Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 9 (1907)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LA POLARITÉ DANS LES COMPLEXES DU SECOND DEGRÉ (ORDRE ET CLASSE)

Autor: Godeaux, L.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-10160

car autrement il serait possible de poser

$$r = m^{\mu'} . n^{\nu'} .....$$

μ', ν', ... rationnels. Et il suit de l'impossibilité de (3) que, si une décomposition de la forme (2) est possible, elle l'est d'une seule manière. Car on aurait

$$x = m^{\mu'} . n^{\nu'} . p^{\pi'} ... \quad ; \quad x = m^{\mu} . n^{\nu} . p^{\pi} ...$$

$$m^{\mu' = \mu} . n^{\nu' - \nu} . p^{\pi' - \pi} ..... = 1 .$$

Mais il est aussi évident que tout nombre du continu, qui ne peut être décomposé dans le produit d'un nombre fini de puissances rationnelles d'éléments de la base, appartient à celle-ci.

Supposons en effet que Y' soit l'ensemble des nombres, qui n'appartiennent pas à la base et n'admettent pas une décomposition de la forme (2), et supposons que y soit le premier élément de Y'. On a de la précédente définition l'appartenance de y à la base : Y' n'aurait donc de premier élément, ce qui serait contraire au théorème de Zermelo.

La proposition énoncée est ainsi démontrée dans sa totalité.

Ugo Broggi (Rome).

SUR LA POLARITÉ DANS LES COMPLEXES DU SECOND DEGRÉ (ORDRE ET CLASSE)

Cette note est basée sur la propriété des droites d'un complexe du second degré (ordre et classe) appartenant à un plan π, d'envelopper une courbe de la seconde classe.

1. — Soit Φ un complexe de second degré donné. Un plan π passant par un point donné P rencontre le complexe Φ suivant une conique, la polaire de P par rapport à cette conique est une droite p. Lorsque le plan π décrit la gerbe de som-

met P, la droite p décrit une congruence. Cette congruence est linéaire, car dans chaque plan π il ne peut y avoir qu'une droite p.

2. — Soit d une droite fixe de l'espace. Le pôle de la droite d par rapport à la conique du complexe Φ située dans un plan π passant par d, est un point D. Lorsque le plan π décrit le faisceau d'axe d, le point D parcourt une courbe du 5e ordre coupant 4 fois d.

3. — Soit c_n une courbe gauche d'ordre n. Un plan π de l'espace rencontre cette courbe en n points. Les polaires de ces n points par rapport à la courbe du complexe du plan π sont n droites. Comme dans un plan π quelconque, il ne peut y avoir au maximum que n droites qui sont les polaires de points de c_n, le lieu de ces droites est une congruence de l'ordre et de la classe n.

A une droite donnée, on peut donc encore faire correspondre une congruence linéaire.

Ce paragraphe fait entrevoir une question intéressante: Trouver le lieu d'une cubique gauche telle que sa polaire soit formée par ses bisécantes.

4. — Soit S_n une surface du n^{ieme} ordre. Un plan π la rencontre suivant une courbe d'ordre n. Les droites polaires des points de cette courbe par rapport à la conique du complexe Φ du plan π enveloppent une courbe de n^{ieme} classe. On peut donc dire que la figure polaire d'une surface d'ordre n est un complexe de degré n.

5. — Inversement, à une complexe G_n d'ordre n, correspond une surface S_n d'ordre n. On peut aussi lui faire correspondre un autre complexe formé par les tangentes à la surface S_n. Ce complexe sera généralement d'un ordre supérieur à n.

Pour $n = 2$, on obtient une correspondance entre les complexes du second ordre.

Ces questions peuvent être étendues à des complexes d'ordre plus élevé.

L. Godeaux (Mons).