

BIBLIOGRAPHIE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1909)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **14.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

M. V. VOLTERRA, professeur à l'Université de Rome, a été nommé membre de l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg.

Suisse. — M. H. FEHR, professeur à l'Université de Genève, a été nommé membre correspondant de la Société mathématique de Kharkow.

Nécrologie.

Le 7 janvier 1909 est décédé, à Bruxelles, Augustin CAMBIER, ancien inspecteur général de l'enseignement moyen en Belgique, auteur de manuels de géométrie et de trigonométrie très répandus, qui ont exercé une grande influence, surtout par l'importance accordée aux exercices d'application.

— M. H. v. STAHL, professeur à l'Université de Tübingue, est décédé le 6 avril à l'âge de 65 ans.

G. VAILATI — Nous apprenons avec chagrin la mort de Giovanni VAILATI, décédé à Rome, à l'âge de 46 ans, après une longue maladie. Nous comptons pouvoir consacrer une courte notice à cet éminent professeur et savant qui avait toujours témoigné un grand intérêt aux questions de l'enseignement et à l'Histoire et à la Philosophie des mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

W. ROUSE BALL. — **Récréations mathématiques** et problèmes des temps anciens et modernes. — Deuxième édition française traduite d'après la quatrième édition anglaise, et enrichie de nombreuses additions par J. FITZ-PATRICK. — 2 vol. in-16, 355+363 p.; 5 fr. le volume. Librairie Hermann, Paris.

Première partie : Arithmétique, Algèbre et Théorie des nombres. — Cette nouvelle édition de la traduction française de l'ouvrage si remarquable de Rouse Ball, a été faite sur la 4^e édition anglaise. M. Fitz-Patrick ne s'est pas borné au rôle de traducteur, il a enrichi l'ouvrage d'additions nombreuses et importantes. Dans la première partie, notamment, il a introduit une histoire originale et anecdotique de nombres, et plus de cent problèmes extrêmement curieux, dont la solution, bien qu'élémentaire, est parfois délicate. Cette première partie se termine par une note de M. Hermann, sur la comptabilité d'une personne qui dépense plus que son revenu, et la manière de se constituer soi-même une rente viagère.

Deuxième partie : Questions de Géométrie. Questions de mécanique. Questions diverses. Carrés magiques. Problèmes des tracés continus. Trois problèmes de Géométrie. Equations du 3^e degré. — La caractéristique de ce deuxième volume est le nombre et l'extrême variété des questions traitées. Il fait le plus grand honneur au savant anglais M. W. R. Ball, qui a fait preuve d'une ingéniosité et d'une clarté d'exposition remarquables.

M. Fitz-Patrick a fait à l'édition anglaise quelques additions intéressantes :

Sur le carrelage ou parquetage, les carrelages anallagmatiques, le jeu du dominos, constructions approchées pour la quadrature du cercle, histoire anecdotique et curieuse des prétendus inventeurs de la quadrature du cercle.

BARDEY. — **Algebraische Gleichungen** nebst den Resultaten u. den Methoden. — 6. Auflage bearbeitet von F. PIETZKER. — 1 vol. 8°, 420 p., 8 M.; B.-G. Teubner, Leipzig.

M. Pietzker, sur la demande des éditeurs, s'était chargé en 1901 de mener à bien une revision des « Exercices de Bardey »; il en avait profité pour enrichir ce recueil d'un certain nombre d'exercices nouveaux, également résolus, et pour lui apporter quelques modifications nécessitées par le développement des mathématiques pendant le dernier demi-siècle (la première édition datait de 1868). Ces exercices, au nombre d'un millier, ont pour objet la résolution d'équations du deuxième degré ou susceptibles d'être ramenées à ce degré. C'est dans ce domaine ce que l'on peut trouver de plus complet. Pour le maître il constitue un précieux auxiliaire.

Dans cette nouvelle édition, M. Pietzker s'est borné à la correction des fautes d'impressions contenues dans l'édition de 1901.

H. BOUASSE. — **Cours de Physique** conforme aux programmes des Certificats et de l'Agrégation de Physique. Fascicule V. *Electroptique, Ondes hertziennes*. — 1 vol. gr. in-8° de 426 pages : 14 fr. Ch. Delagrave. Paris¹.

En traitant dans les deux fascicules précédents de l'Electricité et de l'Optique, M. Bouasse semblait faire beaucoup d'alléchantes promesses, quant au terrain où ces deux branches pourraient être définitivement réunies. Elles sont largement tenues.

Les équations fondamentales pour le fameux déplacement électrique de Maxwell ont déjà été préparées dans le tome III; nous savons notamment ce qu'il faut entendre par le *pouvoir inducteur* d'un diélectrique. Aussi partant des hypothèses fondamentales sur la proportionnalité de la force et du déplacement électriques, lequel déplacement est assimilable, au point de vue magnétique, à un courant dans un conducteur, nous avons immédiatement les relations d'Ampère et les relations réciproques de Faraday. Il est ensuite extrêmement intéressant de trouver *immédiatement* le vecteur radiant de Poynting dont le flux à travers une surface fermée S exprime la variation d'énergie dans le volume limité par S. Suivant les habitudes de l'auteur, de telles généralités doivent servir de base à tout ce qui suit, mais il a eu aussi le souci constant de ne pas donner ces généralités sous une forme abstraite. Il nous présente immédiatement des calculs élémentaires effectués pour les condensateurs les plus simples et les plus symétriques; bien plus, il rétablit les équations générales d'Ampère et de Faraday dans le cas particulier de phénomènes présentant par rapport à un axe la symétrie des surfaces de révolution.

Il me semble bon de caractériser à la fois les chapitres II, III et IV car, là encore, un plan très simple est manifeste. Il s'agit d'abord d'étudier les ondes hertziennes quant à leur production et leur propagation dans les corps non conducteurs, puis d'en rapprocher les alternances à période très courte

¹ Voir dans l'*Enseign. math.*, les analyses des fascicules I (T. IX. 1907, p. 320), II (T. X. 1908, p. 346), III (T. X. 1908, p. 526), IV (T. XI. 1909, p. 149).

dans les conducteurs et enfin de traiter comme synthèse la télégraphie sans fil, où nous retrouverons à la fois les conducteurs sous forme d'antennes et la perturbation libre dans l'espace à la manière des rayons lumineux.

Mais je ne voudrais pas que cette description en bloc me fasse passer sous silence quelques points particulièrement remarquables, notamment l'arc chantant rapproché des excitateurs; quant à l'ébranlement hertzien dans le conducteur, il est traité avec étude préliminaire de la loi de distribution dans la section droite pour le cas d'un courant alternatif dont la période, d'abord relativement longue, décroît peu à peu.

C'est avec la double réfraction (ch. V) que nous passons véritablement des phénomènes hertiens proprement dits aux phénomènes lumineux. Aucune théorie ne pouvait donner lieu à des considérations plus élégantes et aucune ne pouvait être reliée de manière plus intime avec les considérations du début. Ici les composantes f , g , h du déplacement électrique ne sont plus proportionnelles à celles P , Q , R de la force électrique; il y a généralisation. Les composantes f , g , h sont fonctions linéaires symétriques de P , Q , R . Mais par un choix convenable d'axes les choses se simplifient immédiatement; on retrouve sous une forme à peine plus compliquée les relations d'Ampère et de Faraday et les équations aux dérivées partielles pour P , Q , R peuvent être satisfaites avec une extrême simplicité dans le cas de la propagation par ondes planes.

Alors se placent les admirables calculs et constructions géométriques de Fresnel; ce n'est pas qu'on soit forcé d'aller jusqu'au fond des choses comme le voulait Fresnel; il importe peu qu'on considère la vibration comme parallèle ou perpendiculaire au plan de polarisation, la théorie électro-magnétique étant précisément indépendante d'un choix de cette nature; ce qui importe, c'est de constater l'équivalence de telles hypothèses et, l'esprit libéré par cette constatation, de recourir à la plus commode.

Le chapitre VI est une étude de la lumière elliptique; M. Bouasse y revient sur les propriétés optiques des cristaux et sur des phénomènes interférentiels déjà entrevus dans le fascicule précédent; il a donné la préférence la plus marquée aux phénomènes symétriques soit au point de vue de l'expérimentation soit à celui du calcul. L'obtention de franges colorées en partant de la lumière blanche entraîne des considérations particulièrement curieuses.

Le carré de l'intensité est fonction linéaire de deux termes $\Sigma\Lambda$ et $\Sigma\Lambda \sin 2 \frac{\delta}{2}$ où δ est une différence de phase. $\Sigma\Lambda$ est une superposition de teintes élémentaires reproduisant le blanc mais l'autre terme est *coloré*. L'association de ces deux termes expliquée avec la plus grande clarté les apparences variées de la polarisation chromatique.

Les chapitres VII (Réflexion sur les corps transparents) et VIII (Théorie électro magnétique des corps absorbants) paraissent encore se correspondre de la manière la plus simple, le second n'étant qu'une généralisation du premier. On sait que la théorie de Maxwell exige que les corps transparents soient les diélectriques parfaits; on sait de même que le nombre K qui mesure le pouvoir inducteur doit y être théoriquement égal au carré de l'indice de réfraction. Aussi pour ces corps bien des choses se simplifient; on peut même faire sur la position des vecteurs fondamentaux, et par suite sur la forme des équations de passage, des hypothèses restrictives dont la simplicité paraît d'abord arbitraire mais qui deviennent vite fort admissibles, quand on constate qu'elles conduisent à une vérification parfaite des phéno-

mènes ordinaires de réflexion et de réfraction. C'est ce que M. Bouasse montre d'abord mais il n'a pas voulu s'en tenir là; il reprend le problème du passage d'une manière générale, retrouve la loi de Descartes, la relation de Maxwell et, étudiant les exponentielles représentant les intensités incidente, réfléchie et réfractée, nous fait découvrir qu'un exposant devient réel et négatif pour cette dernière s'il y a réflexion totale; on a ainsi l'onde évanescente presque immédiatement éteinte normalement à la surface réfringente.

A propos des corps absorbants on retrouve les considérations entraînant une analyse analogue. Ici il faut d'abord compléter les relations d'Ampère par un terme où figure la conductibilité; on peut tout de suite, d'ailleurs, suivre la marche d'une onde plane, mais, pour peu qu'on suppose le plan d'absorption différent du plan de l'onde, l'exponentielle relative à celle-ci conserve un paramètre arbitraire; le milieu absorbant, même isotrope, propage dans toutes les directions une infinité d'ondes planes de constitutions diverses. Un emploi très habile de la notation exponentielle permet de réunir aisément des cas paraissant d'abord différents: ainsi la *réfraction métallique* se présente sous les mêmes apparences que la réfraction dans les corps transparents à condition d'introduire un indice indifféremment imaginaire ou réel. Et, au point de vue expérimental, l'auteur a réuni un grand nombre de faits d'une jolie couleur (au sens propre aussi bien qu'au sens figuré) touchant les teintes superficielles des métaux, des corps très absorbants, des matières pulvérulentes, etc... Les équations d'Ampère se compliquent encore pour les milieux anisotropes, sans toutefois cesser d'avoir une forme symétrique et l'on peut toujours y satisfaire facilement dans le cas d'ondes planes.

La théorie de la dispersion (ch. IX) ne peut se faire d'une manière complètement satisfaisante avec la théorie de Maxwell réduite à ce qui précède. Au déplacement maxwellien on est conduit à ajouter celui d'ions associés aux particules matérielles, d'où l'adjonction d'un terme nouveau aux relations d'Ampère.

Comme M. Bouasse a fait précéder ces considérations de faits expérimentaux et qu'il est revenu notamment sur le rôle des flammes et des vapeurs, il conclut en réexaminant, au point de vue optique, la théorie du Soleil faite déjà dans le tome III au point de vue thermique. A propos des éruptions de la chromosphère, il s'arrête à l'opinion bien remarquable qui les fait résulter d'une propagation de mouvement et non d'une projection radiale de matière animée d'une vitesse par trop fantastique.

Avec le chapitre X (Phénomènes lumineux dus au mouvement), nous abordons la théorie de Lorentz. Tout corps en mouvement se déplace par rapport à l'éther, d'où une déformation qui s'ajoute à celle de Maxwell. Nouvelle généralisation des relations d'Ampère et de Faraday; nouvelle application au cas d'une onde plane, puis étude du mouvement de la terre par rapport à l'éther, de l'aberration et du principe de Döppler-Fizeau.

Le chapitre XI aborde la si intéressante dynamique des électrons dans lesquels il convient de distinguer une masse électromagnétique de la masse ordinaire. Modifier le mouvement d'un électron c'est modifier le champ qu'il crée autour de lui; c'est comme si l'on modifiait sa masse sans changer le champ. Il y a même des électrons dont toute la masse a une origine électromagnétique; la matière s'évanouit, il ne reste plus que de l'électricité. Ces idées si captivantes sont exposées avec un charme au moins égal à la clarté; ajoutons d'ailleurs que M. Bouasse ne nous affirme pas que ce qui est vrai-

semblable pour certains électrons (négatifs) le soit pour tous. Les rayons X sont étudiés avec détermination de leur vitesse de propagation égale à celle de la lumière.

L'émission (ch. XII) est traitée dans le cas d'une action électromagnétique exercée directement sur une source (phénomène de Zeemann); elle contient aussi l'intéressant problème de la composition de la lumière blanche. Le spectre avec son infinité d'éléments monochromes est bien l'image d'une série de Fourier dont chaque terme représente une vibration simple. Est-ce là un résultat qui dépend véritablement de la lumière primitive et non du prisme? Si ce dernier extrait la régularité du désordre il est précisément comparable à la méthode même du développement en série trigonométrique; prétendre que le prisme nous trompe équivaldrait sans doute à prétendre que la série de Fourier nous trompe en donnant la même allure trigonométrique à toutes les fonctions qu'elle peut représenter.

Enfin le volume se termine par la Thermodynamique du vide. Le point capital traité dans ce treizième et dernier chapitre concerne la pression de radiation mise en évidence à la fois par de délicats radiomètres et par des phénomènes célestes tels que les queues des comètes.

L'analyse bibliographique d'une telle œuvre est toujours difficile parce que l'on est tenté de tout citer. La compréhension est d'une facilité sans égale à cause de l'unité de l'exposé. Comme ultime résumé de la présente description, je ne puis que répéter que les relations d'Ampère et de Faraday, prises d'abord sous l'aspect le plus simple, ont été généralisées peu à peu, toujours satisfaites en ayant recours à l'onde plane d'où l'obtention, en ligne première et immédiate, des phénomènes les plus utiles et les plus frappants.

A. BUHL (Toulouse).

C.-A. LAISANT & Elie PERRIN. — **Cours d'arithmétique**, (classe de Cinquième B). — 1 vol. in-18 grand-jésus, cartonné à l'anglaise, 247 p.; 2 fr.; Henry Paulin et Cie, Paris.

Les chapitres relatifs à la numérotation, à l'addition, la soustraction et la multiplication, sont établis sur des exemples concrets.

La définition étendue de la division a été amenée, avec précaution, par la considération des problèmes inverses de la multiplication. La règle de la division est accompagnée d'une théorie complète de cette opération, théorie aussi simplifiée que possible; il nous semble bon, en effet, de satisfaire la curiosité, digne d'éloges, des élèves qui désirent se rendre compte du mécanisme de la division, au lieu de se borner à l'apprendre et à calculer comme des automates.

Les théorèmes relatifs à la soustraction et à la combinaison de l'addition et de la soustraction peuvent être considérés comme intuitifs; les démonstrations qui les accompagnent ont pour unique objet de mieux faire pénétrer dans l'esprit de l'élève le sens de la définition théorique de la soustraction.

La théorie de la divisibilité, celle des nombres premiers, ont été un peu développées. Là, comme partout dans l'ouvrage, on trouvera formulées des règles précises, permettant aux élèves de se rompre à la pratique du calcul.

Félix MULLER. — **Führer durch die mathematische Literatur** mit besonderer Berücksichtigung der historisch wichtigen Schriften. — 1 vol. in-8°, 252 p.; 8 Marks; B. G. Teubner, Leipzig.

On néglige souvent dans les cours et les séminaires de mathématiques

d'initier les étudiants aux recherches historiques et bibliographiques. L'ouvrage de M. Müller a précisément pour but de faciliter la tâche du professeur dans cette direction. Sans avoir la prétention de donner une bibliographie très complète sur les publications mathématiques, il est cependant appelé à rendre de grands services aux étudiants et aux professeurs. Dans une *première partie* il présente les ouvrages sur l'histoire des mathématiques les principales œuvres complètes, les éditions classiques, les périodiques mathématiques et les encyclopédies.

La *seconde partie* est consacrée à la philosophie et à la pédagogie des mathématiques, à l'algèbre, à l'arithmétique et à l'analyse élémentaire et supérieure.

La *troisième partie* contient la bibliographie concernant les différentes branches de la géométrie élémentaire et supérieure. L'ouvrage se termine par une table alphabétique des matières, et une table alphabétique des noms des auteurs.

On comprend que dans un ouvrage de ce genre on ne puisse atteindre la perfection dès la première édition. Il se trouve çà et là quelques lacunes. Ainsi, pour n'en citer qu'une, l'auteur ne mentionne pas la Géométrie de Méray. Malgré des lacunes de ce genre ce volume constitue un guide précieux pour le débutant.

H. POINCARÉ. — **Leçons de Mécanique céleste** professées à la Sorbonne.

Tome II¹. Première partie : *Développement de la fonction perturbatrice*.

Deuxième partie : *Théorie de la Lune*. — 2 fascicules gr. in-8° de 165 et 136 p. : 10 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

Les deux parties qui composent ce second volume ont été publiées en fascicules séparés. Je parlerai plus du second que du premier, car mes études personnelles m'ont plus familiarisé avec les théories lunaires qu'avec les nouveautés concernant la fonction perturbatrice. M. Poincaré et les lecteurs de *l'Enseignement mathématique* voudront bien m'excuser à cet égard. L'illustre auteur dont il s'agit ici se trouve fort à l'aise dans des questions très différentes, quelle qu'en soit la difficulté ; heureux l'humble lecteur s'il peut dire sincèrement qu'il en a convenablement étudié seulement un fragment.

Quoi qu'il en soit, le plan de M. Poincaré, en ce qui concerne le développement de la fonction perturbatrice, est aussi simple qu'il pouvait l'être. Il nous rappelle d'abord comment le problème se pose, comment le dit développement dépend à volonté des éléments elliptiques ou d'éléments canoniques formant plusieurs systèmes distincts et comment on peut passer d'une forme à une autre. Puis viennent les propriétés fondamentales des fonctions de Bessel qui jouent toujours le rôle d'instruments préliminaires indispensables.

Les coefficients de Laplace sont formés par l'emploi large et élégant des fonctions elliptiques ; les notations sont celles de Weierstrass et Schwartz. Du cas où les excentricités et les inclinaisons ont été simultanément négligées, nous passons au cas où les excentricités seules sont négligeables. Ici s'introduisent des polynômes considérés en premier lieu par Tisserand, mais liés à une série hypergéométrique à deux variables dont l'étude est due à M. Appell.

¹ Voir l'analyse du tome I dans *l'Ens. math.*, t. VIII, 1906, p. 248.

Enfin, si l'on ne veut négliger ni excentricités ni inclinaisons, on peut avoir recours à un développement comparable à un développement taylorien, mais où les dérivations sont remplacées par des opérateurs plus généraux dus à Newcomb.

Lorsque le développement est complètement obtenu au point de vue formel, il faut encore discuter sa convergence, chercher entre ses termes des relations de récurrence qui peuvent faciliter sa prolongation et enfin examiner un peu aussi comment il se prête aux calculs numériques. Ce sont là trois points importants à chacun desquels un chapitre est consacré. Un dernier point, d'un intérêt et d'une importance extrêmes, consiste à se demander si un terme très éloigné et que, de ce fait, on pourrait croire négligeable, n'est pas susceptible, lors de l'intégration, de s'affecter d'un petit diviseur qui lui ferait représenter alors une perturbation importante. L'examen de cette question termine le fascicule; elle a donné lieu à des travaux récents dûs surtout à MM. Hamy et Féraud; elle se rattache à l'étude des périodes des intégrales doubles, étude ardue où les résultats fondamentaux sont dûs à M. Poincaré lui-même et à M. Picard.

Voyons maintenant la Théorie de la Lune.

C'est d'abord un cas particulier du problème des trois corps si l'on ne considère que le système Lune-Terre-Soleil; il est indispensable ensuite, ne serait-ce que pour mettre en évidence les accélérations séculaires, de tenir compte des perturbations d'origine planétaire. Toutes les théories de la Lune commencent par le premier cas; à l'heure actuelle trois seulement conservent un intérêt direct différent de l'intérêt historique, celles de Delaunay, Hansen et Hill-Brown. C'est la dernière qu'expose M. Poincaré, mais d'une manière extrêmement originale et où ses propres réflexions transparaissent à chaque instant.

Il part des généralités du tome I et résume rapidement les analogies et les différences qui existent entre la théorie des planètes et celle de la Lune. Il aborde ensuite l'inégalité lunaire, la plus facile à mettre en évidence, la *variation*, dont Newton savait déjà faire une théorie géométrique indépendante de toutes les autres. Son étude entraîne l'écriture d'équations linéaires du second ordre auxquelles on satisfait par des séries d'exponentielles imaginaires dépendant du temps. Si m désigne le rapport entre le moyen mouvement sidéral du Soleil et le moyen mouvement synodique de la Lune, on trouve des séries finalement ordonnées suivant les puissances de m^4 , ce qui explique la convergence si avantageuse des développements dûs aux astronomes américains précités.

Les mouvements du nœud et du périégée sont à rapprocher au point de vue analytique; ils dépendent tous deux de l'équation célèbre $z'' + \Theta z = 0$, où le double accent indique une dérivation seconde par rapport au temps, Θ étant une fonction de ce même temps et, plus exactement, une série d'exponentielles par rapport à cette variable. On satisfait à cette équation par la méthode des coefficients indéterminés, d'où une infinité d'équations à une infinité d'inconnues dont le déterminant est naturellement indéfiniment étendu. On sait que ce déterminant a été considéré en premier lieu par Hill et que M. Poincaré en a démontré la convergence.

Le mouvement du périégée s'aborde toutefois moins directement que celui du nœud, et ici se placent des préliminaires utiles quant à toute la suite de l'ouvrage. Supposons que l'on ait intégré deux équations du type

$$F(x, y, x', y', x'', y'', \alpha_1, \alpha_2) = 0$$

où α_1 et α_2 sont des paramètres très petits qui, dans l'intégration en question, ont été considérés comme nuls. Peut-on profiter de ce premier résultat pour passer au cas où α_1 et α_2 ne sont plus nuls? Cette question conduit M. Poincaré aux *équations aux variations* de l'équation précédente et, en général, le problème proposé n'exige plus que des quadratures, tout comme dans l'ordinaire méthode de la variation des constantes.

Ce sont les *équations aux variations* de celles considérées plus haut pour définir l'inégalité appelée *variation* (il est bizarre que le mot *variation* revienne ici deux fois avec des sens totalement différents) qui nous conduisent à celles du mouvement du périhélie et qui même mettent d'autres perturbations en évidence, par exemple celle connue sous le nom d'*évection*.

Jusqu'ici nous n'avons vu que les inégalités les plus immédiates ou de l'ordre le plus inférieur au point de vue analytique. Or ce qui distingue les théories lunaires des théories planétaires, c'est précisément l'existence de termes d'ordre supérieur bien inutiles à considérer pour les planètes, mais dont la Lune ne peut se passer. La méthode de recherche de ces termes offre une remarquable unité, bien mise en lumière par M. Poincaré, avec les méthodes aux variations dont il était question il y a un instant. Si l'on a des termes jusqu'à un ordre k , la recherche de ceux d'ordre $k + 1$ dépend des équations aux variations des équations qui ont donné les premiers. On conçoit que de telles recherches soient pénibles; l'aspect analytique est cependant uniforme. Même méthode pour l'obtention des inégalités planétaires; on tient compte de l'action d'un quatrième corps au moyen des équations aux variations des équations du problème des trois corps.

Ces perturbations d'origine planétaire se traduisent par les accélérations séculaires du nœud, du périhélie et de l'astre lui-même.

Le sujet est très difficile mais partout le génie de M. Poincaré y a laissé son empreinte; aucun ouvrage, pas même les mémoires originaux de Hill et Brown ne semble plus accessible. Puisse cette remarque encourager à l'étude d'une œuvre où il y a beaucoup de peine et beaucoup d'honneur à recueillir.

A. BUHL (Toulouse).

ARNOLD REYMOND. — **Logique et Mathématiques.** Essai historique et critique sur le nombre infini. — 1 vol. in-8°, 218 p.; 5 fr.; Foyer solidariste, Saint-Blaise (Suisse).

Dans cette thèse, soutenue devant la Faculté des Lettres de Genève, M. A. Reymond aborde à son tour les questions qui, si souvent au cours de ces dernières années, ont divisé les philosophes et mathématiciens: l'infini, son rôle en mathématiques, la relation des Mathématiques et de la Logique sont choses sur lesquelles, malgré tant de discussions, l'accord ne semble pas près de s'établir. « Si éloignées qu'elles paraissent être du réel, les mathématiques conservent comme lui un élément synthétique réfractaire à toute analyse ». « L'analyse pure, sans doute, ne relève que de ce principe (de contradiction), restriction faite de l'idée de succession par laquelle elle forme indéfiniment les nombres. Mais cette notion qu'elle accepte comme un fait, implique toujours un jugement synthétique à priori, tant que le nombre infini ne pourra être conçu comme une réalité ». Ces citations expliquent suffisamment le point de vue de l'auteur et son attitude négative en face des prétentions excessives des logisticiens. Kantien modéré, il se rallie aux

thèses soutenues avec une verve si amusante par M. Poincaré dans ces articles incisifs sur ou plutôt contre la Logistique.

Comme mathématicien nous acceptons avec empressement ce point de vue ; mais si, dans l'ensemble, nous nous trouvons en pleine communion d'idées avec M. Reymond, nous aurons à opposer au détail de son argumentation d'assez nombreuses et importantes réserves. Ainsi, à propos du vieux problème d'une variable tendant vers une limite, l'auteur se demande si la limite est atteinte ou non, et juge la rigueur mathématique compromise au second cas, qui est, en fait, le plus fréquent. Il y a là, nous semble-t-il, une méprise, dans laquelle sont tombés d'ailleurs plusieurs philosophes et non les moindres ; une critique plus approfondie aurait pu n'en rien laisser subsister. De même les discussions sur le zéro, le continu, les notions d'infini et d'infini ne nous ont pas entièrement satisfait et nous paraissent pas suffisamment prouvées pour que les conclusions de l'auteur s'imposent comme définitives.

Quoi qu'il en soit de ces réserves, la thèse de M. Reymond est l'œuvre d'un esprit curieux et informé. Des détails historiques bien choisis, une documentation abondante, rendent son livre aussi agréable à la lecture, qu'il est profitable par les réflexions, et aussi les résistances, qu'il provoque.

C. CAILLER (Genève).

P. SCHAFHEITLIN. — **Die Theorie der Besselschen Funktionen.** Collection de monographies mathématiques et physiques dirigée par E. JAHNKE. — 1 vol. in-16, 132 p., 3 M. 20 ; Teubner, Leipzig.

Destinée, comme la Collection dont elle fait partie, à orienter les techniciens et les étudiants avec le minimum de temps et d'effets, la monographie de M. Schafheitlin atteint excellemment son but. Ces quelques pages se lisent avec la plus grande aisance et donnent de la Théorie des fonctions besséliennes un exposé fort élégant et suffisamment complet. Dans ce genre d'*introductions*, surtout si l'espace dont on dispose est limité, on ne peut en effet tout dire et la difficulté réside surtout dans le choix des sacrifices nécessaires. Pour ma part je regrette que l'auteur n'ait pas élargi un peu son plan en consacrant un ou deux paragraphes aux applications, les fonctions de Bessel en offrent en abondance. N'eut-il pas fallu aussi mentionner, parmi les séries, celle obtenue par Neumann et Gegenbauer pour l'argument

$$\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta},$$

et parmi les intégrales, le théorème d'inversion par lequel se trouvent généralisées les intégrales de Fournier ?

Malgré des lacunes inévitables, l'ouvrage de M. Schafheitlin n'en mérite pas moins d'être chaudement recommandé à tous ceux, ingénieurs, physiciens ou mathématiciens, qui abordent l'étude si attrayante des fonctions de Bessel.

C. CAILLER (Genève).

F. SCHNEIDER. — **Zur Methodik der Elementar-Mathematik.** Winke für Lehramtskandidaten und jüngere Lehrer. — 1 vol. in-8° de VI-68 p., 30 fig. ; F. Grub, Stuttgart et Berlin.

Les conseils de l'auteur se rapportent les uns au travail du professeur,

aux mots et définitions qu'il emploie, — à l'exposé oral ou écrit d'un problème ou d'un théorème; — les autres concernent le travail de l'élève, — ses dessins, la disposition des calculs dans certaines solutions, la tenue des cahiers et même l'écriture.

L'ouvrage se partage en 3 chapitres : le 1^{er} (pages 1 à 14) est consacré à l'arithmétique, — le 2^{me} (p. 15 à 22) à l'algèbre, — le 3^{me} (p. 23 à 40) à la géométrie. — Une vingtaine de problèmes résolus (p. 41 à 65) illustrent les conseils de M. Schneider.

Ce petit volume ne renferme pas d'idées neuves et l'auteur paraît ignorer les nouvelles méthodes de l'enseignement élémentaire des mathématiques. Néanmoins, les jeunes professeurs et futurs maîtres, auxquels l'ouvrage est d'ailleurs destiné, y trouveront d'utiles avis.

Aug LALIVE (La Chaux-de-Fonds).

H. WIELEITNER. — **Spezielle ebene Kurven** (Sammlung Schubert). — 1 vol. cart. 409 p.; 12 M.; Göschen, Leipzig.

La collection Schubert nous a déjà donné un grand nombre de beaux ouvrages mathématiques, remarquables par leur exposé à la fois très scientifique et didactique. L'un des récents volumes de cette série qui a pour objet les courbes planes spéciales (*Spezielle ebene Kurven*), par M. Wieleitner, conserve ces mêmes qualités. Les professeurs de mathématiques, aussi bien que les étudiants, le trouveront extrêmement intéressant à plus d'un point de vue. Comme l'auteur le dit lui-même dans son introduction, il a voulu créer un traité descriptif des principales courbes connues.

Les premiers chapitres, consacrés aux cissoïdes, aux conchoïdes et à diverses courbes engendrées cinématiquement, contiennent une foule de notions intéressantes et surtout bien ordonnées. Toutes les courbes parentes à celles que nous venons d'indiquer y sont développées d'une manière très élégante. Le lecteur étudiera sans difficulté leur génération, leurs équations, les relations qui les lient, ainsi que les applications du calcul intégral à leur théorie.

Ce qui constitue la nouveauté essentielle de ce traité, c'est l'utilisation fréquente des principes de la géométrie cinématique dans l'étude de ces courbes. L'auteur a recherché le système mobile générateur de la plupart des cas. Il établit ensuite la base et la roulante de chaque mouvement, ainsi que les trajectoires principales. C'est à notre point de vue la plus belle application connue des principes de cette science relativement récente.

Dans les chapitres qui suivent, M. Wieleitner fait ressortir d'abord les éléments de la géométrie naturelle, éléments desquels il s'était déjà servi auparavant, mais seulement en passant. Il les applique ensuite d'une manière très originale à toutes les courbes cycloïdales, aux trochoïdes et aux roulettes de diverse nature. Le dernier chapitre est consacré aux transformations de coordonnées et à l'emploi de celles-ci dans la théorie de courbes particulières, comme les courbes en W, les radiales et les arcuïdes.

De toute manière le lecteur trouvera un immense intérêt à l'étude de cet Ouvrage, qui peut être considéré comme un exposé complet des principales courbes connues, étudiées à l'aide des théories les plus modernes de la Géométrie.

L. CRELIER (Bienne).

R. ZORETTI. — **Leçons d'algèbre**, (classe de mathématiques A et B). — 1 vol. in-18 grand-jésus, cartonné à l'anglaise; 464 p.; 6 fr.; Henry Paulin et Cie, Paris.

L'ordre suivi dans ces leçons d'algèbre, s'il n'est pas absolument celui du programme des classes de mathématiques, est tout à fait conforme à son esprit. Une distinction très nette a été établie entre la théorie des équations et l'étude des fonctions. Il est plus facile ainsi d'être rigoureux dans la première partie et de faire au contraire de fréquents appels à l'intuition dans la seconde comme l'indique le programme français.

Dans le calcul algébrique, on a, pour la première fois, rapproché toutes les applications des nombres affectés de signes aux segments, angles arcs, coordonnées. L'élève se familiarise ainsi plus facilement avec ces notions si utiles.

Nous appelons tout particulièrement l'attention des lecteurs sur le soin avec lequel on a traité la construction des courbes; toutes les données numériques ont été construites avec rigueur et le graphique est aussi exact que possible. Le rôle des échelles a été précisé.

Les tendances modernes de l'enseignement juxtaposent à l'enseignement logique et abstrait l'enseignement pratique et concret. Dans cet excellent manuel l'auteur montre comment les deux méthodes peuvent et doivent co-exister dans l'enseignement de l'algèbre élémentaire.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

1. Sommaires des principaux périodiques :

Acta Mathematica, dirigé par MITTAG-LEFLER. T. XXXII. Stockholm.

Fasc. 1 et 2. — S. HERMANN : Ueber eine Riemansche Funktionenklasse mit zerfallender Thetafunktion. — F. HARTOGS : Ueber die aus den singulären Stellen einer analytischen Funktion mehrerer veränderlichen bestehenden Gebilde. — A. KORN : Ueber die Cosserat'schen Funktionentripel und ihre Anwendung in der Elastizitätstheorie. — R. BAIRE : Sur la représentation des fonctions discontinues. — A. SCHENFLIESS : Ueber eine vermeintliche Antinomie der Mengenlehre. — E. ZERMELO : Sur les ensembles finis et le principe de l'induction complète. — H. POINCARÉ : Réflexions sur les deux notes précédentes.

Annali di Matematica. — Directeurs : L. BIANCHI, O. DINI, G. JUNG, C. SEGRE. — Série III. T. XVI Rebeschini di Turati e C., Milan.

Fasc. 1-2. — WRIGHT : Corresponding dynamical Systems. — BELOCH : Sulle trasformazioni birazionali nello spazio. — MANFREDINI : Sulla deformazione delle quadriche generali. — AMOROSO : Ricerche intorno alle equa-