I.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **10 (1908)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

trièdre, or ainsi augmentée elle est moindre que quatre droits, à plus forte raison la somme des faces de l'angle polyèdre primitif était-elle donc plus petite que quatre droits.

CHAPITRE IV

Les cercles du plan et de la sphère. Analogies du plan et de la sphère.

I.

Définitions. Considérons (sans figure), les points N, R, M de l'espace qui sont à une *distance* donnée d'un même point O également donné, tous ces points en nombre infini forment ce que l'on appelle une *surface sphérique ;* le point O est le centre de la sphère, les divers segments OM, OR, ON... sont des *rayons* de la sphère.

Ligne d'intersection d'une surface sphérique et d'un plan. Considérons (fig. 33) une surface sphérique de centre O et un plan P; soit M un point appartenant à cette surface sphérique et au plan P; soit H le pied de la perpendiculaire abaissée de O sur le plan P, joignons les points M et H par une droite, celle-ci sera perpendiculaire à HO; donnons à la droite MH envisagée comme une barre rigide liée à l'axe HO envisagé comme un pivot rigide, un mouvement de révolution autour de l'axe HO; dans ce mouvement le point M, nous l'avons vu, ne quitte pas le plan P, il ne quitte pas non plus la surface sphérique puisque pendant ce mouvement la distance OM ne varie pas : *il existe donc une ligne commune au plan P et à la surface sphérique* et cette ligne peut-être *définie dans le plan P l'ensemble des points de P dont chacun est à une distance fixe du point H,* cette ligne est appelée *circonférence de cercle.* H est son centre. Ainsi une surface sphérique et un plan P ont une ligne commune qui est une circonférence de cercle.

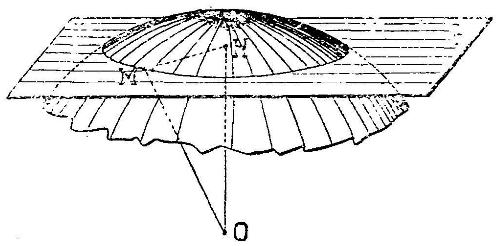

Fig. 33.

Il nous reste à établir que le plan P et la surface sphérique ne peuvent avoir d'autre point commun en dehors de la ligne précédente.

En effet soit (fi. 34) X un point commun à la surface de la sphère et au plan P déjà considérés ; soit toujours H le pied de la perpendiculaire abaissée de O sur le plan P.

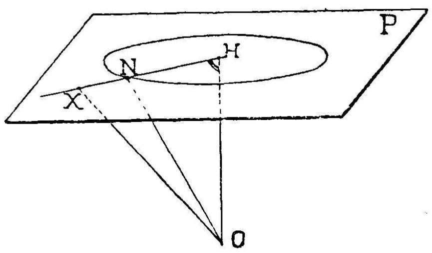

Fig. 34.

Parmi les différents points de la ligne que nous savons déjà commune au plan et à la surface sphérique, il y en aura certainement un, situé sur le segment HX ou sur son prolongement au delà de X : il suffit en effet pour obtenir un pareil point N de porter sur la droite HX et *du même côté que* X un segment HN égal à la longueur HM de la figure précédente.

Or, si le point X différait de N, la droite joignant le point O au milieu de XN serait perpendiculaire à XN et devrait se confondre avec OH ; il y aurait donc contradiction, à moins que les points N et X ne se confondent.

Remarque. Si (fig. 33) les points H et M coïncidaient, le cercle d'intersection s'évanouirait sur le point H qui serait alors le seul point commun au plan et à la sphère.

II. — **Remarques.**

Cas d'égalité de 2 triangles rectangles. La manière dont nous venons d'utiliser ainsi les propriétés des perpendiculaires et des obliques mérite d'être retenue pour elle-même ; c'est ce que nous ferons par les deux théorèmes suivants qui nous donnent deux cas d'égalité propres aux triangles rectangles, et dans l'énoncé desquels on appelle *hypoténuse* le côté du triangle qui est opposé à l'angle droit de ce triangle.

1° *Deux triangles rectangles qui ont l'hypoténuse égale et un côté de l'angle droit égal sont égaux.*

2° *Deux triangles rectangles qui ont l'hypoténuse égale et un angle autre que l'angle droit, égal, sont égaux.*

Le premier théorème se démontre en essayant (fig. 35) le