# III. — Singularités des intégrales des équations du 1er ordre.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1910)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **14.08.2024**

*familles de courbes planes.* La première est celle des coniques, la seconde celle des cubiques définies par une équation de la forme

$$y^3 + X_2 y + X_3 = 0 \, .$$

Le candidat, suivant des méthodes indiquées par Fuchs et par M. Tannery, montre que, *en général,* les ordonnées des deux familles de courbes satisfont respectivement à deux équations différentielles du $2^{me}$ ordre, linéaires et sans second membre: il trouve les intégrales générales, qui représentent respectivement des coniques et des sextiques dont il étudie les propriétés géométriques. Enfin, et c'est le chapitre le plus personnel, il déduit ces propriétés de l'étude des singularités des intégrales.

M. Soula (Montpellier, 1909) : *Les courbes gauches de $4^{me}$ ordre et de $2^{me}$ espèce.* Le candidat expose clairement, avec les notations usitées en France, les résultats énoncés dans un Mémoire de Cremona (1860) et dans plusieurs de M. Adler (1883) : à l'aide de coordonnées homogènes, il établit les propriétés des courbes données, qui peuvent être de $6^{me}$, $5^{me}$ ou $4^{me}$ classe ; il étudie chacun des groupes, puis retrouve des résultats énoncés par M. Bioche en 1907 et rattache à son sujet les complexes circonscrits à deux quadriques. Il montre un réel talent d'adaptation et de synthèse.

## III. — Singularités des intégrales des équations du 1er ordre.

Nous avons ici trois Mémoires se rapportant à l'équation

$$(\alpha) \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{f(x\, ,\, y)}{g(x\, ,\, y)}$$

$f$ et $g$ désignant des polynômes.

M. Gay (Grenoble, 1909). *Singularités des intégrales des équations différentielles du 1er ordre.* Le candidat se proposait d'étudier le Mémoire de M. Poincaré relatif à la question quand $x$ et $y$ sont réels ; sur le conseil de M. Zoretti, il envisagea d'abord le cas de $x$ et $y$ complexes. Il démontre par 3 méthodes l'existence de l'intégrale de l'équation $(\alpha)$, puis expose les délicates recherches de M. Painlevé sur les singularités de l'intégrale et élucide la théorie par un exemple très bien choisi et traité à fond. Venant au domaine réel, il expose les résultats trouvés par MM. Poincaré et Bendixson, avec applications bien appropriées. Ce travail fort bien rédigé, implique des notions exactes sur une théorie difficile et a des parties originales : il est excellent.

M. Perfetti (Montpellier, 1907) : *Etude d'une équation différentielle du 1er ordre.* Le Mémoire est inspiré par un cours de M. Boutroux au Collège de France. Rappelant les principes posés par

M. Painlevé, la classification des singularités d'après M. Boutroux, le candidat applique les méthodes du maître à l'équation

$$2xy\frac{dy}{dx} = ay^2 + x(X_0 + X_1y + X_2y^2 + X_3y^3) .$$

$a$ constante complexe, les X polynômes en $x$. Le candidat a su choisir un exemple conduisant à des résultats précis et permettant de suivre les diverses déterminations de l'intégrale en un point multiple. Vu la difficulté du sujet, ce travail bien rédigé, est bien satisfaisant.

M. Médy (Nancy, 1909). *Allure d'une branche d'intégrale en un point singulier à l'infini.* Le candidat s'inspire aussi du cours précité de M. Boutroux : il considère une branche d'intégrale de l'équation ($\alpha$) présentant un point singulier rejeté à l'infini et étudie l'allure et la croissance des branches qui y passent : applique convenablement les résultats à un exemple indiqué par M. Boutroux. Travail soigné, mais assez peu personnel ; néanmoins acceptable.

## IV. — Equations aux dérivées partielles du 1er ordre.

Sur l'intégration de ces équations, qui ne dépasse pas beaucoup les programmes fondamentaux, nous trouvons 4 Mémoires qu'on peut regarder seulement comme assez satisfaisants.

M. More (Lyon, 1908) : *Sur la simplification que donne la connaissance de quelques intégrales premières du système des caractéristiques pour l'intégration d'un système d'équations qui sont en involution.* Le candidat a été guidé par un cours de M. Vessiot, le livre de M. Goursat et aussi par les travaux de Lie et de M. Saltykow ; il expose avec habileté les travaux de ces maîtres et cherche à les comparer entre eux ; il glisse sur le rôle joué par l'idée de transformation de contact, mais il fait des applications à quelques exemples bien choisis.

M. Vigié (Montpellier, 1909) : *Sur la permutation des intégrales d'une équation de la forme*

$$X_1\frac{\partial u}{\partial x_1} + \ldots\ldots + X_n\frac{\partial u}{\partial x_n} = 0 .$$

Ceci se rattache à un point important de la théorie des groupes.

Le candidat, s'inspirant largement d'un Mémoire de M. Buhl, montre que, connaissant une intégrale $u_1$, on peut en déduire élémentairement une autre de la forme

$$Y_1\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \ldots\ldots + Y_n\frac{\partial u_1}{\partial x_n} ;$$