MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1909)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **14.09.2024**

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Sur une question élémentaire de divisibilité.

Les caractères de divisibilité, que je me propose d'étudier dans cette petite note, me paraissent de quelque intérêt pour l'enseignement. Leurs démonstrations sont d'une extrême simplicité et ont l'avantage d'une grande généralité.

Nous allons établir certaines règles sur la divisibilité par 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31..... des nombres écrits dans le système décimal.

Soit k un des nombres 7, 11, 13, ..., et K et K′ des multiples quelconques du nombre correspondant k.

J'écris un nombre quelconque :

$$z = 10x + y$$

et je suppose qu'il soit divisible par k.

On a donc :

$$10x + y \equiv 0 \pmod{k} .$$

Les nombres entiers x et y (y toujours plus petit que 10) ont alors les expressions :

$$x = \mathrm{K} + m , \qquad y = -9\mathrm{K} - 10m ,$$

m étant un entier quelconque.

Je forme

$$x + \lambda y = \mathrm{K}' + m(1 - \lambda 10)$$

et je choisis le nombre λ de manière que $1 - \lambda 10$ soit un multiple de k.

Soit par exemple $k = 7$. Nous obtenons alors

$$\lambda = -2 .$$

Il est en effet :

$$1 + 2 . 10 = 21$$

et nous avons cette règle :

Pour prouver la divisibilité par 7 d'un nombre écrit dans le système décimal, je considère le nombre qui figure à la gauche des *unités, j'en soustrais les unités multipliées par 2. Si le reste est divisible par 7, le nombre donné l'est aussi.*

Par exemple :

$$294 \;,\quad 29 \mid 4 \;,\quad 29 - 8 = 21 \;.$$

Pour les nombres indiqués plus haut nous obtenons le tableau :

k	7	11	13	17	19	23	29	31	.....
λ	-2	-1	$+4$	-5	$+2$	$+7$	$+3$	-3	.....

On forme facilement pour chacun de ces nombres une règle analogue à celle que nous venons d'énoncer pour le nombre 7.

R. Suppantschitsch (Vienne).

Démonstration vectorielle d'une construction des axes d'une ellipse.

Par l'extrémité P d'un diamètre d'une ellipse de centre O, nous menons la perpendiculaire à son diamètre conjugué OQ et nous prenons sur cette normale les points M et N tels que

$$\overline{\mathrm{PM}} = \overline{\mathrm{PN}} = \overline{\mathrm{OQ}} \;.$$

Si a et b sont les longueurs des demi-axes de l'ellipse, on a

$$\overline{\mathrm{OM}} = a + b \;,\quad \overline{\mathrm{ON}} = a - b$$

et les bissectrices des angles formés par les droites OM, ON sont les axes, en position, de l'ellipse.

Cette construction, très simple, des axes d'une ellipse dont deux diamètres conjugués sont donnés, est bien connue ; elle est due à Chasles.

Nous indiquons la démonstration vectorielle, fort simple elle-même, pour donner un nouvel exemple de l'utilité de la méthode vectorielle en Géométrie analytique.

Soit I un vecteur-unité parallèle au grand axe de l'ellipse. Pour le point P on a, φ étant l'angle excentrique et i la rotation d'un angle droit dans le plan de la courbe

$$\mathrm{P} = \mathrm{O} + a\cos\varphi\,\mathrm{I} + b\sin\varphi i\,\mathrm{I} \;. \tag{1}$$

Pour le point Q on a

$$\mathrm{Q} = \mathrm{O} + \frac{d\mathrm{P}}{d\varphi} \;, \tag{2}$$

car, Q est donné par (1) en remplaçant φ par $\frac{\pi}{2} + \varphi$, et le diamètre OQ doit être parallèle à la tangente au point P.

On a encore, par la construction de M, N et d'après (2)

$$M = P - i\frac{dP}{d\varphi}, \qquad N = P + i\frac{dP}{d\varphi}$$

ou bien, en vertu de (1),

$$M = O + (a + b) [\cos\varphi\, I + \sin\varphi i\, I]$$

$$N = O + (a - b) [\cos\varphi\, I - \sin\varphi i\, I],$$

dont on déduit

$$\mathrm{mod}(M - O) = a + b, \qquad \mathrm{mod}(N - O) = a - b,$$

$$\frac{M - O}{a + b} + \frac{N - O}{a - b} = 2\cos\varphi\, I, \qquad \frac{M - O}{a + b} - \frac{N - O}{a - b} = 2\sin\varphi i\, I,$$

ce qui démontre la construction de CHASLES.

C. BURALI-FORTI (Turin).

A propos d'un théorème de M. Arnoux.

Lettre adressée à M. C. A LAISANT.

Cher monsieur,

J'ai remarqué récemment dans l'*Enseignement mathématique*, (15 mai 1908, p. 221) un article intitulé « Un nouveau théorème d'arithmétique » où vous signalez un théorème dû à M. Arnoux; vous pensez que ce théorème est nouveau. Il me semble que c'est une erreur. Dans « P. Bachmann's *Niedere Zahlentheorie* » (pp. 83-84, N° 8), on donne une méthode pour la solution des congruences simultanées, laquelle me paraît contenir implicitement le même principe. Cette méthode est due à Gauss, mais l'auteur appelle l'attention sur le fait qu'elle a été connue des Chinois il y a bien des siècles.

Votre bien dévoué,

E. B. ESCOTT *(Ann Arbor, Mich.)*

Je remercie M. Escott de son intéressant renseignement. Je croyais la proposition nouvelle, sans en être sûr; elle est en tous cas digne de remarque, et le mérite de M. Arnoux reste entier, car il est permis de se rencontrer avec Gauss, et aussi avec les mathématiciens de l'antiquité chinoise. C. A. L.