III Surfaces réglées du $(n + p)^e$ degré.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **9 (1907)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

du n^e *degré, les lignes d'intersection des* n *plans homologues avec le cône sont dans un même plan, et les plans correspondant à chaque groupe de* n *plans de l'involution passent par une même arête commune.*

La démonstration de ce théorème découle, *a priori*, du théorème des cônes, du $(n+p)^e$ degré.

4. Les cônes du 4^e degré avec deux générations doubles dépendent d'un cône auxiliaire de la troisième classe donné par neuf plans tangents.

La construction de ce cône peut être déduite directement de la construction que nous avons indiquée pour les courbes de la 3^e classe par neuf tangentes.

met du cône comme centre, les plans tangents du cône issus des n *rayons homologues d'un même groupe passent par une arête commune et les arêtes relatives aux différents groupes de rayons sont situées dans un même plan.*

La démonstration de ce théorème découle du théorème général des cônes de la $(n+p)^e$ classe.

4. Les cônes de la 4^e classe avec deux plans tangents multiples d'ordre deux, dépendent d'un cône auxiliaire du troisième degré donné par neuf génératrices.

La construction de ce cône est analogue à la construction que nous avons indiquée pour les courbes du 3^e degré par neuf points.

III

Surfaces réglées du $(n+p)^e$ degré.

Deux faisceaux de plans dont les arêtes ne sont pas situées dans un même plan peuvent également former un groupe du $(n+p)^e$ degré. Dans ce cas, tout plan du premier faisceau correspond à p du deuxième et tout plan du deuxième à n du premier.

Théorème. — *Le lieu géométrique des lignes d'intersection des plans homologues de deux faisceaux de plans dont les arêtes ne sont pas dans un plan et qui forment un groupe du* $(n+p)^e$ *degré est une surface réglée du* $(n+p)^e$ *degré. La première arête est une ligne multiple de la surface, d'ordre* n *et la deuxième une d'ordre* p.

Nous pouvons prendre une des arêtes comme *axe* des x et la deuxième comme étant située dans le plan yoz.

Les plans du premier faisceau auront comme équation :

$$z = \alpha y \ .$$

Si maintenant nous posons comme équations de la deuxième arête :

$$k_1 y + k_2 z + k_3 = 0$$
$$x = 0 \ ,$$

tout plan passant par cette droite aura pour équation :

$$\beta x + k_1 y + k_2 z + k_3 = 0 \ .$$

Les valeurs k_1, k_2, k_3 sont des constantes qui définissent l'arête, tandis que α et β sont les paramètres variables qui donnent les plans homologues.

α et β sont liés par l'équation (1). En tirant leurs valeurs des équations que nous avons et en les introduisant dans l'équation (1) nous obtiendrons évidemment le lieu géométrique cherché.

On a :

$$\alpha = \frac{z}{y}$$

$$\beta = - \frac{k_1 y + k_2 z + k_3}{x}$$

On obtient ensuite :

$$\left(\frac{-1}{x}\right)^p (k_1 y + k_2 z + k_3)^p F_1^{(n)}\left(\frac{z}{y}\right) + \ldots + \left(\frac{-1}{x}\right)(k_1 y + k_2 z + k_3) F_p^{(n)}\left(\frac{z}{y}\right) + F_{p+1}^{(n)}\left(\frac{z}{y}\right) = 0$$

ou

$$x^p F_{p+1}^{(n)}(yz) + x^{p-1}(-k_1 y - k_2 z - k_3) F_p^{(n)}(yz) + \ldots + (-k_1 y - k_2 z - k_3)^p F_1^{(n)}(yz) = 0$$

Cette équation correspond à une surface du $(n+p)^e$ degré.

La surface étant engendrée par une droite qui se meut en restant dans deux plans homologues, elle est bien une surface réglée. D'autre part tout plan passant par l'axe ox

$$z = my \quad \text{ou} \quad \frac{z}{y} = m = \text{constante}$$

donne comme intersection avec la surface :

$$x^p \cdot A + x^{p-1}(My + N)\, B + x^{p-2}(My + N)^2 C + \dots + (My + N)^p \cdot I = 0$$

Il en résulte que l'axe est une droite multiple d'ordre n et l'on démontrerait de la même manière que la droite $k_1 y + k_2 z + k_3 = 0$ est une droite multiple d'ordre p.

L. Crelier (Bienne).

SUR LES DÉMONSTRATIONS EN GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE

On n'a pas l'habitude, pour démontrer les théorèmes qui appartiennent spécialement à la Géométrie descriptive, de recourir aux moyens fournis par cette dernière.

On s'impose ainsi des considérations inutilement compliquées et on méconnaît le but général de cette science, au moment même de la développer. Les démonstrations suivantes de trois théorèmes, dont deux sont bien connus et le troisième peut-être *nouveau*, montreront l'avantage de faire autrement. Cette manière de procéder placerait la Géométrie descriptive à doubles projections naturellement avant la méthode des plans cotés, contrairement à ce que suppose le programme officiel des lycées de France.

Théorème I. — *Pour que deux droites* AB, CD, *soient perpendiculaires, il faut et il suffit qu'il en soit ainsi de leurs*