

II. — Propriété de l'angle extérieur d'un triangle.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **10 (1908)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

6° Si p désigne un nombre entier ou sectionnaire on a :

$$(A + B + C) \cdot p = (A \cdot p) + (B \cdot p) + C \cdot p$$

et par conséquent aussi, si l'on a : $A \cdot p > A' \cdot p$ on peut conclure : $A > A'$.

Les principes qui précèdent contiennent toute l'arithmétique et toute l'algèbre.

I. — Angle d'un triangle.

Deux demi-droites OX et OY peuvent former (Fig. 21) soit un angle creux, soit un angle pointu, l'un supérieur, l'autre inférieur à 2 droits.

Lorsqu'on admet, comme nous l'avons admis jusqu'ici, que par deux points absolument quelconques ne passe jamais qu'une seule droite on peut affirmer que tout angle engagé dans un triangle est un angle pointu. Démontrons le :

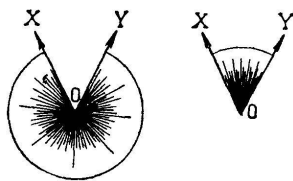


Fig. 21.

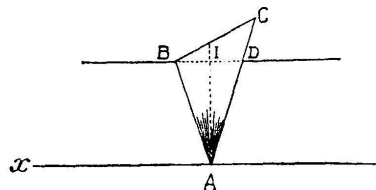


Fig. 22.

Soit \widehat{BAC} (Fig. 22) un angle engagé dans un triangle BAC, sur le plus grand des deux côtés de cet angle prenons une longueur égale à celle du plus petit soit D le point ainsi obtenu sur AC, nous obtenons un triangle isocèle BDA ; soit I le milieu de BD, joignons-I à A, nous obtenons une droite perpendiculaire à BD, menons A perpendiculaire à AI cette droite ne saurait pénétrer dans l'intérieur du triangle BDA, car elle couperait BD, ce qui n'est pas possible, donc l'angle \widehat{BAC} engagé dans le triangle est formé de droites toutes situées d'un même côté de AX, donc l'angle considéré ne peut atteindre 2 droits.

II. — Propriété de l'angle extérieur d'un triangle.

Définition. — On appelle angle extérieur d'un triangle, l'angle formé en un sommet par l'un des côtés du triangle et par le prolongement de l'autre. (C'est aussi un angle pointu).

THÉORÈME. — *L'angle extérieur d'un triangle est supérieur à tout angle intérieur qui n'a pas même sommet que lui.*

Faisons voir par exemple que : (Fig. 23) $\widehat{XAC} > \widehat{ACB}$. Joignons le troisième sommet B au milieu D de AC et prolongeons BD d'une longueur égale en DB', joignons B' à A, la droite AB' sera située dans l'angle extérieur \widehat{DAX} ; les angles opposés par le sommet BDC et ADB' valent chacun 2 droits diminués de l'angle \widehat{ADB} ils sont donc égaux; alors les deux triangles ADB' et BDC ayant un angle égal compris entre deux côtés égaux chacun à chacun, sont égaux; et par suite les angles opposés respectivement à DB' et BD côtés égaux, seront égaux; ainsi $\widehat{B'AD} = \widehat{DCB}$; mais B'AD est portion de l'angle extérieur \widehat{CAX} , donc enfin on a bien :

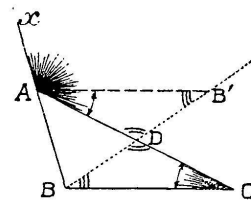


Fig. 23.

$$\widehat{XAC} > \widehat{ACB}.$$

III. — Comparaisons simultanées de 2 côtés d'un triangle et de leurs angles opposés.

THÉORÈME. — *Si deux côtés d'un triangle sont inégaux les angles opposés à ces côtés sont inégaux dans le même ordre de taille.*

Comparons (Fig. 24) les deux côtés AB et AC du triangle ABC; soit le côté $AC > AB$. Prenons sur AC un segment $AD = AB$ et joignons BD; l'angle $\widehat{ADB} = \widehat{ABD}$ (puisque le triangle ABD a deux côtés égaux); l'angle \widehat{ADB} extérieur est plus grand que l'angle \widehat{DCB} du triangle partiel BDC; l'angle \widehat{ABD} portion de l'angle \widehat{ABC} est donc plus grand que l'angle ACB, donc à plus forte raison l'angle total ABC dépassera-t-il ACB.

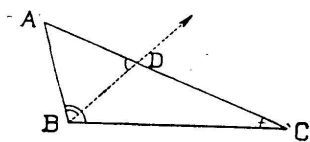


Fig. 24.

THÉORÈME (réciproque du précédent). — *Si deux angles d'un triangle sont inégaux, les côtés opposés à ces angles sont inégaux et dans le même ordre de taille.*