VII. — Théorème du parapluie.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **10 (1908)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **14.09.2024**

déjà réunis par le côté commun SA seront égaux, et leur égalité nous apprendra ensuite que $AD = AC$; d'autre part le triangle ABC nous donne

$$AB = AD + DB < AC + CB$$

et comme $AD = AC$, nous concluons

$$DB < CB \; .$$

Mais alors les deux triangles CSD et DSB qui ont deux côtés égaux chacun à chacun, ont leurs troisièmes côtés inégaux dans un ordre de taille que nous connaissons ; donc, d'après le théorème précédent, nous concluons :

$$\widehat{DSB} < \widehat{CSB} \; ,$$

ainsi, quand dans la plus grande face on a enlevé une portion égale à une face voisine on trouve un résidu plus petit que l'autre face voisine ; c'est donc que la première face était plus petite que la somme des deux autres.

VII. — **Théorème du parapluie.**

Théorème. — *La somme des faces d'un trièdre est moindre que 4 droits.*

Soit (Fig. 29) un trièdre de sommet S et soient SA, SB, SC ses 3 arêtes.

En prolongeant l'arête SA en SX nous formons un autre trièdre d'arêtes SB, SC, SX. Dès lors, en appliquant le théorème précédent au nouveau trièdre, et en remarquant que deux des faces du nouveau trièdre sont des suppléments de faces du premier trièdre, nous aurons :

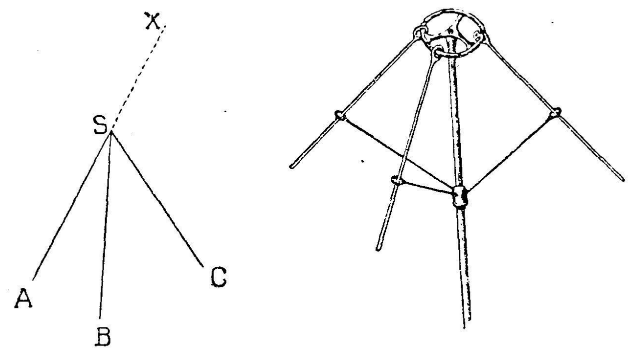

Fig. 29.

$$BSC < \widehat{BSX} + \widehat{CSX} \; ,$$

ou :

$$\widehat{BSC} < 2^{\mathrm{d}} - \widehat{ASB} + 2^{\mathrm{d}} - \widehat{ASC} \; ,$$

d'où on conclut immédiatement :

$$\widehat{ASB} + \widehat{ASC} + \widehat{BSC} < 4^{\text{droits}} .$$

Remarque— Concevons trois tiges rectilignes, (Fig. 27) appuyées comme les baleines d'un parapluie sur un cercle perpendiculaire à un axe et soutenues par trois autres tiges égales qui s'appuient à leur tour sur l'axe par l'intermédiaire d'une glissière qui peut s'élever sur cet axe.

Cette figure représente la membrure d'un parapluie rudimentaire, les trois tiges analogues aux baleines du parapluie forment par leurs axes un trièdre dont les faces augmentent quand le parapluie s'ouvre et diminuent quand le parapluie se ferme. Quand le parapluie s'est ouvert jusqu'à ce que les faces soient dans un même plan, les trois faces forment trois angles d'un plan, contigus et réunis autour d'un point sur trois droites, ces trois angles ont une somme égale à quatre droits.

Avant que le parapluie ne fût ouvert, la somme des trois faces du trièdre mobile était moindre que quatre droits ; comme désignation mnémonique l'énoncé du théorème précédent peut être retenu sous le nom de théorème du parapluie.

VIII. — Autre remarque.

Cette comparaison nous suggère une nouvelle démonstration du théorème. Prenons, (Fig. 30) sur les trois arêtes, des longueurs égales SA = SB = SC.

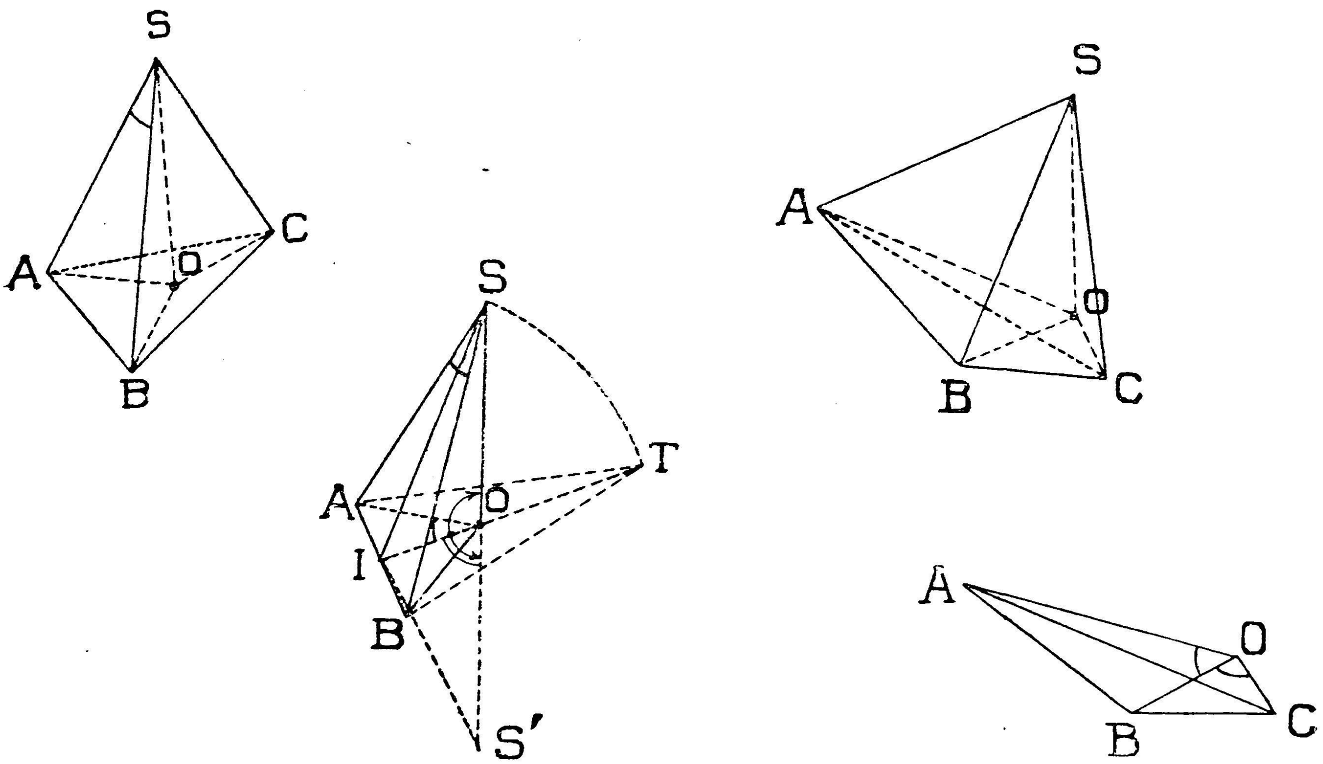

Fig. 30.