V. — La notion d'orientation.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **10 (1908)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **10.08.2024**

être extérieur, puisqu'alors, comme on l'a vu, les circonférences se couperaient et l'on devrait avoir $d > R - R'$.

On démontrerait de même que si $d > R + R'$ les circonférences ne se coupent point mais sont toutes deux extérieures l'une à l'autre.

Supposons maintenant : $R - R' < d < R + R'$; si $d > R - R'$ il y a des points de C' en dehors de C, si $d < R + R'$ il y a des points de C' en dedans de C, donc d'après un théorème déjà signalé C' et C se coupent.

V. — La notion d'orientation.

Les résultats que nous venons d'obtenir peuvent encore s'énoncer sous une forme plus claire en disant : Un point M (fig. 45), d'une figure solide *plane* est défini par ses deux distances r et r' à deux points particuliers A et B de la figure. En effet :

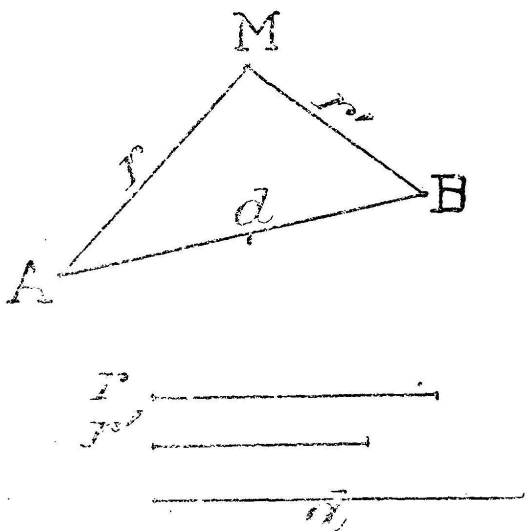

Fig. 45.

1° Quand le point M est fixé en position en même temps que les deux points A et B, il suffit de joindre M à A, M à B et de *mesurer* les distances r et r' ; celles-ci seront représentées soit par des fiches, soit par des nombres.

2° Quand les *fiches* r et r' sont données, ainsi que la fiche d de la distance AB, la figure est reconstructible au moyen d'une règle, d'un compas et d'une feuille *plane*.

Si l'on a à la fois $r - r' < d < r + r'$ la construction du point M sera possible, au moyen de l'intersection de deux cercles.

Il y a toutefois une réserve à faire ; le tracé du point M défini par les seules distances d, r, r', conduit en réalité à deux points M et M'. D'ailleurs les deux triangles AMB, et AM'B qui répondent à la question sont superposables, l'un peut être amené sur l'autre par une rotation d'un demi-tour autour de la charnière AB.

L'assemblage solide de trois points ne peut donc pas être défini dans l'espace d'une manière absolument complète par la connaissance de deux des points A et B et par celle du plan passant par A et B dans lequel la figure doit être donnée.

Passons à un assemblage solide plan de quatre points et demandons-nous si cet assemblage est complètement défini et en forme et en position par les connaissances des distances r et r' de M aux deux points de repère A et B, et par les distances s et s' de N aux deux mêmes points de repère.

Si les données précédentes étaient les seules, on aurait le choix entre les quatre assemblages suivants :

$$\left\{\begin{matrix}M\\N\end{matrix}\right. \quad \left\{\begin{matrix}M\\N'\end{matrix}\right. \quad \left\{\begin{matrix}M'\\N\end{matrix}\right. \quad \left\{\begin{matrix}M'\\N'\end{matrix}\right. \qquad \text{(fig. 46),}$$

l'ambiguïté serait donc accrue, puisque non seulement on pourrait hésiter entre quatre assemblages différant tout au moins par la position, mais encore, les divers assemblages ne seraient pas tous superposables. Si le nombre des points augmentait, l'embarras pour reconstruire la figure serait encore accru.

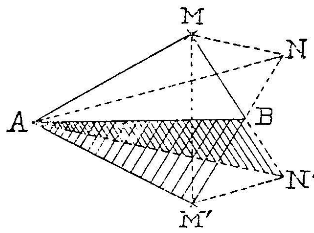

Fig. 46.

Cet exemple montre nettement que les longueurs des distances des divers points de la figure à deux d'entre eux constituent des données insuffisantes si l'on n'a pas soin d'y ajouter des renseignements *purement qualitatifs* de situations relatives.

Par exemple nous ajouterons aux renseignements des fiches, et pour chaque point nouveau N, un *renseignement de situation* qui sera de l'une ou l'autre espèce suivante :

1° ou bien M et N sont d'un même côté de AB ;

2° ou bien M et N sont de part et d'autre de AB ;

— nous nommerons ces renseignements des renseignements *d'orientation;* — avec ces renseignements ajoutés à la connaissance des distances, l'assemblage solide plan devient complètement défini, et on n'a plus à hésiter qu'entre deux situations ; on passe d'ailleurs de l'une de ces situations à l'autre par un demi-tour exécuté autour de AB.

Enfin, on pourra même faire cesser toute hésitation entre les deux situations du même solide en se préoccupant des trois dimensions du solide.

Nous pourrons par exemple, dans un solide déterminé, associer à tout plan une poupée invariablement liée au solide, nous pourrons par exemple placer la poupée en A (fig. 47), perpendiculairement au plan considéré du solide, visant le point B de ce plan ; la situation du point M sera alors complètement définie ; si une fois données les distances MA, MB, on ajoute de quel côté (gauche, ou droite) le point M se trouve par rapport à la poupée.

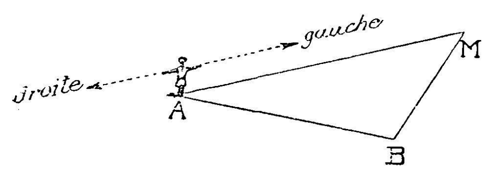

Fig. 47.

Nous allons retrouver ces notions sur la sphère.