A. Wangerin. — Théorie des Potentials und der Kugelfunktionen (Sâmmlung Schubert LVIII). 1. Teil. — 1 vol. rel. VIII + 255 p. ; M. 6.60; Göschen, Leipzig.

Autor(en): **Mirimanoff, D.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1910)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **16.07.2024**

l'oblige à une collaboration active en lui demandant de faire des comparaisons et des vérifications continuelles, soit avec les objets soit avec les figures qu'il rencontre. Par ce moyen l'écolier voit l'utilité pratique de ce qu'il a appris et il éprouve aussi le besoin de savoir; après avoir vérifié qu'une propriété d'une figure donnée est exacte, il se demande pourquoi il en est ainsi. Pour ne pas laisser inassouvie cette curiosité naturelle, l'auteur donne parfois, à côté de la vérification des propositions une démonstration simple, basée sur le raisonnement, et il en profite pour comparer dans les années suivantes les deux méthodes, la méthode expérimentale et la méthode rationnelle.

Les principaux caractères du livre peuvent se résumer rapidement : chaque proposition y est énoncée seulement pour les figures qui correspondent à des objets qu'on peut directement observer : c'est pour cela qu'on n'y parle ni de droites, ni de plans, ni d'espace illimité, et en ceci particulièrement ce livre diffère des livres analogues qui, sans aucune justification, étendent toutes les notions des objets qu'on peut observer directement, à la droite, au plan, à l'espace illimité, que personne ne peut ni ne pourra jamais observer. Chaque proposition y est assujettie à des constatations ou à une vérification expérimentale, demandant le secours d'instruments d'un usage commun, comme la règle graduée, l'équerre, etc.; — on n'y énonce pas des propositions sous une forme logiquement déterminée, mais on recourt à l'image des figures pour leur donner les noms opportuns, pour en relever les propriétés les plus évidentes. On voit que l'auteur vise toujours à ce que ce livre serve plus particulièrement de préparation à l'étude de la géométrie rationnelle et que pour cela, il fait en sorte que quand l'écolier commencera l'étude de celle-ci, il ne se trouve jamais en contradiction, même apparente, avec les conceptions, les définitions ou les règles qu'il a apprises.

Le deuxième volume en est déjà à sa quatrième édition et cela montre clairement avec quelle sympathie il a été accueilli dans les écoles. La géométrie intuitive faisait pressentir, comme je l'ai déjà dit, la possibilité d'une autre méthode, la méthode rationnelle, méthode faite d'observation intuitive et de raisonnement où, partant de la plus petite série d'observations intuitives et de propriétés des figures matérielles, on donne sous forme de postulats les propriétés mêmes des figures géométriques comme des données fondamentales. On en déduit ensuite par le raisonnement seulement, et comme conséquence logique des premières, toutes les autres propriétés, sans le secours d'aucune vérification pratique, et avec la condition que, faisant abstraction de l'intuition, base nécessaire pour établir la signification des conceptions abstraites et pour énoncer les postulats, il reste un ensemble bien ordonné de propositions logiquement déterminées et ordonnées, indépendantes de la signification géométrique fournie par l'intuition.

L'un et l'autre de ces deux volumes sont enrichis d'une large série d'exercices très bien imaginés et propres à faire ressortir et à rappeler les propriétés apprises.

C. Alasia (Brindisi).

A. Wangerin. — **Théorie des Potentials und der Kugelfunktionen** *(Sammlung Schubert LVIII)*. 1. Teil. — 1 vol. rel. VIII + 255 p.; M. 6.60; Göschen, Leipzig.

L'Ouvrage de M. Wangerin fait partie de la collection Schubert, bien connue des lecteurs de l'*Ens. Math.* Le premier volume, seul paru, est consacré à cette belle théorie du potentiel qui a donné lieu à tant d'admirables travaux et à laquelle se rattachent les importantes recherches de ces dernières années sur le principe de Dirichlet et l'électrodynamique nouvelle. Déjà M. Grimsehl en a donné des applications intéressantes dans le numéro 38 de la même collection, mais il n'entrait pas dans le plan de son ouvrage d'exposer la théorie mathématique du potentiel. Ici, au contraire, cette théorie est le but principal visé par l'auteur et les exemples ne servent qu'à mettre en lumière des résultats abstraits parfois difficiles à démontrer.

Dans les premiers chapitres du livre, M. Wangerin établit les propriétés caractéristiques du potentiel et des composantes de l'attraction newtonienne dans le cas où le point attiré est extérieur aux masses attirantes. Pour faciliter cette étude, l'auteur commence par traiter quelques exemples simples où l'attraction s'obtient par le calcul direct des intégrales fondamentales. L'auteur passe ensuite à l'étude beaucoup plus difficile du potentiel et de ses dérivées des deux premiers ordres dans le cas où le point attiré est situé au sein des masses attirantes. Que deviennent alors les intégrales fondamentales ? M. Wangerin explique comment les définitions primitives doivent être modifiées pour que ces intégrales aient un sens. Dans le cas d'un volume attirant les propriétés classiques du potentiel sont établies en partant des formules connues de Gauss et ce sont les variations du laplacien qui fournissent les sauts brusques des dérivées secondes lorsque le point attiré franchit la surface du volume attirant. Le cas d'une surface attirante se traite à l'aide des mêmes formules et l'auteur en déduit sans peine les propriétés caractéristiques des composantes de l'attraction dans le voisinage de la surface. Il s'arrête moins longuement sur le cas d'une ligne attirante, et après avoir résumé les propriétés fondamentales du potentiel relatives aux cas considérés il montre que ces propriétés sont caractéristiques du potentiel newtonien. Tels sont les points principaux traités dans la première partie du livre de M. Wangerin.

Dans la seconde, l'auteur passe à l'étude de l'attraction obéissant à des lois différentes de celle de Newton. Cette étude conduit à des rapprochements curieux, qui permettent de nous rendre mieux compte de la valeur relative des propriétés établies dans la première partie du livre. Nous passons ensuite à la théorie du potentiel logarithmique qui, dans le plan, joue un rôle analogue à celui du potentiel newtonien dans l'espace à trois dimensions. Un long chapitre est consacré au potentiel de doubles couches. Pour établir les propriétés caractéristiques de ce potentiel, M. Wangerin s'appuie sur la formule célèbre de Stokes, dont il donne une démonstration intuitive, et sur les propriétés déjà connues du potentiel de simple couche.

Enfin, la troisième et dernière partie du livre est consacrée à l'attraction des ellipsoïdes homogènes. Dans le cas où le point attiré est intérieur à la masse attirante, les composantes de l'attraction s'obtiennent directement en transformant convenablement les intégrales fondamentales, mais le cas plus difficile d'un point extérieur à l'ellipsoïde est traité à l'aide du théorème connu d'Ivory, qui permet de ramener le second problème au premier. Parmi les conséquences très curieuses indiquées par M. Wangerin, je signalerai le théorème de Mac-Laurin sur l'attraction de deux ellipsoïdes homofocaux, et l'étude de l'attraction d'une couche infiniment mince comprise entre deux ellipsoïdes semblables. Dans le dernier chapitre du livre, M. Wangerin applique les résultats obtenus à l'étude des figures d'équilibre d'un liquide animé d'un mouvement de rotation.

L'excellent ouvrage de M. Wangerin n'est pas destiné aux spécialistes, bien que des spécialistes puissent trouver du profit à lire un livre où se trouvent résumés, sous un aspect nouveau, des résultats connus. Mais il rendra surtout de réels services aux étudiants et aux débutants et leur donnera le goût de ces études et le désir de les approfondir. Du reste, M. Wangerin renvoie lui-même aux sources originales toutes les fois qu'il se contente d'indiquer un résultat sans le démontrer.

Il est à regretter que l'auteur de la « Théorie des Potentiels » n'ait pas songé à se servir, dans la théorie des champs newtoniens, de quelques-unes des notations si commodes de l'analyse vectorielle. Il y aurait cependant un avantage réel à introduire dans l'étude de ces champs les notions de « curl », de « gradient », de « divergence cubique » et de « divergence de surface », comme le fait, par exemple, M. Abraham, dans son excellent traité « Theorie der Elektrizität ».

D. Mirimanoff (Genève).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

1. Publications périodiques :

Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, Direttore G.-B. Guccia : Tome XXVII, 1er semestre, 1909.

U. Sbrana : Sulle varietà ad n — 1 dimensioni deformabili nello spazio euclideo ad n dimensioni. — E. Landau : Neue Beiträge zur analytischen Zahlentheorie. — D. Hilbert : Wesen und Ziele einer Analysis der unendlichvielen unabhängigen Variabeln. — W. von Dyck : Die Encyklopädie der mathematischen Wissenchaften. — W. Schnee : Ueber Dirichlet'sche Reihen. — A. Kneser : Integralgleichungen und Darstellung willkürlicher Funktionen von zwei Variabeln. — G. Scorza : Sulle varietà a quattro dimensioni di s_r ($r \geqq 9$) i cui s_4 tangenti si tagliano a due a due. — E. Borel : Les probabilités dénombrables et leurs applications arithmétiques. — G. Remoundos : Sur la réductibilité des équations algébriques par des substitutions linéaires. — Brusotti : Ricerche sui fasci di quadriche nello spazio ordinario. — Poincaré : Sur la réduction des intégrales abéliennes et les fonctions fuchsiennes. — H. Dulac : Intégrales passant par un point singulier d'une équation différentielle. — H. Weyl : Ueber beschränkte quadratische Formen, deren Differenz vollstetig ist. — J. Lüroth : Bemerkungen über die Auflösung der trinomischen Gleichungen.

Tome XXVIII, 2e semestre, 1909. — M. Abraham : Zur Elektrodynamik bewegter Körper. — O. Nicoletti : Sulla caratteristica delle matrici di Sylvester e di Bezout. (Da una lettera al Prof. Alfredo Capelli). — F. Severi : Fondamenti per la Geometria sulle varietà algebriche. — O. Tœplitz : Ueber die Auflösung unendlichvieler linearer Gleichungen mit unendlichvielen Unbekannten. — G. Pucciano : Contributo alla critica di alcune questioni che si riattaccano all'integrazione dell'equazione differenziale di Laplace. —