VI. — Propriétés du triangle isocèle.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **10 (1908)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **10.08.2024**

des angles égaux. Si on peint les *deux faces* d'un plan on peut reproduire un angle par glissement : XOY (fig. 3) venu à droite en X'O'Y' de manière que les faces de même couleur soient superposées.

C'est la reproduction par *glissement.*

On peut au contraire renverser l'angle dans son plan et reproduire l'angle obtenu par glissement la face bleue recouvrira alors le côté rouge primitif du plan, XOY venu, en dessous en 'Y'O'X.

Nous allons voir de ce fait des conséquences très importantes.

VI. — **Propriétés du triangle isocèle.**

Si sur les deux côtés d'un angle BAC (fig. 4) on prend deux longueurs égales à partir du sommet A : soit AB = AC on forme un triangle *isocèle.*

Ce triangle est superposable sur son envers, et lorsqu'on superpose l'angle BAC sur son envers C'A'B' le milieu I de

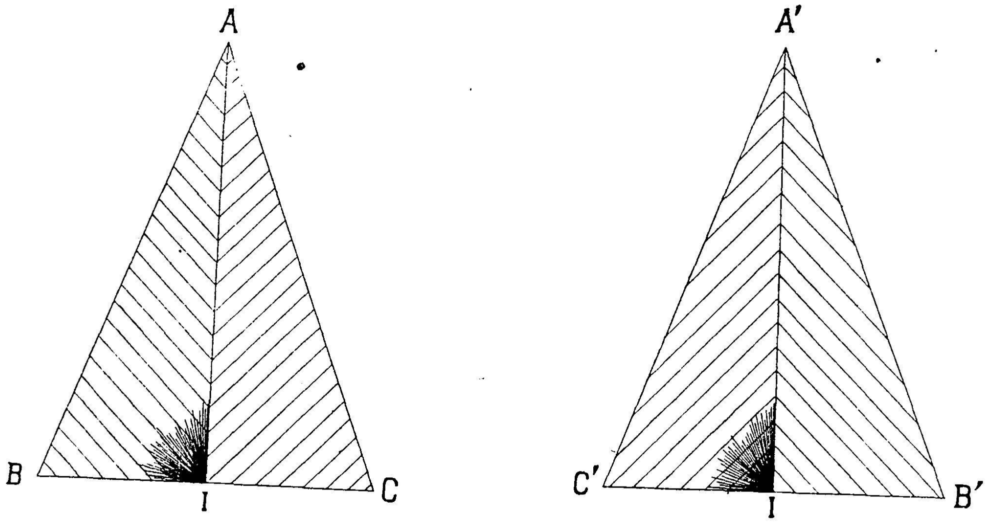

Fig. 4.

la droite BC reste le milieu de la droite C'B' d'où l'on voit que l'envers de l'angle AIC recouvre l'angle AIB, rabattons alors la figure autour de B C (Fig. 5), IA vient en IA' ; les 4 angles AIB, BIA', A'IC, CIA sont égaux soit par glissement soit par retournement effectuons alors *un mouvement de glissement* autour du point I de manière que CIA prenant la place de AIB, IB prolongement de IC devra venir en IA'' prolongement de IA, les angles BIA′ et BIA″ seraient alors égaux, donc d'après une remarque essentielle faite tout à l'heure IA′ coïncide avec IA″ d'où le théorème suivant que nous énonçons après l'avoir démontré :

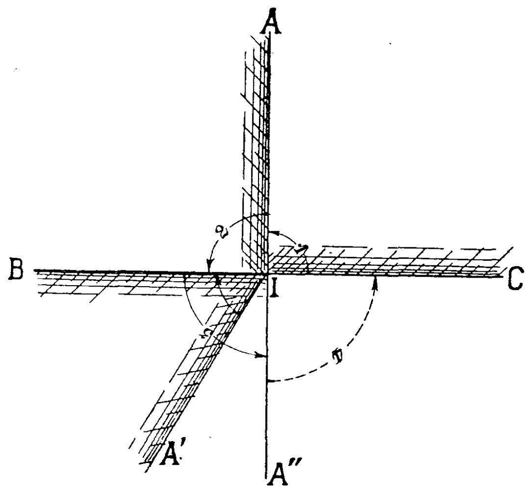

Fig. 5.

THÉORÈME. *Dans un plan, étant donnée une droite AB (sans figure) et un point O de cette droite il existe une seconde droite du plan CD passant par O et formant avec la première 4 angles contigus égaux ; et chacune des droites ainsi obtenues vient coïncider avec son prolongement lorsqu'on rabat leur plan autour de l'autre droite.*

Définition. On dit alors que les droites AB et CD sont *perpendiculaires* entre elles, *cette relation est réciproque.*

Autre forme donnée aux résultats précédents. On peut encore dire :

Dans un triangle isocèle la droite qui joint le sommet principal (point de croisement des côtés égaux) au milieu de la base principale (côté opposé à ce sommet) est perpendiculaire sur cette base et réciproquement :

Si dans un triangle la droite qui joint un sommet au milieu I du côté opposé est perpendiculaire à ce côté, les deux autres côtés du triangle sont égaux.

La démonstration est immédiate par un rabattement autour de AI (Fig. 4), ce rabattement amenant C en B on a AB = AC. L'angle de deux droites perpendiculaires entre elles s'appelle *angle droit.*

VII. — **Les trois cas d'égalité des triangles.**

THÉORÈME. *Deux triangles sont égaux.*

1° *Lorsqu'ils ont un côté égal compris entre deux côtés égaux chacun à chacun ;*

2° *Lorsqu'ils ont un côté égal adjacent à deux angles égaux chacun à chacun ;*

3° *Lorsqu'ils ont les trois côtés égaux chacun à chacun.*
pour 1°, essai de superposition directe par l'angle égal $\widehat{A'} = \widehat{A}$ (Fig. 6);

Le cas 2° se démontre immédiatement en commençant l'essai de superposition directe par le côté égal $B'C' = BC$ (Fig. 7).

Dans les deux cas la superposition essayée s'achève d'elle même.

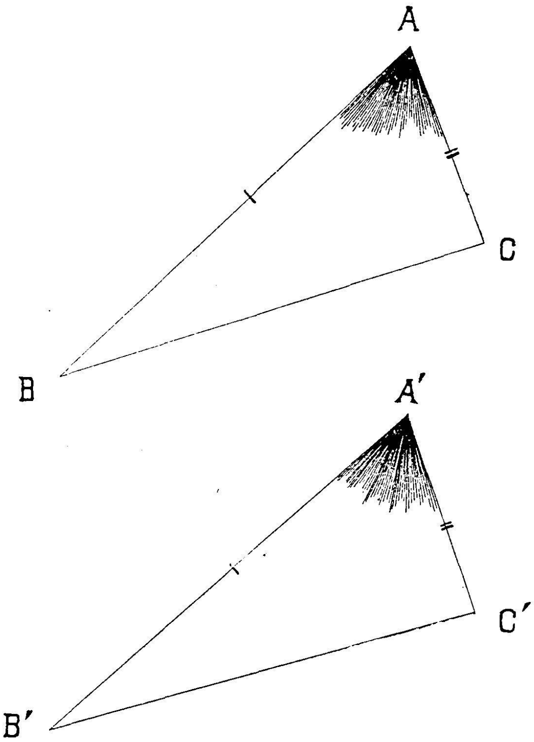

Fig .6.

Pour démontrer le troisième cas d'égalité portons (Fig. 8) le triangle $A'B'C'$ *vers* ABC, C' sur C et B' sur B ce qui est possible puisque $B'C' = BC$; puis rabattons le triangle ainsi transporté du côté de BC où se trouve le triangle ACB, A' vient alors en A''. Admettons pour un instant que les sommets A et A'' ne coïncident pas.

Par hypothèse $AC = A''C$; $AB = A''B$.

Les triangles ACA'' et ABA'' seraient donc isocèles sur une base commune AA''; soit alors I le milieu de cette base. Joi-

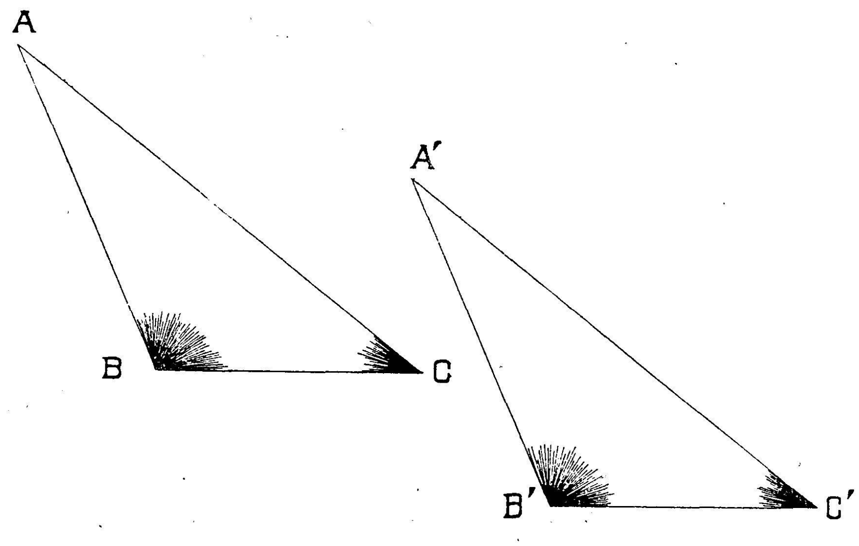

Fig. 7.

gnons AI et IB, ces deux droites seraient toutes deux perpendiculaires à AA″ en I. elles coïncideraient donc entre elles et par suite avec la droite AB le point I serait donc sur AB, mais ceci est impossible puisque A et A″ sont du même côté de AB et que tout point intérieur au segment AA″ reste

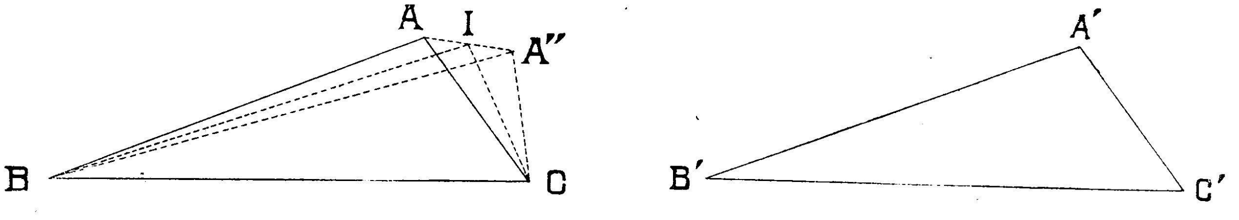

Fig. 8.

du même côté de BC que ses extrémités ; il y a donc une contradiction qui ne peut être évitée que si A et A″ se confondent.

Remarque utile à retenir : dans deux triangles égaux aux côtés égaux, sont opposés des angles égaux et réciproquement.

VIII. — Droite perpendiculaire à un plan.

Théorème. *Si une droite OA (Fig. 9) est perpendiculaire à deux droites distinctes AB, AC d'un plan P elle est perpendiculaire à une troisième droite quelconque du même plan.*

En joignant deux points autres que A pris sur deux des droites qui comprennent la troisième dans leur angle on obtient une droite qui coupe les trois droites issues de A aux trois points respectifs B, D, C soit O un autre point que A pris sur la droite AO, soit sur cette droite un autre point O′ tel que O′A = OA.

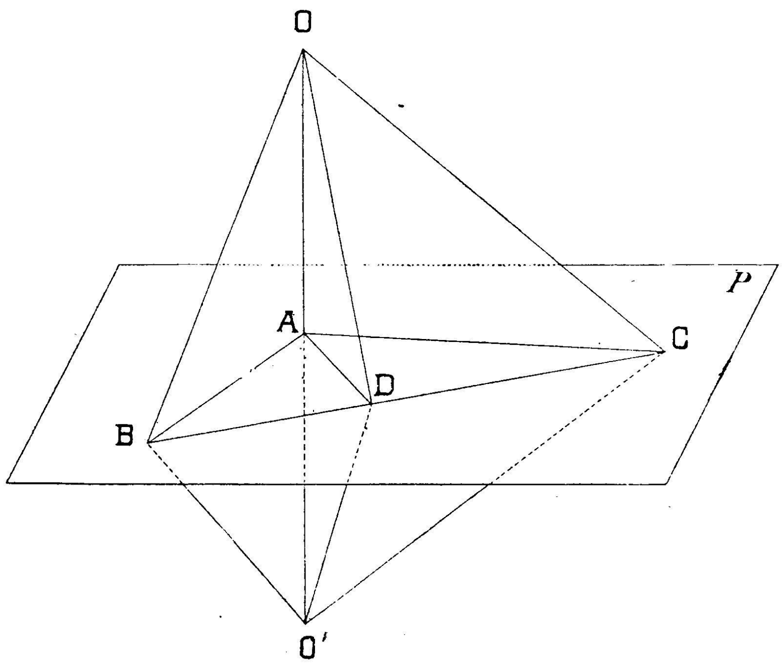

Fig. 9.

Les deux triangles OBO′ et OCO′ seront alors tels que les droites joignant le milieu A de leurs bases à leurs sommets respectifs seront perpendiculaires à cette base ces deux triangles seront donc isocèles et $OB = O'B$; $OC = O'C$.

On conclut de là que les deux triangles OBC, O′BC réunis en talus par leur côté commun BC sont égaux, comme ayant leurs trois côtés égaux chacun à chacun ; nous concluons de là l'égalité des angles OBC et O′BC, puis ensuite l'égalité des triangles OBD, O′BD comme ayant un angle égal compris entre deux côtés égaux chacun à chacun ; d'où nous concluons $OD = DO'$; si enfin, nous considérons le triangle isocèle ODO′ nous voyons que la droite qui joint le sommet principal D au milieu A de la base est perpendiculaire à cette base.

Définition. Quand une droite OA est perpendiculaire à toutes les droites d'un plan P passant par A on dit que la droite est perpendiculaire au plan ; cette droite est nécessairement hors du plan P. Le point A se nomme la projection de O sur le plan P.

CHAPITRE II

Les deux mouvements fondamentaux d'un solide et la nouvelle théorie du dièdre.

En prenant comme éléments des figures les droites et les trames de droites ou plans et en prenant comme données fondamentales : la droite ou axe de rotation, et l'angle plan superposable sur lui-même par retournement nous avons déjà acquis un premier résultat important ; nous avons obtenu les trois cas d'égalité des triangles et la notion des droites perpendiculaires et celle d'une droite perpendiculaire à un plan, rappelons cette dernière notion.

Etant donnée une droite OX (sans figure), faisons passer par cette droite un premier plan dans lequel nous traçons OA perpendiculaire à OX, faisons passer par OX un second plan dans lequel nous menons OB perpendiculaire à OX, nous avons vu qu'une troisième droite quelconque tirée de O dans