G. Arnoux. — Arithmétique graphique. Les espaces arithmétiques, leurs transformations. (Essais de psychologie et de métaphysique positives). — 1 vol. gr. in 8°. XII + 84 p.; 3 fr.; Gaulhier-Villars, Paris.

Ce tome IV des Oeuvres mathématiques de M. Gomes Teixeira est entièrement consacré à la traduction revue et augmentée du *Tratado de las curvas especiales notables,* couronné par l'Académie des Sciences de Madrid en 1899. Celle-ci avait proposé, en 1892 et en 1895, le travail suivant : faire un « Catalogue méthodique de toutes les courbes d'une classe quelconque ayant reçu un nom spécial, avec une idée succinte de la forme, des équations, et des propriétés générales de chacune d'elles, et une notice des ouvrages ou des auteurs qui en ont fait la première mention ».

Le nouvel exposé que publie actuellement M. Teixeira comprendra deux volumes. Le premier, qui fait l'objet du présent compte rendu, est consacré à l'étude des courbes algébriques planes d'après le programme ci-dessus. On y trouve une étude très approfondie de cubiques et de quartiques, ainsi que de quelques courbes du 6^{me} et du 8^{me} degré.

Dans chacune de ces classes l'auteur a résumé un grand nombre de courbes remarquables, dont il étudie la forme, la construction, la rectification, la quadrature, ainsi que les principales propriétés ; il a soin d'y joindre toujours les indications historiques relatives à la courbe. Il considère aussi les relations de chaque courbe avec les autres.

Dans un second volume M. Teixeira réunira de nombreuses courbes transcendantes planes, quelques classes de courbes planes et les courbes gauches les plus remarquables.

Cette étude méthodique des courbes les plus remarquables représente un travail considérable. Elle sera particulièrement bien accueillie par les professeurs qui cherchent à renouveler leurs exercices et problèmes de Géométrie analytique et d'applications géométrique du Calcul différentiel et intégral. H. F.

G. Arnoux. — **Arithmétique graphique.** *Les espaces arithmétiques, leurs transformations.* (Essais de psychologie et de métaphysique positives). — 1 vol. gr. in 8°. XII + 84 p. ; 3 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

Nous avons signalé ici-même (9^e année, p. 326) l'apparition du deuxième volume de l'Arithmétique graphique, consacré à l'étude des fonctions arithmétiques et des congruences. On se rappelle le rôle qu'ont joué dans cette étude les assemblages de points ou de cases appelés espaces arithmétiques, qui dans le cas du plan se réduisent aux réseaux de carrés. C'est la considération de ces espaces arithmétiques qui a permis à M. Arnoux de deviner, de retrouver et de découvrir les propriétés des nombres entiers et des congruences qu'il établit dans les deux premiers volumes de son Arithmétique graphique.

Il était utile de réunir les propriétés essentielles de ces espaces arithmétiques. C'est ce que MM. Arnoux et Laisant se sont proposé de faire en publiant ce troisième volume de l'Arithmétique. Tandis que les deux premiers volumes contiennent surtout des applications des méthodes imaginées par M. Arnoux, le 3^e volume rédigé aussi en grande partie par M. Laisant est consacré à l'étude des espaces arithmétiques en eux mêmes.

Pour simplifier, les auteurs s'occupent plus spécialement des espaces arithmétiques à deux dimensions. Mais ils montrent comment les résultats obtenus s'étendent aux espaces arithmétiques à un nombre quelconque de dimensions. Les procédés de la géométrie analytique peuvent être appliqués à cette étude, car de même qu'en géométie analytique, les positions des éléments constitutifs des espaces arithmétiques sont définies par leurs coordonnées. Seulement ces coordonnées sont des nombres entiers. Mais c'est la théorie des vecteurs qui fournit l'instrument de recherches le mieux approprié à l'étude des espaces de M. Arnoux.

Les deux premiers chapitres sont consacrés aux espaces illimités et à leurs transformations. Dans les chapitres suivants les auteurs étudient les espaces modulaires. Le 3e chapitre, dû à M. Laisant, traite de la structure de ces espaces; le chapitre IV est consacré à leurs transformations.

Les chapitres V et VI traitent des espaces multi-modulaires et partiellement modulaires. Enfin dans le chapitre VII M. Arnoux donne quelques applications se rapportant surtout aux questions traitées par M. Gaston Tarry.

On saura gré à MM. Arnoux et Laisant d'avoir réuni en un petit volume facile à lire les propriétés essentielles des espaces arithmétiques, base des recherches originales de M. Arnoux.

D. Mirimanoff (Genève).

H. Bouasse. — **Cours de Physique** conforme aux programmes des Certificats et de l'Agrégation de Physique. Fascicule III. *Electricité et Magnétisme.* — 1. vol. gr. in-8° de 412 pages ; 12 fr.; Ch. Delagrave, Paris [1].

C'est surtout dans l'étude des phénomènes électriques et magnétiques que la Physique emploie les théories mathématiques qui semblent les plus difficiles et les plus redoutables aux débutants. Les notions d'intégrales simples, doubles, triples, étendues à des lignes, à des aires planes ou courbes, à des volumes, si on les présente dans l'abstraction, sont choses qui semblent appartenir aux plus hauts domaines de la spéculation analytique. En fait, cette partie de la Science n'aurait probablement jamais été imaginée si elle n'avait traduit de manière absolument nécessaire les réalités de la mécanique des milieux continus. Aussi M. Bouasse paraissant craindre d'une part l'accusation d'employer trop l'analyse, je crois d'autre part avec lui qu'une accusation bien plus terrible est à craindre dans le camp des analystes : celle de ne plus voir assez la Physique dans les théories analytiques qu'elle a fait naître. Au temps de Coulomb et même d'Ampère on connaissait encore trop peu de choses en Electricité et les lacunes étaient trop grandes pour que l'on puisse se représenter l'appareil mathématique admirablement réduit qui donnerait le moyen d'aborder toutes les questions avec la même économie de pensée. Depuis, cet appareil s'est précisé, il tient quelques pages dans le nouveau volume de M. Bouasse ; on l'étudiera d'abord non comme une sèche nomenclature de formules, mais comme un résumé des faits physiques qui, dans la suite, sortiront de là avec une très grande élégance.

Le point capital sur lequel l'auteur insiste d'abord est la formule due à Stokes qui lie le *flux* à travers une aire à la *circulation* le long du contour de la même aire. Avec les physiciens anglais il appelle *curl* du vecteur X, Y, Z le nouveau vecteur

$$\xi = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}, \quad \eta = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}, \quad \zeta = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}.$$

Le flux du second égale la circulation du premier. De ce théorème peuvent sortir d'innombrables applications et notamment toute l'électro-optique.

---

[1] Voir dans l'*Enseign. mathém.*, les analyses du fascicule I (T. IX. 1907, p. 329) et du fascicule II (T. X. 1908. p. 346).