

E. Borel. — Leçons sur la théorie de la croissance, professées à la Faculté des Sciences de Paris, recueillies et rédigées par A. Denjoy. — 1 vol. gr. in-8° de VIII-170 pages; 5 fr. 50. Gauthier-Villars, Paris.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1910)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **16.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

par exemple quant à la décomposition en facteurs primaires, mais dont la croissance est cependant comparable à celle de la fonction primitivement considérée. D'où des vues tout à fait nouvelles sur les produits canoniques dues, en Allemagne, à M. Blumenthal lui-même et, en France, à M. Denjoy.

Enfin, cette notion de la fonction-type aide encore à revenir sur les importants théorèmes dont l'idée première revient à M. Picard, lesquels ne concernaient d'abord que les valeurs exceptionnelles d'une fonction uniforme au voisinage d'une singularité essentielle et qui, maintenant, ont été étendus jusqu'à concerner en même temps l'ordre d'une fonction et la distribution de ses valeurs. On voit, par ces quelques citations, quelle est la profondeur des recherches abordées dans ce volume. Cela n'empêche pas qu'il est écrit d'une façon fort claire bien que le français soit une langue étrangère pour l'auteur. Parfois les formules sont un peu compliquées, mais dans des théories aussi neuves, cela vaut mieux que d'introduire un symbolisme nouveau dont on ne sait jamais s'il sera consacré par l'usage.

A. BUHL (Toulouse).

M. BÖCHER. — **Einführung in die höhere Algebra.** (Traduction allemande de H. BECK avec une préface de E. STUDY.) — 1 vol. gr. in-8° de XII-348 pages, B. G. Teubner, Leipzig.

Cette introduction à l'algèbre supérieure ne vise pas toutes les parties de l'algèbre, mais plus particulièrement la théorie des formes. Elle semble excellemment faite; elle est d'ailleurs aussi élémentaire que possible et mérite en tous points les éloges que lui décerne M. Study dans la préface de la présente traduction. Les quantités complexes les plus générales sont introduites sous forme de matrices, mais l'idée préliminaire est d'une origine si simple que le premier exemple est formé par la réunion de 5 chevaux, 3 vaches et 7 moutons (p. 65).

Dans l'étude des transformations linéaires, quadratiques, etc. . . l'auteur non seulement parle le langage géométrique, mais il fait de la géométrie en étudiant par exemple les propriétés du rapport ou anharmonique et celles des faisceaux de coniques. Mêmes remarques pour les surfaces du second degré. En outre il choisit ses notations avec beaucoup d'art, ce qui lui permet d'écrire toujours automatiquement non seulement les formes primitives mais toutes les expressions adjointes telles que dérivées partielles, résultants, discriminants, plus grands communs diviseurs, etc. . . En résumé, bon ouvrage d'initiation, très facile à lire et à comprendre. Le texte est d'ailleurs coupé par de nombreux et excellents exercices.

A. BUHL (Toulouse).

E. BOREL. — **Leçons sur la théorie de la croissance**, professées à la Faculté des Sciences de Paris, recueillies et rédigées par A. DENJOY. — 1 vol. gr. in-8° de VIII-170 pages; 5 fr. 50. Gauthier-Villars, Paris.

Les fonctions de plus en plus complexes conçues par les géomètres, qu'elles soient des créations de leur esprit ou des nécessités imposées, par exemple, par des équations différentielles, ne peuvent plus, depuis longtemps déjà, être représentées par les anciens symboles. De plus, elles n'ont pas forcément des propriétés exactes et l'étude de leurs propriétés approchées doit surtout se faire par comparaison avec les fonctions élémentaires.

Tel est l'objet de la théorie de la croissance. Les transcendentes qui ser-

vent de comparaison sont d'abord l'exponentielle et le logarithme ; la *réitération* de l'exponentielle nous offre des types croissant de plus en plus vite, au delà desquels il y a d'ailleurs des fonctions croissant plus vite encore, la conception de ces dernières étant toutefois impossible ou au moins inutile dans l'état actuel de l'Analyse. Ces simples indications montrent non seulement l'utilité mais encore la curiosité qui s'attache à l'étude de la croissance.

Supposons maintenant étudiée la croissance d'une certaine fonction analytique. Que pouvons-nous en conclure quant à la croissance de sa dérivée ou de son intégrale ? C'est là un problème qui évidemment s'est déjà rencontré bien souvent et dont les géomètres se sont tirés au hasard d'inspirations particulières. M. Borel cherche quelques généralités ; de plus, dans ces dernières années, des travaux, comme ceux de M. P. Boutroux sur les fonctions entières, ont nécessité l'étude approfondie de la croissance de certaines intégrales. Le tout permet déjà l'existence des grandes lignes d'une théorie. L'étude de la croissance des termes d'une série permet d'obtenir bien plus que ne donnent les anciens critères de convergence ; nous pouvons, par exemple, reconnaître si une série divergente converge asymptotiquement et, à propos de séries asymptotiques, M. Borel est revenu très élégamment sur les propriétés de la fonction gamma. Je signale aussi la croissance des fonctions entières comparée à celle de leurs zéros. Un dernier chapitre sur les applications arithmétiques est du plus puissant intérêt. Comme je l'ai dit plus haut, la notion de croissance permet de *définir* des fonctions que d'autre part on ne peut *connaître* ; un paradoxe semblable se présente au début de la théorie des nombres incommensurables et, dès lors, l'approximation de ceux-ci par des nombres rationnels ressemble de manière frappante à la représentation approchée d'une fonction par une autre dont la croissance est connue. On conçoit tout ce que ce rapprochement peut avoir de fécond, d'autant plus que M. Borel, loin de le laisser dans l'abstrait, l'illustre élégamment en analysant la transcendance des nombres e et π .

A. BUHL (Toulouse).

E. A. FOUËT. — **Leçons élémentaires sur la théorie des fonctions analytiques.** — Deuxième édition. Tome II. — 1 vol. gr. in-8° de XII-265 pages ; 9 fr. Gauthier-Villars, Paris.

Le succès de cet ouvrage, signalé déjà lors de la publication de la seconde édition du tome premier¹, s'affirme plus que jamais tant par l'élé-gance que met l'auteur à rassembler les éléments essentiels de l'analyse actuelle que par le soin qu'il met à ne laisser échapper aucune publication utile au sujet, celle-ci étant au moins indiquée par une note en bas de page. Il serait difficile d'analyser cette seconde édition en citant seulement les adjonctions faites à la première, tant les remaniements sont importants. Il ne sera d'ailleurs pas superflu de suivre une nouvelle fois la pensée de l'auteur ; son but est assurément de mettre le lecteur à même de travailler dans l'analyse moderne sans l'obliger à se débrouiller dans le fatras des mémoires trop rigoureux. Aussi, après une étude des fonctions uniformes, puis des procédés susceptibles d'uniformiser les fonctions multiformes (transformations diverses, usage des surfaces de Riemann), il aborde la notion de série envisagée des différents points de vue d'où elle peut servir

¹ Voir l'analyse de ce tome dans l'*Enseign. math.*, t. X, p. 352, 1908.