

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 9 (1907)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Buchbesprechung:** G. Vivanti. — Theorie der eindeutigen analytischen Funktionen. Umarbeitung unter Mitwirkung des Verfassers, deutsch herausgegeben von A. Gutzmer. —1 vol. cart., 512 p. gr. in-8° ;12 Mk. Leipzig, B.-G. Teubner.

**Autor:** Buhl, A.

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 09.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Voici les matières renfermées dans les chapitres de l'ouvrage :

1<sup>re</sup> partie. Introduction topologique — Notions fondamentales; le théorème d'Euler.

2<sup>me</sup> partie. Relations métriques — Congruence et similitude; considérations sur les volumes.

3<sup>me</sup> partie. Polytopes réguliers — Polygones réguliers; Polyèdres réguliers; cellules régulières; Polytopes réguliers de dimensions supérieures.

4<sup>me</sup> partie. Les Polytopes ronds. — Les espaces sphériques; les espaces cylindriques et coniques; les espaces généraux de révolution — Exercices.

L'ouvrage de M. Schoute est, croyons-nous, le premier traité complet et spécial écrit sur la géométrie à  $n$  dimensions. Il mérite d'être répandu et traduit.

P. BARBARIN (Bordeaux).

H. SCHUBERT. — **Auslese aus meiner Unterrichts- und Vorlesungspraxis**, t. III. — 1 vol. in-16°, 250 p. 4 M k.; G.-J. Göschen, Leipzig.

Ce volume, comme les deux précédents, traite des questions les plus variées. Des déterminations de centres de gravité précèdent quelques propriétés élémentaires de la parabole. Viennent quelques remarques relatives à la loi de Descartes, sur les indices de réfraction; puis des recherches sur le volume de certains corps. Suit un exposé des principales formules de la trigonométrie sphérique. Celui-ci sert de point de départ au dernier chapitre, consacré à des triangles sphériques héroniques, c'est-à-dire dont les cosinus et sinus des angles et des côtés sont tous quantités rationnelles.

Si d'un bout à l'autre du recueil aucun excès d'originalité n'est à signaler, l'auteur n'en a pas moins fait œuvre utile. Son livre rendra service à ceux qui s'occupent d'enseignement, à ceux qui désirent avoir à disposition des sujets faciles à traiter, constituant un tout en eux-mêmes.

G. DUMAS (Zurich).

G. VIVANTI. — **Theorie der eindeutigen analytischen Funktionen**. Umarbeitung unter Mitwirkung des Verfassers, deutsch herausgegeben von A. GUTZMER. — 1 vol. cart., 512 p. gr. in-8°; 12 Mk. Leipzig, B.-G. Teubner.

On a quelque difficulté à se représenter cet ouvrage comme traduit de l'italien. Si l'on ne regardait pas le frontispice et le nom du véritable auteur on se croirait dans un fort beau monument de l'école allemande, monument élevé dans l'ombre gigantesque que projette toujours Weierstrass, et pour la plus grande gloire de cet illustre géomètre.

Des méthodes de Cauchy rien ou à peu près. Une fonction analytique est définie par un élément taylorien. Il est tout à fait en dehors de ma pensée de donner à cette constatation la forme d'une critique. L'auteur n'a point voulu davantage envisager le point de vue de Riemann et lier les fonctions analytiques à l'équation de Laplace. Il importe simplement d'avertir le futur lecteur de ce qu'il ne saurait trouver dans cet ouvrage et nous pourrions ensuite indiquer plus librement combien il est admirablement ordonné et rédigé dans les limites du plan d'abord tracé.

On n'y peut guère passer tout en revue, tant il y a de choses, tant il est au courant des recherches les plus récentes, et tant la bibliographie y est développée. Je me contenterai de mentionner quelques points particulièrement saillants.

Les premières pages sont consacrées à la théorie des ensembles, aux fonctions des points d'un certain domaine, aux séries de puissances.

Des développements très originaux et peu connus sont donnés sur la valeur moyenne d'une fonction. Il faut entendre par là le résultat obtenu en donnant à la variable d'une fonction analytique des valeurs prises en des points qui divisent une circonférence en  $2^n$  parties égales, en faisant la somme de ces valeurs, en la divisant par  $2^n$  et en passant à la limite pour  $n$  croissant indéfiniment. Au fond cela se ramènerait facilement à une certaine intégrale définie prise le long de la circonférence et, d'ailleurs encore, ce théorème de la moyenne intervient de façon bien connue dans la théorie des fonctions harmoniques, mais ce qui me fait précisément dire qu'il y a là quelque chose d'intéressant et qui paraîtra nouveau à beaucoup, c'est que les notions précédentes ne sont pas invoquées. Signalons l'étude de la dérivation et de l'intégration des séries entières, la définition des points singuliers, le théorème de Laurent, les séries de fonctions rationnelles désignées sous le nom d'*expressions arithmétiques*. Après quoi nous passons à l'étude proprement dite des fonctions analytiques, classées d'après la nature de leurs points singuliers. L'auteur en fait le tableau suivant :

A. Fonctions sans singularités.

B. Fonctions qui n'ont que des pôles.

1. Un seul pôle. *a)* à l'infini. *b)* à distance finie.
2. Fonction avec un nombre fini de pôles.
3. » » » » infini » »

C. Fonction avec des singularités essentielles.

1. Une seule singularité. *a)* à l'infini. *b)* à distance finie.
2. Un nombre fini de points singuliers.
3. Un nombre infini de points singuliers.
  - a)* Une infinité de pôles et un point essentiel.
  - b)* Une infinité de pôles et un nombre fini de points essentiels.
  - c)* Un nombre infini de points singuliers arbitraires.

Les A sont des constantes, les B 1*a* des polynômes, etc..., mais, une fois le tableau débarrassé des résultats évidents, toutes les autres classes de fonctions sont étudiées avec la plus méthodique et la plus grande clarté.

Les C 1 *a* sont des fonctions entières. Leur étude si importante présente, en outre, la plus grande élégance et de nombreux exemples à l'appui des théorèmes. La décomposition en facteurs est étudiée pour  $\sin x$  et  $\sigma x$  avec la méthode de Weierstrass ingénieusement complétée de façon à ne pas laisser subsister le facteur que le créateur de la théorie laissait indéterminé.

Dans une troisième et dernière partie du livre, qui, à vrai dire, en forme à peu près la seconde moitié, sont exposées les recherches récentes sur les sujets étudiés auparavant de façon plus classique.

C'est là que le travail d'analyse deviendrait prodigieusement difficile puisqu'il faudrait parler de plusieurs centaines de mémoires et de notes dont M. Vivanti a réussi à tirer un tout homogène.

Je n'essaierai pas une telle description. Je me bornerai à dire qu'il s'agit d'abord des nouvelles recherches sur les fonctions entières, du lemme de M. Picard et de ses généralisations et des tentatives nombreuses faites pour étendre à des fonctions non entières certaines propriétés des fonctions entières (fonction quasi-entières, etc.).

Signalons aussi les fonctions à espaces lacunaires dont un type intéressant est dû à M. Poincaré, les séries divergentes, le prolongement analy-

tique, et la possibilité de comparer deux fonctions analytiques de façon à se renseigner sur les singularités de l'une connaissant celles de l'autre.

Admirable ouvrage au fond pour se mettre rapidement au courant des derniers résultats acquis à la science. La rédaction n'en est pas alourdie par l'emploi exagéré d'inégalités ni par le désir de remplacer l'évident par le rigoureux.

J'insiste encore sur la richesse de la bibliographie ; 672 mémoires sont cités et tout est merveilleusement arrangé pour la commodité des recherches.

Remercions M. Vivanti d'avoir eu tant de science et de patience et M. Gutzmer d'avoir traduit si bien et si à propos.

A. BUHL (Montpellier).

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

### 1. Sommaires des principaux périodiques :

**American Journal of Mathematics**, editèd by F. MORLEY. Vol. XXVIII, 1906 ; nos 3 et 4 ; The Johns Hopkins Press, Baltimore.

Edw. KASNER : The Geometry of differential Elements of second Order with Respect to Group of all donit Transformations. — CORDEVIO : Gyroscopes and Cyclones. — MANNING : On the Primitive Groups of Class Ten. — Virgil SNYDER : On certain Unicursal Troisted Curves. — H. LIVINGSTON COAR : Functions of three Real Independent variables. — COBLE : An invariant Condition for certain Automorphic Algebraic Forms. — KOLOSOFF : On some Cases of Motion of a solid in Infinite Liquid. — V. RAGSDALE : On the Arrangement of the Real Branches of Plane Algebraic Curves.

**Annales de la Société scientifique de Bruxelles.** — 30<sup>me</sup> année 1905-1906. Louvain, 1906.

3<sup>me</sup> et 4<sup>me</sup> fascicules. — J. NEUBERG : Sur les lieux discontinus ou suites itératives de points. — R. P. H. BOSMANS : Le fragment du commentaire d'Adrien Romain, sur l'Algèbre de Mahumed Ben Musa El-Chowarezmi. — Ch. J. DE LA VALLÉE POUSSIN : 1<sup>o</sup> Continuité des intégrales des équations différentielles contenant un paramètre. — 2<sup>o</sup> Sur les équations aux différentielles totales. — J. DELEMER : Etude sur la vibration des cordes de piano. — DE SPARRE : Sur la stabilité du mouvement du cerceau.

**Atti della Reale Accademia dei Lincei**, anno 303, 1906 série 5 ; Rendiconti, vol. XV, 1<sup>er</sup> semestre 1906 ; Rome.

L. ORLANDO : Alcune applicazioni dell'integrale di Fourier. — E. ALMANSI : Sul principio dei lavori virtuali in rapporto all'attrito. — C. ARZELA : 1<sup>o</sup> Condizioni di esistenza degli integrali nelle equazioni a derivate parziali. — 2<sup>o</sup> Sulle equazioni a derivate parziali. — E. BORTOLOTTI : 1<sup>o</sup> Sopra una ricerca di limite ; — 2<sup>o</sup> Sulle trasformazioni che lasciano invariata la frequenza di insierni lineari. — G. CASTELNUOVO : Sulle serie Algebriche di gruppi di punti appartenenti ad una curva algebrica. — H. LEBESGUE : Sur les fonctions dérivées. — E. LEBON : Théorie et construction de tables permettant