

BIBLIOGRAPHIE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **10 (1908)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **14.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Conférences. — L. RAFFY : Conférence en vue du Certificat de Géométrie supérieure (1) et en vue du Certificat du Calcul différentiel et intégral (1). — HADAMARD : Conférences de Calcul différentiel et intégral (1) et d'analyse supérieure (1). -- P. PUISEUX : Conférences sur la mécanique (2). — BLUTEL : Conférences en vue du Certificat de mathématiques générales (2). — SERVANT : Conférences de Mécanique physique et expérimentale et travaux pratiques. (1) — CARON : Travaux graphiques du Certificat de Géométrie supérieure (1).

BIBLIOGRAPHIE

Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1909. — 1 vol. in-16°, de plus de 950 p., avec figures et planches ; 1 fr. 50 (franco 1 fr. 85) ; Gauthier-Villars, Paris.

Suivant l'alternance adoptée, ce volume, contient, outre les données astronomiques, des Tableaux relatifs à la Physique, à la Chimie, à l'Art de l'Ingénieur. Cette année, nous signalons tout spécialement les Notices de M. G. Bigourdan : *Les Étoiles variables*, et celle de M. Ch. Lallemand : *Mouvements et déformations de la croûte terrestre*.

Oeuvres de Charles Hermite, publiées sous les auspices de l'Académie des sciences par EMILE PICARD. *Tome II*, 1 vol. 8°, 520 pages avec un portrait ; 18 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

Comme pour le tome premier M. Picard a groupé les mémoires à peu près dans l'ordre chronologique. Ces mémoires, qui vont de 1858 à 1872, se rapportent principalement aux remarquables travaux d'Hermite sur la résolution de l'équation du 5^{me} degré, la théorie des équations modulaires, la théorie des fonctions elliptiques et un certain nombre d'autres questions d'Algèbre et d'Analyse supérieures qui faisaient, à cette époque, l'objet des recherches du grand géomètre. M. E. Picard y a joint des Notes publiées par Hermite dans différents Ouvrages, quelques pages de son *Cours d'Analyse de l'École polytechnique* et une lettre à M. Jules Tannery se rapportant aux fonctions modulaires. Le texte et les épreuves ont été revus avec soin par M. Bourget qui a refait ou tout au moins contrôlé tous les calculs.

En tête de l'Ouvrage, les éditeurs ont placé un portrait d'Hermite qui le représente aux environs de sa cinquantième année.

Comme nous l'avons déjà dit pour le premier volume, la lecture des mémoires d'Hermite est d'un grand intérêt non seulement pour tous les mathématiciens, mais aussi pour l'étudiant bien doué qui désire s'initier aux recherches d'Algèbre et d'Analyse supérieures.

GOMES TEIXEIRA. — **Obras sobre Mathematica** publica das por ordem do Governo Português. *Volume IV: Traité des courbes spéciales remarquables, planes et gauches*, tome I. — 1 vol. gr. in-4°, 401 p. ; 20 fr. ; Imprensa da Universidade, Coimbre.

Ce tome IV des Oeuvres mathématiques de M. GOMES TEIXEIRA est entièrement consacré à la traduction revue et augmentée du *Tratado de las curvas especiales notables*, couronné par l'Académie des Sciences de Madrid en 1899. Celle-ci avait proposé, en 1892 et en 1895, le travail suivant : faire un « Catalogue méthodique de toutes les courbes d'une classe quelconque ayant reçu un nom spécial, avec une idée succincte de la forme, des équations, et des propriétés générales de chacune d'elles, et une notice des ouvrages ou des auteurs qui en ont fait la première mention ».

Le nouvel exposé que publie actuellement M. Teixeira comprendra deux volumes. Le premier, qui fait l'objet du présent compte rendu, est consacré à l'étude des courbes algébriques planes d'après le programme ci-dessus. On y trouve une étude très approfondie de cubiques et de quartiques, ainsi que de quelques courbes du 6^{me} et du 8^{me} degré.

Dans chacune de ces classes l'auteur a résumé un grand nombre de courbes remarquables, dont il étudie la forme, la construction, la rectification, la quadrature, ainsi que les principales propriétés ; il a soin d'y joindre toujours les indications historiques relatives à la courbe. Il considère aussi les relations de chaque courbe avec les autres.

Dans un second volume M. Teixeira réunira de nombreuses courbes transcendentes planes, quelques classes de courbes planes et les courbes gauches les plus remarquables.

Cette étude méthodique des courbes les plus remarquables représente un travail considérable. Elle sera particulièrement bien accueillie par les professeurs qui cherchent à renouveler leurs exercices et problèmes de Géométrie analytique et d'applications géométrique du Calcul différentiel et intégral.

H. F.

G. ARNOUX. — **Arithmétique graphique.** *Les espaces arithmétiques, leurs transformations.* (Essais de psychologie et de métaphysique positives). — 1 vol. gr. in 8°. XII + 84 p. ; 3 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

Nous avons signalé ici-même (9^e année, p. 326) l'apparition du deuxième volume de l'Arithmétique graphique, consacré à l'étude des fonctions arithmétiques et des congruences. On se rappelle le rôle qu'ont joué dans cette étude les assemblages de points ou de cases appelés espaces arithmétiques, qui dans le cas du plan se réduisent aux réseaux de carrés. C'est la considération de ces espaces arithmétiques qui a permis à M. Arnoux de deviner, de retrouver et de découvrir les propriétés des nombres entiers et des congruences qu'il établit dans les deux premiers volumes de son Arithmétique graphique.

Il était utile de réunir les propriétés essentielles de ces espaces arithmétiques. C'est ce que MM. Arnoux et Laisant se sont proposé de faire en publiant ce troisième volume de l'Arithmétique. Tandis que les deux premiers volumes contiennent surtout des applications des méthodes imaginées par M. Arnoux, le 3^e volume rédigé aussi en grande partie par M. Laisant est consacré à l'étude des espaces arithmétiques en eux mêmes.

Pour simplifier, les auteurs s'occupent plus spécialement des espaces arithmétiques à deux dimensions. Mais ils montrent comment les résultats obtenus s'étendent aux espaces arithmétiques à un nombre quelconque de dimensions. Les procédés de la géométrie analytique peuvent être appliqués à cette étude, car de même qu'en géométrie analytique, les positions des éléments constitutifs des espaces arithmétiques sont définies par leurs coor-

données. Seulement ces coordonnées sont des nombres entiers. Mais c'est la théorie des vecteurs qui fournit l'instrument de recherches le mieux approprié à l'étude des espaces de M. Arnoux.

Les deux premiers chapitres sont consacrés aux espaces illimités et à leurs transformations. Dans les chapitres suivants les auteurs étudient les espaces modulaires. Le 3^e chapitre, dû à M. Laisant, traite de la structure de ces espaces; le chapitre IV est consacré à leurs transformations.

Les chapitres V et VI traitent des espaces multi-modulaires et partiellement modulaires. Enfin dans le chapitre VII M. Arnoux donne quelques applications se rapportant surtout aux questions traitées par M. Gaston Tarry.

On saura gré à MM. Arnoux et Laisant d'avoir réuni en un petit volume facile à lire les propriétés essentielles des espaces arithmétiques, base des recherches originales de M. Arnoux.

D. MIRIMANOFF (Genève).

H. BOUASSE. — **Cours de Physique** conforme aux programmes des Certificats et de l'Agrégation de Physique. Fascicule III. *Electricité et Magnétisme*. — 1. vol. gr. in-8^o de 412 pages; 12 fr.; Ch. Delagrave, Paris ¹.

C'est surtout dans l'étude des phénomènes électriques et magnétiques que la Physique emploie les théories mathématiques qui semblent les plus difficiles et les plus redoutables aux débutants. Les notions d'intégrales simples, doubles, triples, étendues à des lignes, à des aires planes ou courbes, à des volumes, si on les présente dans l'abstraction, sont choses qui semblent appartenir aux plus hauts domaines de la spéculation analytique. En fait, cette partie de la Science n'aurait probablement jamais été imaginée si elle n'avait traduit de manière absolument nécessaire les réalités de la mécanique des milieux continus. Aussi M. Bouasse paraissant craindre d'une part l'accusation d'employer trop l'analyse, je crois d'autre part avec lui qu'une accusation bien plus terrible est à craindre dans le camp des analystes: celle de ne plus voir assez la Physique dans les théories analytiques qu'elle a fait naître. Au temps de Coulomb et même d'Ampère on connaissait encore trop peu de choses en Electricité et les lacunes étaient trop grandes pour que l'on puisse se représenter l'appareil mathématique admirablement réduit qui donnerait le moyen d'aborder toutes les questions avec la même économie de pensée. Depuis, cet appareil s'est précisé, il tient quelques pages dans le nouveau volume de M. Bouasse; on l'étudiera d'abord non comme une sèche nomenclature de formules, mais comme un résumé des faits physiques qui, dans la suite, sortiront de là avec une très grande élégance.

Le point capital sur lequel l'auteur insiste d'abord est la formule due à Stokes qui lie le *flux* à travers une aire à la *circulation* le long du contour de la même aire. Avec les physiciens anglais il appelle *curl* du vecteur X, Y, Z le nouveau vecteur

$$\xi = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}, \quad \eta = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}, \quad \zeta = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}.$$

Le flux du second égale la circulation du premier. De ce théorème peuvent sortir d'innombrables applications et notamment toute l'électro-optique.

¹ Voir dans l'*Enseign. mathém.*, les analyses du fascicule I (T. IX. 1907, p. 329) et du fascicule II (T. X. 1908. p. 346).

D'ailleurs, sans qu'on ait besoin d'attendre les applications électriques, on trouve dans ce premier chapitre des applications hydrodynamiques matérialisant, pour ainsi dire, des notions telles que celle du flux. Un autre point qu'il serait bien regrettable de passer sous silence est relatif à la définition du potentiel et notamment au cas où son expression est une fonction multiforme des coordonnées. Alors le travail accompli le long de certains contours ne reste constant dans la déformation de ceux-ci que si cette déformation a lieu sans que soient franchis certains points, certaines lignes ou certaines surfaces.

Le chapitre II est consacré aux actions en raison inverse du carré de la distance. Remarquons notamment qu'une couche sphérique est sans action sur un point intérieur et que réciproquement ce phénomène ne peut avoir lieu que pour une action de la nature indiquée. Ceci nous conduit tout naturellement aux couches en équilibre sur un conducteur, lesquelles font naître à l'intérieur un potentiel constant.

Le chapitre III traite de la polarisation. Une molécule polarisée ou aimant élémentaire est constituée par deux masses $+m$ et $-m$ situées à une distance dl . De telles molécules peuvent s'arranger en files (solénoïdes) ou en nappes (feuilletés). En général les corps polarisés agissent les uns sur les autres et se modifient ainsi réciproquement (polarisation induite).

Le théorème de Stokes trouve une application immédiate avec le *potentiel vecteur* défini comme ayant pour *curl* le vecteur induction. A propos de l'attraction newtonienne M. Bouasse montre rapidement le rapport de la loi de Newton et des lois de Képler, il indique la détermination expérimentale de la constante de la gravitation puis, suivant l'hypothèse cosmogonique de Laplace, examine les conditions de condensation de la nébuleuse solaire jusqu'à la formation du Soleil; il explique l'origine de la chaleur solaire en admettant surtout la contraction, encore possible à l'heure actuelle, du diamètre de cet astre. Dans le même ordre d'idées il expose une théorie dynamique des marées.

Nous passons maintenant à la *seconde partie du livre*, divisée en dix chapitres, partie où sont exposés en détail les phénomènes électriques et magnétiques proprement dits.

Dans le chapitre I (Electricité statique, Distribution, Capacités) on peut remarquer dès le début la démonstration de Cavendish quant à l'action en raison inverse du carré de la distance. Elle consiste à vérifier qu'une couche sphérique ne peut charger un corps placé à son intérieur. Cela démontre la loi de Coulomb d'après ce que nous avons vu tout à l'heure dans le chapitre II de l'Introduction. La théorie des électromètres les plus divers est déduite d'une manière uniforme de l'étude du travail des forces électriques dans le déplacement des conducteurs.

Dès le début de l'étude des diélectriques (Ch. II) on est frappé de la rapidité avec laquelle M. Bouasse marche vers les idées de Maxwell et prépare la théorie électro-magnétique de la lumière. Nous apprenons tout de suite qu'un diélectrique n'est pas le corps stupide qui s'oppose toujours de la même manière inerte au passage de l'électricité. Il est caractérisé par un *pouvoir inducteur spécifique*. De là à imaginer que des diélectriques puissent être le siège des courants de déplacement de Maxwell et jouer vis-à-vis de l'électricité un rôle aussi complexe que les conducteurs, il n'y a qu'un pas. La théorie, on le sait, est loin d'être exempte de contradictions; il a fallu pousser plus loin que ne l'avait fait le physicien anglais l'étude de la défor-

mation électrique dans l'isolant ; M. Bouassé rappelle à ce sujet les résultats plus complets de MM. Duhem et Liénard et cela par une application des équations de la déformation élastique étudiées dans le premier fascicule du Cours.

La détermination des champs des aimants et de courants (Ch. III) offre encore bien des sujets de réflexion. Remarquons de suite une belle application de la formule de Stokes quant à l'expression du travail correspondant à un déplacement effectué autour d'un courant fermé, c'est-à-dire effectué en traversant un nombre quelconque de fois une surface passant par le contour figurant ce courant. Puis, dans l'action des champs sur les courants, M. Bouasse discute d'une façon très serrée la loi de Laplace. Quoi, cette loi déjà si ancienne et qui donne notamment une expression si simple de l'action d'un champ sur un élément de courant n'est pas quelque chose à l'abri de toute discussion ? Il faut s'entendre et rien ne démontre mieux la différence entre l'électrodynamique de Laplace et celle d'aujourd'hui. Si l'on ne veut d'abord considérer que des éléments de courants, *ouverts* bien entendu, comment les obtiendra-t-on ? Et même qu'est ce que cela signifiera, au juste, si d'après les théories maxwelliennes il n'y a que des courants fermés. Ce que l'on peut montrer raisonnablement, et ce qui permettra non pas de déplorer tragiquement la mort des principes mais de les retrouver vivants sous des formes plus rigoureuses, c'est que la loi de Laplace reste expérimentalement vraie en tant que loi intégrale. Il n'est pas interdit d'étudier d'autres lois élémentaires donnant les mêmes résultats intégraux.

Je signale aussi les résultats fondamentaux d'Ampère sur l'équivalence d'un petit circuit fermé et d'un aimant normal parce que, au point de vue théorique, tout cela est encore supporté par la formule de Stokes et qu'au point de vue pratique on tirera de là toute la théorie des galvanomètres.

Nous entrons plus que jamais dans les théories modernes en étudiant les diverses formes du transport de l'Electricité (Ch. IV).

On s'est efforcé de rapprocher tous les genres de conductibilité en prenant pour type les phénomènes électrolytiques. Les conducteurs contiendraient des corpuscules électrisés négativement (électrons) et d'autres électrisés positivement mais beaucoup moins mobiles. Les courants des conducteurs seraient des phénomènes de convection et par suite le déplacement rapide d'un corps électrisé devrait créer un courant. La vérification d'un tel fait, dans la mesure où elle était possible, est constituée par les célèbres expériences de Rowland. La charge du corps en mouvement dépend de phénomènes statiques, le résultat du déplacement doit se traduire par des phénomènes électro-magnétiques ; le premier problème à résoudre est donc de savoir comparer les unités électrostatique et électromagnétique.

Là encore transparait déjà un des points fondamentaux de la théorie électro-magnétique de la lumière. Le chapitre se termine par un aperçu sur la télégraphie sous-marine, le cable, par sa substance isolante séparant une âme de métal d'un conducteur liquide, est un condensateur à ranger avec tous les autres appareils du même nom.

Les courants dans les gaz (Ch. V) peuvent aussi être considérés comme résultant de phénomènes d'ionisation. D'ailleurs celle-ci peut être produite de manières diverses et bien intéressantes par la chaleur, la lumière, les rayons ultra-violetts, les réactions chimiques, etc... Ce qu'on sait à l'heure actuelle des rayons électrisés est exposé commodément en les considérant

dans l'ordre où ils naissent les uns des autres (rayons cathodiques, canaux, X).

Les phénomènes d'induction (Ch. VI) sont ramenés à une notion unique. Quand un circuit se déplace dans un champ magnétique il peut subir des modifications de natures diverses que l'on peut toutes ramener aux effets d'une seule force dite *force électromotrice d'induction*. Il y eut d'abord là une sorte d'intuition expérimentale. M. Bouasse examine la question de savoir si cela ne découle pas simplement du principe de la conservation de l'énergie. Il y a ici une heureuse mise en lumière de la réciprocité des forces électro-magnétiques et des forces électro-motrices d'induction. Beaucoup de difficultés surgissant pour les unes sont levées sans peine par l'examen des autres.

Je passe rapidement sur les chapitres VII, VIII, IX (Courants alternatifs. Magnétisme induit et Circuits magnétiques. Dynamos, alternateurs et transformateurs) non pas qu'ils aient moins d'importance mais parce que l'importance est ici d'une nature différente. Il était impossible notamment de négliger le point de vue industriel d'où des descriptions expérimentales fort détaillées, et qui sans doute seront très appréciées pour cela, mais où les idées générales jouent par contre un rôle moins important. Et encore faut-il remarquer des lignes bien intéressantes sur les oscillographes et l'arc puis sur l'hystérésis magnétique. Un corps aimanté est-il une réserve d'énergie ? C'est la considération de l'hystérésis seule qui permet de trancher la question ; on peut d'ailleurs facilement concevoir qu'un aimant ayant fourni un certain travail, il faille plus d'énergie ensuite pour désaimanter que pour aimanter et de telle sorte qu'en fin de compte il y ait perte.

Le dixième et dernier chapitre du volume est consacré aux unités absolues et au rapport des unités magnétiques et statiques. M. Bouasse montre notamment comment on peut réaliser de façon concrète les unités absolues et, reprenant soigneusement toutes les définitions, montre ce que l'on doit entendre par l'homogénéité des formules de l'électro-mécanique. Il démontre notamment que le nombre qui exprime une force électro-motrice en unités statiques est ν fois plus petit que celui qui l'exprime en unités magnétiques, ν étant le fameux nombre de Maxwell.

Cette brève analyse étant terminée je me fais un grand plaisir de mentionner que le plan primitif que M. Bouasse s'était tracé pour la rédaction de ce grand Cours de Physique s'est encore élargi. Le cours comprendra non quatre volumes, mais six consacrés aux matières suivantes ;

- I — Mécanique physique.
- II — Thermodynamique. Théorie des ions.
- III — Electricité et magnétisme.
- IV — Optique. Instruments.
- V — Electroptique.
- VI — Etude des symétries.

En somme la première moitié est déjà faite et répond suffisamment de ce que sera la suite. Pour ne parler que du troisième volume qui n'a évidemment pas la prétention de traiter l'Electroptique, puisque ce sera là le but du cinquième, il présente cependant les idées de Maxwell d'une manière si séduisante qu'on se sent admirablement préparé pour aborder la théorie que le génie de Hertz devait asseoir sur des bases définitives.

A. BUHL (Montpellier).

H. BURKHARDT. — **Vorlesungen über die Elemente der Differential- und Integralrechnung** und ihre Anwendung zur Beschreibung von Naturerscheinungen : 1 vol. in-8°, 252 p. 6 Mk. ; B. G. Teubner, Leipzig.

Ce cours d'éléments de mathématiques supérieures est destiné plus particulièrement aux étudiants en sciences naturelles. Le temps restreint dont ils disposent pour les mathématiques oblige le professeur à se limiter aux notions les plus indispensables. Il doit les établir par les moyens les plus simples en ayant recours aux méthodes basées sur des considérations géométriques. C'est à ce point de vue que se place l'auteur dans cet exposé des *Eléments du calcul différentiel et intégral*. Dans l'introduction, il fait ressortir, à l'aide d'exemples concrets, qu'une étude quantitative des phénomènes de la nature conduit nécessairement aux notions fondamentales concernant les grandeurs variables et naturellement aux deux problèmes fondamentaux qui font l'objet du calcul différentiel et intégral.

M. Burkhardt ne parcourt qu'une champ très restreint, mais il l'étudie avec beaucoup de soin, non seulement au point de vue théorique, dans le sens indiqué plus haut, mais aussi à celui des applications numériques. C'est le cas, par exemple, dans les problèmes d'interpolation qui interviennent fréquemment dans la pratique ; l'auteur leur consacre un chapitre d'une vingtaine de pages. — Voici les titres des principaux chapitres :

Différentiation de fonctions rationnelles, de fonctions irrationnelles. — Éléments du Calcul intégral. — Le logarithme et la fonction exponentielle. Application à des problèmes de Chimie. — Dérivées d'ordre supérieur. Théorème de la moyenne et formule de Taylor. — Interpolation. — Fonction de deux variables. — Les fonctions trigonométriques et circulaires ; applications ; représentation de fonctions périodiques.

De la façon dont il est conçu, cet ouvrage est appelé à rendre de grands services aux étudiants en sciences naturelles ; il fournit aussi une excellente introduction à l'étude des mathématiques supérieures en vue des études de Physique. En dehors de cet important cercle de lecteurs le livre de M. Burkhardt sera encore lu avec profit par les maîtres qui enseignent les premières notions de Calcul différentiel et intégral dans l'enseignement secondaire supérieur.

Deutsches Museum von Meisterwerken der Naturwissenschaft und Technik in München. — *Führer durch die Sammlungen*. — Une brochure de 24 × 21 cm, de 158 p. avec figures ; 1 M. ; B. G. Teubner, Leipzig.

La brochure que nous venons présenter aux lecteurs de *l'Ens. Math.* n'est pas une sèche nomenclature des objets exposés dans les salles du Musée technique allemand. C'est un catalogue explicatif, copieusement illustré, donnant sur presque tous les sujets traités des renseignements historiques ou techniques. Mais avant de relever comme il convient les particularités de cette intéressante publication, rappelons que le « Deutsches Museum », dont l'idée première date de 1903 et est due à M. Oscar von Miller, doit, d'après son programme, « représenter l'évolution historique des recherches des sciences naturelles, de la technique et de l'industrie, par l'exposition des chefs-d'œuvre qu'elles ont produits. »

Provisoirement logé dans l'ancien musée national de la Maximilian-Strasse, le Museum occupe deux étages et les combles d'un bâtiment de 150 m. de long, et comprend une cinquantaine de salles. Chacune des subdivisions de

ce vaste ensemble est sous la direction d'un spécialiste qui a rédigé pour le catalogue une description succincte des objets exposés.

Il ne saurait être question de détailler ici le contenu de la brochure, mais ce que nous pouvons affirmer pour avoir nous-même parcouru le musée, catalogue en main, c'est que nous avons là un guide intéressant et sûr, dont l'étude à domicile sera véritablement fructueuse même pour ceux qui n'ont pas eu l'occasion de se rendre compte *de visu* des richesses accumulées à Munich.

Ajoutons qu'un bâtiment spécial, devisé à plus de sept millions de marks, est en construction dans une île de l'Isar et suffira à peine pour abriter les collections déjà existantes.

E. STEINMANN (Genève).

F. G-M. — **Exercices de Géométrie** comprenant l'exposé des méthodes géométriques et 2000 questions résolues. 4^{me} édition. — 1 vol. gr. in-8° de XXI-1228 pages et 1600 figures ; 14 fr. 45 ; Tours, Mame et fils ; Paris V^{ve} Ch. Poussielgue.

Cette quatrième édition des *Exercices de Géométrie* forme un volume énorme, quoique d'aspect relativement réduit, que l'on parcourt avec autant de charme que de profit, quel que soit l'enseignement géométrique dont on ait à s'occuper. Par les exercices élémentaires qu'il contient il peut servir à un élève commençant ses études, et, par une graduation aussi savante qu'habile, il suit le développement de questions de plus en plus complexes et peut devenir d'une extrême utilité aux candidats à l'Agrégation des Sciences mathématiques. Et encore ce serait peut être faire à l'ouvrage un tort bien peu mérité que de vouloir le comparer aux questions tirées de programmes pédagogiques plus ou moins heureux. Au fond il donne une idée de tous les problèmes de la géométrie, de toutes les méthodes, de tous les artifices depuis Thalès et Pythagore jusqu'à Mannheim, Lemoine et les nombreux géomètres contemporains qui n'ont pas dédaigné les élégants résultats que la géométrie pure fournira toujours.

Rien n'est négligé de ce qui peut faire de l'œuvre un instrument de recherche. Il débute par un historique rapide. Il se termine par un lexique géométrique où l'on trouve des définitions brèves de termes tel que droite de Simson, droite d'Euler, point de Brianchon, point de Gergone, points concycliques, etc.... cercles, ellipses de.... etc., etc. D'excellents géomètres n'ont pas toujours dans l'esprit toutes ces dénominations dont le nombre s'est considérablement accru depuis vingt ans. Je signale aussi une table des problèmes et théorèmes auxquels une désignation spéciale ou un nom d'auteur est resté attaché, puis une table de toutes les questions particulièrement originales et enfin des index bibliographiques extrêmement riches. D'ailleurs l'auteur a fait d'innombrables emprunts à l'*Intermédiaire des mathématiciens* aux *Nouvelles Annales*, à *Mathesis* et à une foule d'autres périodiques tant étrangers que français.

L'ouvrage peut, dans son corps principal, être divisé en deux parties bien distinctes.

La première partie (environ 200 pages) a trait aux méthodes considérées dans toute leur généralité et indépendamment de la classification qui rangerait un problème plutôt dans tel livre d'Euclide que dans tel autre. Ainsi étant donnés deux points fixes A et B, cherchons le lieu d'un point M tel que $\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2$ soit constant. Ce lieu est un cercle. Soit maintenant à trouver

le lieu d'un point tel que le produit de ses distances à deux droites fixes soit constant. Le lieu est une hyperbole. Par suite les deux problèmes seraient séparés dans bien des ouvrages. Ici ils sont rapprochés et à mon avis, avec beaucoup de raison. Les méthodes de résolution reposent au fond sur un petit nombre de procédés. L'auteur étudie successivement l'emploi des lieux géométriques, des figures auxiliaires, de la transformation des figures. A ce dernier point de vue je signale surtout ce qui est relatif à l'inversion. Il nous montre encore, quand un problème semble rebelle aux méthodes précédentes, comment on peut se permettre de le résoudre d'abord algébriquement pour voir ensuite si la solution se peut construire. Et cette méthode n'est pas si critiquable que beaucoup le croient. J'ai personnellement le souvenir d'un professeur qui avait proposé à ses élèves de construire un triangle connaissant les bissectrices et il était naturellement sous-entendu qu'on ne devait employer que la règle et le compas. Si le professeur en question avait essayé, même grossièrement, de mettre le problème en équations il aurait vu de suite l'absurdité de sa prétention.

La recherche des maxima et des minima termine la partie réservée aux méthodes. Dans la seconde partie (environ 1000 pages) nous appliquons les méthodes à une prodigieuse variété d'exercices qui sont alors rangés dans les livres euclidiens (I à VIII). Une dizaine de pages est consacrée aux problèmes numériques et près de 120 à la géométrie du triangle. Il est impossible de décrire tout cela, justement parce qu'il y a trop de problèmes intéressants et qu'en citer quelques-uns serait injustement faire tort à d'autres.

Un point qui m'a beaucoup frappé c'est l'importance accordée aux notions dualistiques. Beaucoup de problèmes consistent à chercher des enveloppes de lignes tout aussi naturellement que des lieux de points. Quand plusieurs solutions sont possibles, elles sont généralement indiquées toutes.

En résumé l'ouvrage paraît avoir une incomparable puissance didactique et pédagogique tout en gardant la forme élégante qui le rendra non moins précieux à toute personne simplement curieuse des résultats de la géométrie synthétique.

A. BUHL (Montpellier).

JOSEPH KOZAK. — **Grundprobleme der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate**. Zweiter Band, Erster Teil: *Theorie des Schiesswesens auf Grundlage der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Fehlertheorie*, 1 Teil. — 1 vol. gr. in-8°, 400 p.; K. Fromme, Wien u. Leipzig.

Les trois premiers chapitres du volume sont dédiés à l'exposition des fondements de la théorie des probabilités, c'est-à-dire aux définitions fondamentales, au théorème de Bernoulli et à son inversion et à la détermination « a posteriori » des probabilités.

Dans le Ch. IV l'auteur s'occupe des méthodes d'interpolation, sans supposer connus par ses lecteurs ni les premiers fondements du calcul des différences finies, ni les formules interpolatoires de Lagrange et de Newton. Il les développe, et s'occupe ensuite de l'interpolation par la méthode des moindres carrés dont il illustre tout particulièrement les applications à la théorie du tir. La méthode de Tchebychef est exposée en suivant la déduction de Jouffrét, la seule élémentaire des trois connues.

Les trois derniers chapitres sont consacrés exclusivement aux applications de la théorie des erreurs à la théorie des armes à feu, et concernent l'étude de la distribution des points d'impact autour du but, à la mesure de la pré-

cision du tir et à des fonctions d'erreur analytiquement plus simple que la fonction de Gauss et faisant correspondre une probabilité nulle aux erreurs dépassant une certaine valeur finie. Il y a donc dans le volume de M. Kosak un exposé à peu près complet de la théorie générale des probabilités suivie des applications à la théorie du tir, que l'auteur se propose de compléter dans un volume ultérieur nouveau. Il a cherché à rendre les deux parties le plus possible indépendantes l'une de l'autre, afin que le lecteur ne s'intéressant pas à la théorie du tir puisse se borner aux chapitres sur la théorie des probabilités et de l'interpolation. Dans la discussion de problèmes de tir il a même souvent récapitulé brièvement les théorèmes de probabilités, qu'il s'agissait d'appliquer. Il en résulte nécessairement des répétitions que l'auteur n'aurait pu éviter qu'en renonçant partiellement au double but indiqué ; on ne saurait s'en plaindre, comme on ne pourrait pas se plaindre de la longueur quelquefois très prononcée de l'exposition, destinée à des lecteurs n'ayant d'autre bagage mathématique qu'une connaissance très modeste de l'analyse infinitésimale.

En résumé, l'ouvrage de M. le colonel Kosak, qui est écrit avec un grand soin et une sûre connaissance des matières exposées, pourra être consulté utilement non seulement dans les cercles militaires, mais par tous ceux qui désirent être renseignés sur les théories générales abordées par l'auteur. On doit même ajouter que l'application de la théorie des probabilités à l'étude du tir présente des problèmes très intéressants et qu'on chercherait en vain ailleurs : nous devons donc savoir gré à M. Kosak de nous avoir introduit dans un domaine peu connu et digne de l'être.

UGO BROGGI (Rome).

R. DE MONTESSUS. — **Leçons élémentaires sur le calcul des probabilités.** — 1 vol. broché in 8°, de VI, 191 p., 17 figures ; 7 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

L'auteur s'est proposé dans ses leçons « d'initier le curieux des choses savantes à l'étude du Calcul des Probabilités et de leurs applications », Et il a parcouru d'un pas rapide un très long chemin : des premières formules de l'analyse combinatoire et de la définition de dérivée et d'intégrale jusqu'à la théorie des erreurs, à la méthode des moindres carrés et à la discussion de problèmes de probabilités géométriques.

Savamment curieux lui-même des matières qu'il expose, il sait y introduire des observations personnelles et donner ainsi à son exposé le caractère d'une chose venue. C'est par cela et par la considération très large des applications, qu'il réussit à éviter le sens de fatigue et de gêne qui pourraient autrement s'emparer d'un lecteur n'étant pas familiarisé avec les mathématiques.

Quelques-unes des matières traitées ont fait l'objet de publications antérieures de M. de Montessus : telle la définition logique du hasard (et conséquemment la définition de la probabilité mathématique) et la discussion des paradoxes de Saint-Pétersbourg (qu'un philosophe allemand, VON KRIES, avait éclairci d'une façon analogue dans ses *Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung*) et de Bertrand. Le calcul des probabilités n'est pour l'auteur qu'un calcul de fréquences relatives. Il se trouve quelquefois qu'en augmentant le nombre des observations ou des épreuves, le rapport du nombre d'arrivées d'un événement au nombre des observations ou des épreuves tend irrégulièrement vers le rapport d'un nombre de cas favorables à un nombre

de cas possibles. Déterminer la probabilité mathématique c'est chercher ce rapport n'ayant une portée objective et une valeur d'application, que si l'égalité définie (fait d'expérience avant que résultat de calcul) n'est remplie. Elle l'est si certaines conditions (que nous appelons synthétiquement « le hasard ») sont remplies. A la demande « qu'est-ce que le hasard? » l'auteur répond : « Etant donné que certains événements ont un caractère commun et, pour cette raison, constituent une classe, mais diffèrent à certains points de vue, ce qui permet de les ranger en catégories bien définies, le hasard consiste dans l'absence de relations bien définies entre les causes rangeant tel événement de telle classe dans telle catégorie et les caractères distinctifs de telle catégorie ».

Pouvons-nous parler de hasard dans tous les domaines d'applications, considérés par M. de Montessus? Il ne se pose pas une telle question, très intéressante sous beaucoup de rapports : il est permis de douter que, s'il l'eût faite, il aurait peut-être donné une réponse négative pour certains d'entre eux : par exemple pour la théorie de la spéculation et pour les probabilités qu'un jugement soit erroné. Ce n'est vraiment trop sûr que la réponse puisse être affirmative pour les autres domaines : la théorie des erreurs, la théorie des armes à feu ou celle des assurances. Mais celles-ci présentent un intérêt si légitime et si grand, qu'il serait vraiment dommage, que l'auteur eût sacrifié à des scrupules les chapitres si limpides qu'il leur dédie.

M. de Montessus déduit le théorème de Bernoulli par un très élégant procédé de M. de la Vallée-Poussin, vraiment digne d'être connu du plus large public que le beau livre de M. de Montessus lui assure.

Ugo BROGGI (Rome).

J. SCHICK. — **Barytomik.** — 1 vol. in-8° de 76 pp. avec 23 figures.
G. Franzcher Verlag. München und Leipzig.

Ce vocable inusité sert de titre à une brochure intéressante et touffue relative à la géométrie du triangle. L'auteur, en exposant un nombre considérable de propositions, montre que ce sujet, auquel on a déjà tant travaillé, était loin d'être épuisé. Bien que ce ne soit pas chose aisée de résumer, en peu de lignes, un travail de ce genre, nous allons essayer d'en donner une idée.

Un point P est déterminé, dans le plan d'un triangle ABC, tantôt par ses coordonnées barycentriques, tantôt par les rapports mutuels de ses distances aux trois côtés du triangle, tantôt enfin par les côtés a_f , b_f , c_f du triangle obtenu en projetant orthogonalement, en X, Y et Z, le point P sur les côtés du triangle ABC, ce qui revient au fond à un système de coordonnées tripolaires. L'auteur détermine les relations entre un point et son conjugué isogonal, calcule la distance de deux points et cherche un grand nombre de lieux géométriques qui sont presque tous des cercles. De ses résultats généraux, il déduit de nombreux cas particuliers.

Mais le titre même de l'opuscule est dérivé du mot *barytome* et ce terme désigne la droite partant du point X et divisant le segment YZ dans un rapport donné. L'auteur cherche le lieu du point P quand la barytome a une longueur donnée, ou fait un angle donné avec YZ, etc.

Il s'occupe encore de la puissance d'un point relativement au cercle circonscrit et fait quelques excursions dans la géométrie du quadrilatère et du tétraèdre.

L'ouvrage est écrit avec clarté et n'utilise que des moyens élémentaires. Comme dans la plupart des écrits sur la géométrie du triangle, la terminologie est riche en néologismes : nous renverrons à la brochure elle-même le lecteur désireux de connaître les *doubles barytomes*, les *baryzygès*, les *triangles syzygétiques* et autres figures remarquables

M. STUYVAERT (Gand).

H. SARRETTE. — **Précis arithmétique des Calculs d'emprunts à long terme et de valeurs mobilières.** — 1 vol. in-8, 300 p., 10 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

M. Sarrette s'est proposé de faire un traité élémentaire d'opérations financières à long terme à l'usage des financiers, capitalistes ou hommes d'affaires qui auraient oublié les quelques notions d'algèbre utilisées dans les calculs d'annuités. C'est ce qui explique le titre « Précis arithmétique ». L'auteur se borne donc à l'emploi de la méthode arithmétique et se trouve obligé de faire en détails un grand nombre d'exemples qui serviront ensuite de guide pour des calculs analogues.

L'ouvrage est divisé en deux parties. La première est l'exposé complet des règles à suivre dans les calculs des éléments des emprunts et valeurs mobilières : le texte en gros caractères est consacré à la théorie ; le texte en petits caractères, qui tient la plus large place, est réservé aux exemples. Cinq Tables financières, deux de valeurs acquises, deux de valeurs actuelles, une d'annuités, forment la seconde partie. Ces Tables, où les taux varient de $1/8\%$ à 6% , par $1/8^{\text{es}}$, et les périodes de capitalisation de 5 à 100, par 5 unités de temps, comprennent un nombre suffisant de décimales pour permettre la résolution de tous les problèmes courants. Écrit par un praticien dans un but de vulgarisation, cet ouvrage ne peut manquer de rendre de grands services à tous ceux qui s'occupent d'opérations financières ou qui enseignent ces questions dans les écoles de commerce.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

1. Sommaires des principaux périodiques :

American Mathematical Monthly (The), published under the Auspices of the University of Chicago, edited by B. F. FINKEL, E. SLAUGHT & LEON E. DICKSON. Vol. XV, 1908.

Anales de la Facultad de Ciencias de Zaragoza. Año 2. — Publication trimestrielle dirigée par P. SAVIRON et JOSÉ RIUS Y CASAS.