente en proportion directe de la distance entre les deux yeux et en raison inverse de la distance de l'objet au plan parallèle du dessin et passant par les yeux. Dans la photographie stéréoscopique le plan du dessin est constitué par la plaque photographique et les yeux sont figurés par les objectifs...

En résumé, pour obtenir le relief il faut observer binoculairement deux épreuves, mais de telle façon que l'œil droit ne voie que l'épreuve qui correspond à l'œil droit et de même pour l'œil gauche.

En se basant sur ces conditions M. Estanave a imaginé un écran spécial de projection [1] sur lequel on projette deux images stéréoscopiques de façon à mettre en coïncidence les points les plus éloignés. En regardant par transparence sur cet écran, à une distance convenable, chaque œil perçoit l'une des images à l'exclusion de l'autre et le relief apparaît.

Le dispositif donné par M. Estanave permet « 1° d'obtenir des stéréogrammes de grand format en partant de vues stéréoscopiques ordinaires ; 2° de projeter les images stéréoscopiques, agrandies, et avec le relief et aussi les images des objets opaques ; les images projetées pouvant être observées simultanément par plusieurs personnes. » H. F.

Démonstrations et explications dans l'enseignement élémentaire.

Dans la plupart des pays où se cultivent les sciences exactes, il existe de nos jours de bons manuels dont les auteurs sont à la fois de véritables mathématiciens et d'excellents professeurs. Comment se peut-il alors que des ouvrages tels que celui que signale le *Supplemento al Periodico di Matematica* (nov. 1906) puissent pénétrer dans les écoles avec l'approbation des autorités ? L'Italie possède pourtant de bons mathématiciens dans les divers degrés de l'enseignement ; aucun d'entr'eux ne peut avoir appuyé l'*Aritmetica di* A. SPINELLI D'AGRO *ad uso delle classi V et VI elementari*, récemment adopté dans les écoles élémentaires italiennes. Nous empruntons à notre confrère les extraits ci-dessous qu'il publie sous le titre *Per ridere :*

Page 26. — Droite et plan. Perpendicularité. — « Soit donné un plan, par exemple la figure 1 (CDE), sur le centre duquel on tire la droite AB. Cette droite sera perpendiculaire au plan proposé ». .

. . . .

« Lorsqu'une droite rencontre un plan et d'autres droites on l'appelle oblique. Voyez la fig. 2. La droite AB est oblique aux points (CDEF) ».

Pag. 27. — « Un plan est perpendiculaire à un autre plan lorsque chacun d'eux contient une parallèle aux autres » . . . . . .

Il est à noter que ce livre, comme le remarque le *Supplemento*, a été « approuvé » par les commissions scolaires provinciales, et même par le Ministère !

---

[1] *Le relief stéréoscopique en projection par les réseaux lignés*, Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 24 oct. 1906.