

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 10 (1908)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LE PREMIER LIVRE DE LA GÉOMÉTRIE NATURELLE 2
Kapitel: VI. — Les cercles de la sphère.
Autor: Andrade, J.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-10975>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

VI. — Les cercles de la sphère.

Grands cercles et petits cercles. Analogies des triangles sphériques et des triangles plans.

Toute section plane de la sphère est un cercle, nous l'avons vu, dont le centre est la projection du centre de la sphère sur le plan de la section ; si ce plan passe déjà par le centre de la sphère la ligne d'intersection des deux surfaces sera une circonférence du plus grand rayon possible, c'est une circonférence de grand cercle.

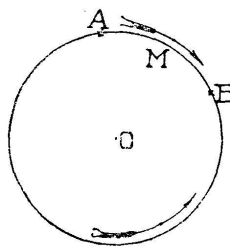
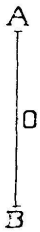
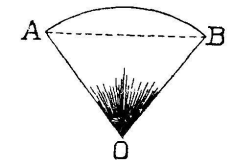


Fig. 48.

Par deux points, A et B (fig. 48), donnés sur la surface sphérique passe toujours un grand cercle, et un seul lorsque du moins les points A et B ne sont pas aux extrémités de deux rayons égaux et directement contraires ; en effet, hormis ce cas d'exception, les droites OA, OB déterminent un plan et un seul, et ce plan va couper la surface sphérique en une circonférence et une seule.

Par contre si la circonférence est unique, l'arc qui réunit les deux points n'est pas complètement déterminé, on peut hésiter entre deux arcs AMB et APB.

Nous considérons plus particulièrement l'arc *réduit* c'est-à-dire celui des deux arcs qui est moindre qu'une demi-circonférence ; cet arc est l'image sphérique de l'angle pointu déterminé par les deux rayons dans la trame triangulaire formée par les 3 points O, A, B.

Deux arcs de grand cercle issus d'un point A vont se réunir en un autre point B nommé l'*antipode* du premier (fig. 49).

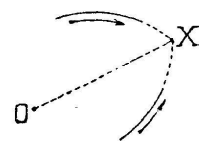
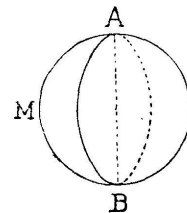


Fig. 49.

Il y a plus : deux grands cercles étant donnés se coupent toujours (fig. 49), en un point X ; en effet les plans des deux grands cercles sont deux plans distincts qui ont déjà en commun le centre O de la sphère, ces deux plans auront

donc une droite commune, or, un point X , situé sur cette droite commune, à une distance de O égale au rayon, est un point de la surface sphérique, commun aux deux arcs.

Les arcs de grand cercle sur une surface sphérique ont évidemment une grande analogie avec les droites du plan, mais la propriété précédente va être un élément de simplification de la géométrie de la sphère. Nous allons poursuivre l'exposé des analogies.

Les deux régions de la surface sphérique par rapport à un grand cercle, sont les analogues des deux régions d'un plan par rapport à une droite ; si (fig. 50), deux points A et B sont, par rapport à un grand cercle de la sphère, dans une même région (1), l'arc de grand cercle *moindre qu'une demi-circonférence* qui les réunit ne traverse pas la circonférence de grand cercle donnée ; au contraire deux points C , D , appartenant à deux régions opposées (1) et (2) par rapport à la circonférence complète considérée étant réunis par un arc moindre qu'une demi-circonférence, cet arc réduit *coupera* cette demi-circonférence ; ces faits peuvent d'ailleurs s'interpréter comme traduisant, par images sphériques, les faits correspondants qui se rattachent à la distinction des deux régions de l'espace par rapport à un plan.

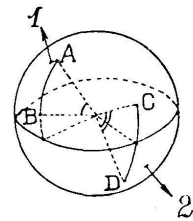


Fig. 50.

Cette notion conduit sans peine (fig. 51), à la trame triangulaire sphérique ; si celle-ci est bordée par deux *côtés* réduits, en vertu des propriétés de l'angle trièdre, le troisième sera aussi réduit et deux points quelconques de l'intérieur du triangle seront aussi à distance réduite sur un arc de grand cercle situé à l'intérieur du triangle.

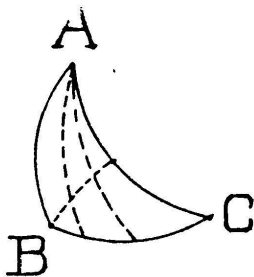


Fig. 51.

Nous nommerons triangle sphérique *propre* un pareil triangle ; c'est l'image d'un trièdre dont le sommet est au centre de la sphère.

Nous avons ici un renseignement immédiat sur ces triangles, ceux-ci en effet étant l'image d'un trièdre, nous voyons que dans un triangle propre un côté est plus petit que la somme des deux autres.

On remarquera que les longueurs d'arcs de cercle de rayons égaux sont comparables entre elles au même titre que des longueurs de droites ou des étendues angulaires.

Angles d'un triangle sphérique. La génération (fig. 52), d'un fuseau sphérique par une rotation convenable con-

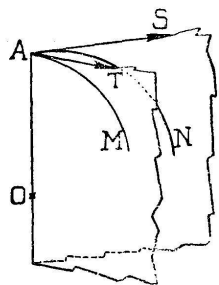
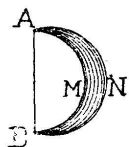


Fig. 52.

tinue d'une demi-circonférence tournant autour d'un diamètre est absolument analogue à la rotation du plan autour d'une perpendiculaire au plan, elle permet de définir les angles sphériques par une trame de grands cercles; l'angle sphérique peut d'ailleurs être mesuré par l'angle des tangentes rectilignes à ses deux côtés qui sont tirées du sommet A; cet angle est encore un angle rectiligne du dièdre formé par les demi-plans dont les arcs de cercle sont les images sphériques.

mesuré par l'angle des tangentes rectilignes à ses deux côtés qui sont tirées du sommet A; cet angle est encore un angle rectiligne du dièdre formé par les demi-plans dont les arcs de cercle sont les images sphériques.

J. ANDRADE (Besançon).

(A suivre.)

SUR L'ÉQUIVALENCE DES ÉQUATIONS

LEMME. — La somme des n fractions $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \dots, \frac{a_n}{b_n}$ étant représentée par la fraction

$$\frac{a_1 b_2 b_3 \dots b_n + a_2 b_1 b_3 \dots b_n + \dots + a_n b_1 b_2 \dots b_{n-1}}{b_1 b_2 b_3 \dots b_n}, \quad (1)$$

pour que cette dernière fraction soit irréductible, il faut et il suffit que les n fractions données le soient aussi et que leurs dénominateurs soient premiers entre eux deux à deux.

DÉMONSTRATION. 1° *La condition est nécessaire.* En effet, si deux des dénominateurs au moins, b_1 et b_2 par exemple, ou si le numérateur et le dénominateur de l'une des fractions,