Sous-Commission française. RAPPORT SUR LES DIPLOMES D'ÉTUDES SUPÉRIEURES DE SCIENCES MATHÉMATIQUES EN FRANCE

Autor(en): **de Saint-Germain, A.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1910)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **14.08.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-12779

COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Sous-Commission française.

RAPPORT SUR LES DIPLOMES D'ÉTUDES SUPÉRIEURES DE SCIENCES MATHÉMATHIQUES EN FRANCE

Par A. DE SAINT-GERMAIN (Paris).

L'étude des matières d'ordre supérieur a été récemment développée d'une manière appréciable, dans nos Facultés des Sciences, par l'introduction d'une épreuve nouvelle imposée aux candidats au concours d'agrégation[1]. Ce concours, on le sait, a pour objet principal le recrutement des professeurs titulaires dans nos lycées. Jusqu'en 1907, les candidats, munis de quatre *certificats d'études* correspondant à la licence, avaient seulement à subir, dans un intervalle de cinq ou six semaines, les épreuves du concours proprement dit, les unes écrites, les suivantes orales et pratiques, permettant de juger leur savoir et leurs aptitudes pédagogiques. Le Ministre estima qu'après avoir conquis le grade de licencié, les candidats gagneraient à poursuivre, pendant une année au moins, leurs études générales et théoriques dont la sanction serait le *Diplôme d'études supérieures*, organisé par arrêté du 18 juin 1904 ; ils pourraient ensuite mieux se préparer à un concours dont le caractère serait nettement professionnel, le sujet des leçons à faire comme épreuves étant tiré des programmes des lycées.

Pour le diplôme d'études supérieures de mathématiques, il y a *deux sortes d'épreuves :*

1° Composition d'un Mémoire sur un sujet agréé par la Faculté ;

[1] Au sujet du rapport de M. de SAINT-GERMAIN, nous sommes heureux de rappeler que l'*Enseignement mathématique* a déjà entretenu ses lecteurs des Diplômes d'études supérieures. Un article de M. BUHL (T. X, 1908, p. 372) a attiré l'attention sur eux et plus particulièrement sur leur préparation à la Faculté des Sciences de Montpellier. Cet article est suivi du résumé d'un mémoire écrit, pour l'obtention du diplôme, par M. Costabel, élève de la Faculté. M. de Saint-Germain mentionne d'ailleurs plus loin ce mémoire sous la rubrique : Analyse supérieure.
N. d. l. R.

2° Interrogations sur ce travail et sur des questions indiquées trois mois à l'avance et se rapportant à la même partie des mathématiques.

Le Mémoire a pour objet soit un travail original, soit l'exposé, total ou partiel, d'un mémoire ou d'un cours d'ordre supérieur aux programmes fondamentaux du calcul infinitésimal et de la mécanique. Dans ce dernier cas, un simple résumé ne saurait suffire; le candidat doit présenter les théories et les démonstrations sous une forme nouvelle, ou démontrer des propositions, effectuer des calculs que l'auteur ou le professeur n'ont fait qu'indiquer, ou enfin traiter quelques applications originales.

L'arrêté de 1904 ajoute que seront tenus pour équivalents au *diplôme* d'études supérieures de mathématiques les *certificats* portant sur l'une des matières suivantes : Analyse supérieure, Géométrie supérieure, Mécanique céleste, Physique mathématique, Mécanique physique et expérimentale. Ces certificats ne sont délivrés que dans quelques Facultés; mais là, ils sont généralement recherchés de préférence au diplôme : celui-ci exige, dans une certaine mesure, des découvertes que le candidat peut ne pas trouver dans le domaine dont il tente l'exploration; au contraire, l'étudiant qui suit avec zèle et intelligence le cours fait par un bon maître en vue d'un des certificats équivalents au diplôme est presque sûr d'obtenir le certificat; en outre il aura acquis un bagage de connaissances plus considérable que le camarade qui aura concentré ses efforts, plus ou moins inexpérimentés, sur une question spéciale. En tous cas, les uns et les autres auront utilement fortifié leur éducation scientifique avant d'aborder la préparation du concours professionnel.

La statistique montre bien que les certificats ont été recherchés, de préférence au diplôme supérieur de mathématiques, dans les Facultés où l'option était possible. Pendant les années 1906, 1907, 1908 et 1909, les Facultés françaises ont délivré 27 diplômes de mathématiques contre 65 de sciences physiques et 40 de sciences naturelles : à Paris, en particulier, 59 diplômes ont été conférés, pas un seul pour les mathématiques. Et l'on doit noter que les candidats à l'agrégation de mathématiques sont sensiblement plus nombreux que ceux qui concourent pour l'agrégation des sciences physiques et surtout des sciences naturelles.

Nous bornant aux diplômes de mathématiques, nous voyons qu'il en a été délivré 1 en 1906, 11 en 1907, 6 en 1908, 9 en 1909.

Au point de vue de leur répartition entre les diverses Facultés, on a les résultats suivants :

7 pour la Faculté de Montpellier,
6 pour la Faculté de Grenoble,
3 pour les Facultés de Bordeaux et de Nancy,
2 pour celles de Lyon et de Marseille,

1 pour celles de Clermont, Dijon, Rennes, Toulouse;
aucun pour celles de Besançon, Caen, Lille, Paris, Poitiers.

Ces diplômes ont été obtenus par des élèves des Facultés, aspirant à l'agrégation, quoique en principe ils puissent être recherchés par tout le monde, sans conditions de grades ni de nationalité.

Pour les épreuves orales, d'ailleurs éliminatoires, on ne peut guère que constater que les jurys d'examen les ont toujours déclarées satisfaisantes ou très satisfaisantes et je crois peu utile d'indiquer les sujets proposés aux candidats, généralement en dehors des programmes fondamentaux. Au contraire, il y a peut-être quelque intérêt à passer en revue les questions traitées dans les différents Mémoires, avec une appréciation sommaire du travail présenté. Je les grouperai d'après la branche des Mathématiques à laquelle ils se rapportent, en essayant, pour chaque groupe, de commencer par les meilleurs.

I. — Géométrie infinitésimale et théorie des surfaces.

Cette branche a tenté le plus grand nombre et nous fournit sept Mémoires. Je commencerai par celui de M. Turrière (Toulouse, 1907) : *Sur le problème de Transon.* Le candidat aborde la question d'un point de vue nouveau : il cherche les surfaces qui sont normales aux droites d'un complexe donné; les définissant à l'aide de coordonnées tangentielles, il obtient l'équation du problème sous une forme remarquable, d'où découle une remarque importante de M. Darboux; il applique cette équation à des exemples très bien choisis. Puis, il rattache à son sujet des études intéressantes, surfaces dont la développée a une nappe conique, surfaces correspondant aux complexes dont l'équation est homogène en L, M, N, etc. Ce travail important dénote beaucoup de savoir et d'habileté, il est plus que satisfaisant.

M. Roby (Clermont, 1909) : *Surfaces sur lesquelles les trajectoires orthogonales d'une famille d'asymptotiques sont des géodésiques.* Le candidat étudie le mouvement d'un trièdre dont les arêtes sont dirigées suivant les tangentes aux asymptotiques considérées, les tangentes aux trajectoires et les normales à la surface : il en déduit l'équation aux dérivées partielles du 2e ordre des surfaces cherchées, envisage la représentation sphérique de leurs deux familles d'asymptotiques, puis cherche des cas particuliers parmi diverses classes de surfaces, réglées, de révolution, etc. Le sujet est limité mais en grande partie original, traité avec habileté et élégance, encore très satisfaisant.

M. Cousson (Dijon, 1908) : *Sur la déformation et l'applicabilité des surfaces.* Le candidat, après des généralités, recherche les surfaces applicables sur celles où ds^2 a une forme donnée : il arrive analytiquement à l'équation de Bour, puis reprend la question à l'aide du trièdre mobile et des formules de Codazzi dont il montre les avantages; il cherche enfin comment on peut voir si deux surfaces données peuvent s'appliquer l'une sur l'autre. Sujet étendu, bien traité, avec une part d'originalité suffisante.

M. Sauvigny (Lyon, 1909) : *Des surfaces sur lesquelles les lignes de courbure d'un système sont planes.* D'abord, par la Géométrie, le candidat établit quelques propriétés générales des lignes de courbure, leur enveloppe, les congruences de leurs tangentes, etc.; puis, les appliquant au cas où les lignes de courbure sont planes et même circulaires, il trouve les caractères des surfaces correspondantes et leur construction théorique. Ensuite, il reprend la question analytiquement : il obtient sans intégration la solution du problème pour le cas où les plans des lignes de courbure doivent envelopper un cône. Travail étendu, souvent ingénieux, a le mérite d'obtenir par deux méthodes uniformes des résultats déjà trouvés en suivant des voies très diverses.

M. Quéméneur (Nancy, 1909) : *Surfaces minima applicables sur des surfaces de révolution.* Le candidat identifie les ds^2 des deux surfaces exprimés à l'aide des coordonnées symétriques de la sphère : il obtient analytiquement, puis par la considération du trièdre mobile, des résultats énoncés par Bour et par M. Darboux. Applications très bien choisies; étude détaillée du groupe alysséide-hélicoïde à plan directeur. Sujet limité mais fort bien présenté, avec des résultats élégants et personnels.

M. Raynaud (Grenoble, 1907): *Des lignes de courbure.* Le candidat passe en revue les principaux chapitres de cette théorie, propriétés fondamentales, ... , développées des surfaces, transformation de S. Lie, etc. La partie personnelle consiste dans l'exposé de démonstrations nouvelles, quelques-unes d'une rigueur contestable; néanmoins, ce travail considérable, bien ordonné et bien clair, a pu être jugé suffisant.

M. Charrasse (Montpellier, 1908) : *Propriétés générales des surfaces.* Le candidat avoue que son Mémoire est surtout l'exposé d'un cours d'ordre supérieur fait par M. Vessiot: il démontre quelques résultats simplement énoncés et résout plusieurs problèmes proposés par MM. Vessiot, Niewenglowski et les *Nouvelles Annales.* Le Jury, estimant que M. Charrasse eût pu obtenir un certificat de Géométrie supérieure, lui accorde le diplôme.

II. — Géométrie analytique.

Sous ce titre, je réunirai deux Mémoires ayant trait à des sujets limités, et tous deux bien satisfaisants.

M. Bresse (Nancy, 1908): *Les équations différentielles de deux* *familles de courbes planes.* La première est celle des coniques, la seconde celle des cubiques définies par une équation de la forme

$$y^3 + X_2 y + X_3 = 0 .$$

Le candidat, suivant des méthodes indiquées par Fuchs et par M. Tannery, montre que, *en général,* les ordonnées des deux familles de courbes satisfont respectivement à deux équations différentielles du 2^{me} ordre, linéaires et sans second membre: il trouve les intégrales générales, qui représentent respectivement des coniques et des sextiques dont il étudie les propriétés géométriques. Enfin, et c'est le chapitre le plus personnel, il déduit ces propriétés de l'étude des singularités des intégrales.

M. Soula (Montpellier, 1909) : *Les courbes gauches de 4^{me} ordre et de 2^{me} espèce.* Le candidat expose clairement, avec les notations usitées en France, les résultats énoncés dans un Mémoire de Cremona (1860) et dans plusieurs de M. Adler (1883) : à l'aide de coordonnées homogènes, il établit les propriétés des courbes données, qui peuvent être de 6^{me}, 5^{me} ou 4^{me} classe ; il étudie chacun des groupes, puis retrouve des résultats énoncés par M. Bioche en 1907 et rattache à son sujet les complexes circonscrits à deux quadriques. Il montre un réel talent d'adaptation et de synthèse.

III. — Singularités des intégrales des équations du 1^{er} ordre.

Nous avons ici trois Mémoires se rapportant à l'équation

$$(\alpha) \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{f(x, y)}{g(x, y)}$$

f et g désignant des polynômes.

M. Gay (Grenoble, 1909). *Singularités des intégrales des équations différentielles du 1^{er} ordre.* Le candidat se proposait d'étudier le Mémoire de M. Poincaré relatif à la question quand x et y sont réels ; sur le conseil de M. Zoretti, il envisagea d'abord le cas de x et y complexes. Il démontre par 3 méthodes l'existence de l'intégrale de l'équation (α), puis expose les délicates recherches de M. Painlevé sur les singularités de l'intégrale et élucide la théorie par un exemple très bien choisi et traité à fond. Venant au domaine réel, il expose les résultats trouvés par MM. Poincaré et Bendixson, avec applications bien appropriées. Ce travail fort bien rédigé, implique des notions exactes sur une théorie difficile et a des parties originales : il est excellent.

M. Perfetti (Montpellier, 1907) : *Etude d'une équation différentielle du 1^{er} ordre.* Le Mémoire est inspiré par un cours de M. Boutroux au Collège de France. Rappelant les principes posés par

M. Painlevé, la classification des singularités d'après M. Boutroux, le candidat applique les méthodes du maître à l'équation

$$2xy\frac{dy}{dx} = ay^2 + x(X_0 + X_1y + X_2y^2 + X_3y^3) .$$

a constante complexe, les X polynômes en x. Le candidat a su choisir un exemple conduisant à des résultats précis et permettant de suivre les diverses déterminations de l'intégrale en un point multiple. Vu la difficulté du sujet, ce travail bien rédigé, est bien satisfaisant.

M. Médy (Nancy, 1909). *Allure d'une branche d'intégrale en un point singulier à l'infini.* Le candidat s'inspire aussi du cours précité de M. Boutroux : il considère une branche d'intégrale de l'équation (α) présentant un point singulier rejeté à l'infini et étudie l'allure et la croissance des branches qui y passent : applique convenablement les résultats à un exemple indiqué par M. Boutroux. Travail soigné, mais assez peu personnel ; néanmoins acceptable.

IV. — **Equations aux dérivées partielles du 1^er^ ordre.**

Sur l'intégration de ces équations, qui ne dépasse pas beaucoup les programmes fondamentaux, nous trouvons 4 Mémoires qu'on peut regarder seulement comme assez satisfaisants.

M. More (Lyon, 1908) : *Sur la simplification que donne la connaissance de quelques intégrales premières du système des caractéristiques pour l'intégration d'un système d'équations qui sont en involution.* Le candidat a été guidé par un cours de M. Vessiot, le livre de M. Goursat et aussi par les travaux de Lie et de M. Saltykow ; il expose avec habileté les travaux de ces maîtres et cherche à les comparer entre eux ; il glisse sur le rôle joué par l'idée de transformation de contact, mais il fait des applications à quelques exemples bien choisis.

M. Vigié (Montpellier, 1909) : *Sur la permutation des intégrales d'une équation de la forme*

$$X_1\frac{\partial u}{\partial x_1} + \dots\dots + X_n\frac{\partial u}{\partial x_n} = 0 .$$

Ceci se rattache à un point important de la théorie des groupes.

Le candidat, s'inspirant largement d'un Mémoire de M. Buhl, montre que, connaissant une intégrale u_1, on peut en déduire élémentairement une autre de la forme

$$Y_1\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \dots\dots + Y_n\frac{\partial u_1}{\partial x_n} ;$$

de celle-ci on pourra revenir à u_1 par une voie analogue quand une certaine identité est vérifiée ; cette théorie peut découler du théorème de Poisson. Le candidat explicite la démonstration de la réciproque, énoncée par M. Appell ; puis il donne une interprétation géométrique de l'identité considérée.

Viennent ensuite deux Mémoires présentés à la Faculté de Marseille en 1907 par MM. Franceschini et Sauvaire : ce sont des exposés partiels d'un cours fait à la Faculté sur l'étude détaillée des équations dont nous nous occupons ; ils donnent les méthodes d'intégration de Boole, de Mayer et de Cauchy ; ils considèrent spécialement le cas des systèmes en involution. Le grain d'originalité demandé consiste en des remarques intéressantes sur les méthodes exposées et en plusieurs applications, géométriques chez M. Franceschini, numériques chez M. Sauvaire, lequel montre en outre qu'on ne saurait rencontrer un cas singulier sur lequel M. Collet avait simplement appelé l'attention.

V. — Fonctions elliptiques.

Sur cette théorie, nous avons deux bons Mémoires.

M. Mario (Rennes, 1906) : *Sur l'équation de Lamé.* Dans un Mémoire de 103 pages, le candidat expose avec soin les principaux résultats acquis à cette importante question. Il prend l'équation sous la forme de Weierstrass, indique les recherches de Lamé ; avec Hermite, il cherche pour le cas général, une intégrale de la forme

$$y = \frac{1}{(\sigma u)^n}\sigma(u + a_1) \ldots\ldots \sigma(u + a_n)\, e^{-u(\zeta a_1 + \ldots\ldots + \zeta a_n)} ;$$

on sait que $pa_1, \ldots, pa_n$ doivent être les racines d'une équation de degré n : le candidat montre la suite d'opérations qui permettent d'éviter la résolution de cette équation ; il a le mérite très réel d'avoir réuni nombre de résultats trouvés notamment par Hermite, Halphen et aussi par M. Krauze pour le cas où $yz' - zy'$ est nul, z se déduisant de y par le changement de u en $- u$; il démontre d'une façon très correcte un grand nombre de propositions simplement énoncées par ses guides.

M. Raynaud (Grenoble, 1907) : *Etude des cubiques de genre un à l'aide des fonctions elliptiques.* Le candidat se sert partout des notations de Weierstrass ; il passe en revue les représentations classiques des cubiques ; il fait la remarque, qui semble nouvelle, que si l'on pose

$$x = \frac{apu + bp'u + c}{a''pu + b''p'u + c''}, \quad y = \frac{a'pu + b'p'u + c'}{a''pu + b''p'u + c''},$$

la représentation devient impropre si le déterminant $| a, b', c'' |$ est nul. Il étudie méthodiquement les propriétés des cubiques, démontre de nombreuses propositions simplement énoncées par les maîtres, notamment par M. Humbert; enfin il donne les propriétés de courbes déduites dualistiquement des cubiques.

VI. — **Intégrales abéliennes.**

Nous trouvons deux Mémoires (Bordeaux, 1907), constituant d'intéressants exposés partiels d'un cours fait par M. P. Cousin.

M. Monchaux : *Propriétés fondamentales des intégrales abéliennes de 1re espèce, des intégrales élémentaires de 2me et de 3me espèces.* Après avoir rappelé quelques définitions d'Halphen, la notation homogène de Clebsch, le candidat étudie la formation de ses intégrales et les discute pour les courbes n'ayant que des points singuliers à tangentes distinctes ou des rebroussements de 1re espèce; il applique sa théorie à 4 courbes bien choisies, et l'étend à deux autres courbes non comprises dans la discussion générale.

M. de Sarrau : *Problème de Jacobi sur l'inversion des intégrales abéliennes.* Employant les fonctions Θ de plusieurs variables, le candidat développe avec une grande clarté la méthode donnée par Riemann dans un Mémoire où la concision est excessive, les notations difficiles à suivre; il effectue divers calculs qui étaient simplement indiqués et termine par le cas limite des intégrales elliptiques. Si on dit que ces deux Mémoires sont les travaux d'élèves d'un maître excellent, on doit ajouter qu'eux aussi ont été d'excellents élèves.

VII. — **Analyse supérieure.**

Sous ce titre, je réunis deux Mémoires relatifs à des questions nouvelles et tous deux bien satisfaisants.

M. Carron (Grenoble, 1907) : *Sur la mesure des ensembles.* Le candidat coordonne et compare les travaux de MM. Cantor, Jordan, Borel, Lebesgue, qui ont envisagé cette mesure à des points de vue différents ; sans apporter d'importantes contributions personnelles à des théories qui sont loin d'être classiques, il a le mérite de les avoir exposées le premier, d'avoir heureusement modifié plusieurs démonstrations, fait quelques rectifications de détail, et signalé la relation qui existe entre l'idée de mesure et le nombre des dimensions d'un ensemble.

M. Costabel (Montpellier, 1908) : *Sur le prolongement analytique d'une fonction méromorphe.* Le candidat expose les idées de MM. Borel et Buhl sur les séries divergentes et leur application au prolongement analytique de la série de Taylor ; puis il généralise la méthode exponentielle de M. Borel en se servant des intégrales curvilignes de M. Buhl et en substituant à la fonction sommatrice exponentielle des fonctions entières plus compliquées. Il obtient ainsi de nouvelles sortes de prolongement analytique dans des régions dont il donne une représentation précise. L'*Enseignement mathématique* a publié un résumé de cet intéressant travail (T. X, 1908, p. 377).

VIII. — **Mécanique.**

La Mécanique est représentée par trois Mémoires, tous trois relatifs à la stabilité de l'équilibre. M. MARCELLIN (Grenoble, 1907) rappelle les travaux de Lagrange et de Dirichlet ; après quelques essais relatifs aux vitesses, il démontre nettement la réciproque du théorème de Dirichlet quand on n'a qu'un seul paramètre et une fonction de forces U holomorphe. Il reprend les recherches de Liapounow pour le cas où le non maximum de U est indiqué par les termes du 2^{me} degré, et pour le cas où U n'existe pas. Il cherche si l'addition de liaisons, holonomes ou non, renforce la stabilité ; enfin il analyse les travaux de M. Kneser, Painlevé, Hamel sur le cas des mouvements plans. Sans trancher la très délicate question qu'il a choisie, le candidat fait preuve de connaissances étendues et de critique avisée.

M. CAILLET (Grenoble, 1908) : *Stabilité de l'équilibre d'un point mobile dans un plan.* Le mobile M, sollicité par une force F, ne dépendant que de sa position, est en équilibre au point O. Le candidat établit quatre propositions : soit un domaine limité autour de O : le point M, légèrement dérangé, en sortira dans un temps fini si F et v_0 ont des projections positives sur OX ou sur OM, ou des moments de même signe... Si U existe, la courbe $U = 0$ a un point singulier en O ; si c'est un point isolé, équilibre stable ; un point à tangentes distinctes, il est instable ; dans le cas de deux tangentes confondues, le candidat démontre les résultats seulement énoncés par M. Painlevé ; il glisse un peu sur le cas du point multiple quelconque et celui où U n'existe pas ; mais son travail est plus qu'acceptable.

M. DELLAC (Montpellier, 1907) : *Stabilité de la courbe d'équilibre d'un fil pesant et homogène.* Pour le cas de la chaînette, le candidat établit très bien la stabilité par une méthode géométrique donnée par M. Kneser dans le *Journal de Crelle;* l'extension de la méthode au cas du fil posé sur une surface prête à quelques objections qui n'ont pas empêché le Jury d'accepter le travail.

IX. — Mécanique céleste.

M. Stapfer (Bordeaux, 1909) : *Sur la rotation de la Terre.* Le candidat, assistant à l'Observatoire, traite la question d'après MM. Klein et Sommerfeld ; il a su grouper les matériaux épars dans des ouvrages étendus et les bien présenter avec les notations usitées en France ; il introduit quelques perfectionnements de détail, pour rendre compte de plusieurs observations récentes et délicates. Le travail, très important, a été jugé comme bien satisfaisant.

X. — Calcul des probabilités.

M. Vézian (Montpellier, 1909) : *Sur quelques points du calcul des probabilités.* Dans $x + y$ observations, l'événement A s'est produit x fois, B, y fois. Quelle est la probabilité de A lors d'une $(x + y + 1)^{\text{me}}$ observation ? — Le candidat trouve qu'elle satisfait à une équation aux différences dont il donne quelques solutions. Il applique les résultats au théorème de Poisson sur les grands nombres, généralisation qui, d'après Bertrand, manque de rigueur et de précision ; M. Vézian montre qu'en modifiant l'énoncé de Poisson, il échappe à ce double reproche. Il termine par quelques problèmes relatifs à la probabilité des causes. Ce travail, portant sur un sujet toujours délicat, a été bien accueilli par le Jury.

Conclusion.

Les Mémoires présentés portent sur des questions suffisamment variées ; le tiers au moins d'entre eux sont parfaitement satisfaisants sans qu'aucun peut-être eût pu être accepté comme thèse de doctorat ; très peu sont médiocres. Il n'est ni téméraire ni regrettable de supposer que leurs auteurs aient été plus ou moins guidés par leurs maîtres ; mais en définitive le résultat cherché a été atteint, la culture des mathématiques a été développée dans plusieurs centres, au grand profit des étudiants et de leurs futurs élèves.