

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 9 (1907)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: E. Jouffret. — Mélanges de Géométrie à quatre dimensions. — 1 vol. gr. in-8°, XI, 227 p. ; 7 fr. 50 ; Gauthier-Villars, Paris.

Autor: Combebiac, G.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 21.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

des discussions très approfondies faites à l'aide des méthodes de MM. Painlevé et Picard, et notamment l'emploi de la méthode d'approximations successives due à ce dernier géomètre.

L'étude des équations linéaires, est à la fois très étendue, très simple et très nette. L'étude des différentes branches des intégrales est précédée de la théorie des substitutions linéaires et la grande importance mécanique du cas où les coefficients sont constants est mise en lumière par la considération des petites oscillations d'un système possédant divers degrés de liberté.

Mais nous pouvons passer sur ces débuts élémentaires pour constater combien l'ouvrage sera utile à ceux qui voudront s'élever jusqu'aux derniers progrès faits dans une si intéressante branche de l'analyse.

Après les équations linéaires considérées par Fuchs nous étudions celles qui admettent des solutions asymptotiques du genre de M. Poincaré, celles dont l'intégration exige l'emploi de déterminants infinis comme l'équation rencontrée par Hill dans sa belle théorie de la Lune, les équations à coefficients simplement ou doublement périodiques dont un type célèbre est fourni par l'équation de Lamé.

Ces hautes questions n'empêchent pas le professeur Horn de consacrer un très intéressant chapitre aux équations, les plus simples et les plus anciennes, intégrables ou tout au moins réductibles à l'aide de procédés élémentaires, telles les équations homogènes, linéaires, de Bernoulli, de Riccati, de Clairaut, etc., etc... mais il nous montre, ne serait-ce que par la théorie du facteur intégrant, à quelles circonstances ces cas simples doivent leur existence. Dans le même ordre d'idées les équations de la dynamique sont étudiées avec les recherches de Jacobi notamment sur la notion du dernier multiplicateur.

Des pages, très remarquables au point de vue de la physique mathématique, sont consacrées aux équations qui contiennent dans leurs coefficients un paramètre arbitraire μ . On sait que si l'on astreint les solutions de telles équations à certaines conditions aux limites, on ne peut plus alors donner à μ que certaines valeurs en nombre infini qui sont racines d'une équation transcendante. On peut en général appliquer à de telles équations le procédé d'approximations successives de M. Picard.

L'ouvrage, décidément fort au courant des résultats les plus modernes, se termine par l'étude des équations considérées par M. Painlevé, équations dont l'intégrale générale est uniforme.

En résumé, nous trouvons ici sous une forme simple et claire les résultats les plus importants acquis à la science. Le professeur Horn nous donne le moyen de les comprendre avec un effort certainement réduit au minimum, car il va en général droit aux points qu'il se propose d'exposer sans les faire précéder de préliminaires qui donnent souvent aux questions une apparence obscure qu'elles n'ont pas en réalité. A. BUHL (Montpellier).

E. JOUFFRET. — **Mélanges de Géométrie à quatre dimensions.** — 1 vol. gr. in-8°, XI, 227 p. ; 7 fr. 50 ; Gauthier-Villars, Paris.

On sait que les propriétés projectives, en Géométrie plane, n'ont aucun fondement simple qui soit propre à cette Géométrie puisqu'elles y trouvent pour unique appui la proposition de Desargues jouant alors le rôle d'un axiome ; elles se coordonnent, au contraire, facilement lorsqu'on les envisage comme des conséquences de propriétés spatiales. C'est ainsi que les pro-

priétés diverses et compliquées auxquelles donnent lieu les hexagrammes de Pascal et de Brianchon acquièrent, par ce moyen, une évidence particulière.

Des travaux divers ont en effet montré que ces propriétés constituent un cas particulier de propriétés plus générales se rattachant à la théorie d'une certaine surface du troisième degré ; cette théorie acquiert elle-même une simplicité remarquable lorsqu'on considère l'espace comme une variété linéaire appartenant à une variété à quatre dimensions. Ce sont ces résultats dont M. Jouffret présente un exposé méthodique et clair. Il étudie également, dans le même ordre d'idées, les surfaces du quatrième degré (ou quartiques) en les considérant comme intersections d'*hypersurfaces* appartenant à une variété à quatre dimensions.

Quelques alinéas, qui ont pour objet la définition de la distance et de la mesure dans l'espace à quatre dimensions, nous ont paru hors du sujet dans cette étude essentiellement projective. Enfin M. Jouffret a cru devoir consacrer à la « question de l'existence réelle de l'hyperespace » des spéculations qui ne nous ont pas convaincu, mais qui contiennent pourtant des remarques intéressantes.

G. COMBEBIAC (Bourges).

H. LAURENT. — **La Géométrie analytique générale.** — 1 vol. in-8°, VII, 151 p. ; 6 fr. ; Hermann, Paris.

« On appelle point ou variété à o dimensions, dans un espace à n dimensions, l'ensemble de n quantités $x_1, \dots, x_2, \dots, x_n$ ». Cette définition suffit à caractériser le point de vue nettement analytique adopté par l'auteur.

Après une claire exposition concernant les éléments : substitutions orthogonales, lignes droites, longueur, contact, enveloppes, surfaces développables, l'auteur consacre à la théorie des surfaces algébriques un beau chapitre qui, avec un autre chapitre de compléments sur le même sujet, constituent la partie la plus saillante de l'ouvrage et, peut-être, sa raison d'être. Signalons, parmi les questions traitées dans ces chapitres, la théorie des points communs à n surfaces dans l'espace à n dimensions, comprenant l'établissement des relations différentielles d'Abel, qui existent entre les coordonnées de ces points, ainsi qu'une démonstration analytique extrêmement élégante d'un théorème de Chasles généralisé. savoir : *si on mène à une surface algébrique des plans tangents parallèles à une même direction, le centre de gravité des points de contact restera fixe quand on fera varier la direction.*

La théorie des surfaces du second degré (ou, si l'on préfère, des fonctions quadratiques) fait l'objet d'un chapitre spécial ; puis, dans un chapitre consacré aux géométries non-euclidiennes, on trouve un exposé des géométries sphériques et des géométries hyperboliques, ainsi qu'une étude des transformations homographiques et, en particulier, homologiques.

Enfin, en une brève « incursion dans le domaine concret », l'auteur a cru devoir exposer ses vues sur la nature de la Géométrie. Les idées subjectivistes semblent décidément séduire certains géomètres éminents. Je ne saurais les suivre dans cette voie et, bien que je croie avoir, autant que quiconque, l'esprit affranchi « des préjugés que nous devons à notre éducation et à notre atavisme », je m'inscris franchement en faux contre cette affirmation contenue dans l'épigraphe de l'ouvrage : « L'homme a créé l'espace pour expliquer et coordonner ses sensations ; il l'eût créé à deux