V. — Point de vue de la pratique.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1910)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **15.09.2024**

V. — Point de vue de la pratique.

Nous le caractérisons par la double question suivante : dans quel système de numération est-il le plus facile d'apprendre à calculer et de pratiquer l'art du calcul ?

a). — *Apprendre à calculer.* On sait que l'enseignement du calcul comprend deux parties. D'abord une partie proprement mathématique, où il s'agit d'exposer et de faire comprendre quelques vérités arithmétiques élémentaires ; elle est commune à toutes les bases, et pour cette raison, nous ne nous y arrêterons pas.

Ensuite une partie qui doit être apprise par cœur, savoir les tables d'addition et de multiplication. Voyons en premier lieu combien de règles ces tables comprennent dans le système à base b. — En fait de *tables d'addition,* il faut savoir par cœur les résultats de

$$\begin{array}{l|l|l|l}
 & 1+1 & & & \\
 & 1+2 & 2+2 & & \\
 & 1+3 & 2+3 & 3+3 & \\
 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\cdots \\
 & \underbrace{1+(b-1)} & \underbrace{2+(b-1)} & \underbrace{3+(b-1)} & \cdots\cdots\ \underbrace{(b-1)+(b-1)} \\
\text{Nombre :} & b-1 & b-2 & b-3 & \cdots\cdots\ 1
\end{array}$$

c'est-à-dire : en tout

$$(b-1)+(b-2)+(b-3)+\cdots\cdots+2+1=\frac{b(b-1)}{2}$$

résultats particuliers. — En fait de *tables de multiplication,* le nombre ci-dessus est diminué de $(b-1)$, puisque les résultats de la multiplication par 1 sont tous remplacés par une seule règle ; il faut savoir par cœur combien font :

$$\begin{array}{r}
2\cdot 2,\ 2\cdot 3,\ \cdots\cdots\ 2\cdot(b-1) \\
3\cdot 3,\ \cdots\cdots\ 3\cdot(b-1) \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
(b-1)\,(b-1)
\end{array}$$

c'est-à-dire

$$\frac{1}{2}\,(b-1)\,(b-2)$$

résultats particuliers, ce qui porte leur nombre total à

$$\frac{1}{2}\,b\,(b-1)+\frac{1}{2}\,(b-1)\,(b-2)=(b-1)^2$$

Donc, en faisant abstraction des propositions générales relatives aux propriétés particulières de zéro et de un, ce sont $(b-1)^2$ résultats qu'on doit se graver dans la mémoire. Nous constatons donc ce premier fait important :

Le nombre des résultats particuliers croît aussi rapidement que le carré de la base (plus exactement que $(b-1)^2$). Exemples : Dans le système binaire ou dyadique, dont la base est la plus petite possible : $b = 2$, il suffit de se rappeler une seule chose, c'est que $1 + 1$ s'écrit 10.

Le système par 4 ou quaternaire demande qu'on se rappelle 9 règles :

six pour l'addition : $1 + 1 = 2$, $1 + 2 = 3$, $1 + 3 = 10$
$2 + 2 = 10$, $2 + 3 = 11$

trois pour la multiplication : $2.2 = 10$, $2.3 = 12$
$3.3 = 21$.

Le système	par 6	demande l'application	de	25	règles,
Notre système	décimal	»	»	81	»
Le système	duodécimal	»	»	121	»
»	par 16	»	»	225	»
»	par 30	»	»	841	» , etc.

Examinons en second lieu le travail de mémoire qu'exige l'assimilation de tous ces résultats. Il ne suffit pas d'en acquérir une connaissance approximative et de pouvoir répondre après un moment de réflexion. Il faut au contraire se rendre complètement maître de la matière. On doit avoir à tout moment la réponse prête et sans jamais se tromper ; autrement, on ne saurait calculer utilement et avoir confiance dans l'exactitude des résultats. Le nombre des résultats particuliers qu'on doit se rappeler ne donne donc lui-même en aucune façon la mesure de la grandeur et de la difficulté du travail d'appropriation. — Pour chaque résultat nouveau, cette difficulté est déterminée par le nombre de ceux qu'on s'est déjà approprié, puisque tous doivent être indépendants de ce dernier ; voilà pourquoi il convient plutôt de prendre pour mesure de cette difficulté *le carré* du nombre des résultats particuliers ; et comme ce nombre augmente aussi rapidement que le carré de la base (nous venons de démontrer qu'il est égal à $(b-1)^2$), la difficulté d'assimilation, elle, croît comme la quatrième puissance de la base (proportionnelle à $(b-1)^4$). — Cette évaluation reste encore au-dessous de la réalité. En effet, ce qu'on a une fois appris, il faut le fixer par un exercice très long et qui doit être continué jusqu'à ce que chaque résultat particulier se soit présenté assez souvent pour être définitivement gravé dans la mémoire. Ce dernier travail est d'autant plus long que la base choisie exige la connaissance d'un nombre plus considérable de ces résultats. Si donc on veut évaluer mathématiquement la grandeur de ce travail d'assimilation, on doit admettre, deux bases différentes étant données, que les difficultés qu'elles présentent pour le travail d'appropriation des tables correspondantes sont entre elles dans un rapport plus grand que le rapport de leur quatrième puissance. Ce rapport correspond à peu près à celui de leur cinquième puissance. Nous exprimerons ce résultat par le théorème suivant :

Deux bases différentes étant données, les difficultés que présente le travail d'appropriation des tables correspondantes sont entre elles à peu près dans le rapport des cinquièmes puissances des bases. Les bases étant désignées par a et b, le rapport en question sera exprimé par $a^5 : b^5$ [plus exactement par $(a - 1)^5 : (b - 1)^5$].

Comme application de ce résultat, comparons quelques systèmes avec notre système décimal ($a = 10$).

D'abord le système binaire ($b = 2$) ; en comparaison du système décimal, l'exercice du calcul dans le système binaire ne coûterait pour ainsi dire aucune peine, puisque le rapport en question se réduit à $1^5 : 9^5 = 1 : 59049$.

Dans le système quaternaire, le rapport en question devient $(4 - 1)^5 : (10 - 1)^5 = 1 : 3^5 = 1 : 243$. C'est dire qu'il coûterait en moyenne 243 fois moins de peine et de travail d'apprendre à calculer dans le système par quatre que dans le système décimal.

Pour le système à base 6, le rapport en question est

$$(6 - 1)^5 : (10 - 1)^5 = 5^5 : 9^5 = 3125 : 59049 = 1 : 18,8...$$

Autrement dit : il est à peu près 18 fois plus facile d'apprendre à calculer dans le système sénaire que dans notre système décimal.

Pour le système duodécimal, ce rapport devient

$$(12 - 1)^5 : (10 - 1)^5 = 11^5 : 9^5 = 161051 : 59049 = 2,7... : 1$$

Il faut donc sacrifier environ 2 $^1/_2$ fois plus de temps et de peine pour apprendre à calculer dans le système duodécimal qu'il n'en faut déjà pour notre système décimal.

Dans le système à base 16, ce même rapport est

$$15^5 : 9^5 = 5^5 : 3^5 = 3125 : 243 = 12,8... : 1$$

et dans le système de numération à base 30 :

$$29^5 : 9^5 = 20\ 511\ 149 : 59\ 049 = 347,3... : 1$$

En songeant combien de temps et de peine un enfant et son maître d'arithmétique doivent sacrifier, en moyenne, pour que l'enfant arrive à calculer couramment, en pensant ensuite qu'il faudrait y mettre encore au moins 340 fois plus de temps et d'efforts, on comprend mieux qu'une telle base est impossible, à plus forte raison une plus grande encore, surtout que ce travail ne se borne pas à une première appropriation, mais qu'il est nécessaire de s'exercer souvent pour conserver la pratique acquise. — L'expérience des calculateurs de Copenhague, de M. T. N. Thiele et de ses élèves, s'accorde bien avec les évaluations précédentes ; elle vient corroborer nos déductions théoriques. Théorie et pratique conduisent toutes deux au résultat suivant : *pour que l'art du calcul s'apprenne avec un minimum d'efforts dans un minimum de temps, il faut que la base du système de numération soit aussi petite que possible.*

b). — *Pratiquer l'art du calcul.* — Tout calculateur, si exercé soit-il, opérera plus rapidement ou plus sûrement avec les nombres 1, 2, 3 qu'avec 7, 8 ou 9, surtout quand il s'agit de multiplier ou de diviser. Copier un nombre ou calculer son double ou son triple, se fait avec beaucoup plus de promptitude et de sûreté que calculer le septuple ou l'octuple de ce même nombre. Nous pensons que même le plus habile calculateur n'arrive pas à calculer aussi vite, ni surtout aussi sûrement, avec les grands chiffres (7, 8, 9) qu'avec les petits (1, 2, 3). Or, si la base du système de numération était par exemple 4, on n'aurait jamais à opérer qu'avec 1, 2, 3 ; ce qui revient à dire que pour multiplier ou diviser, on n'aurait jamais autre chose à faire (hormis l'addition et la soustraction) qu'à copier un nombre ou écrire son double ou son triple ; cela entraînerait une rapidité considérable et une très grande sûreté des opérations. L'avantage par rapport à la rapidité des calculs et à la sûreté qu'on acquiert est si grand que M. Thiele par exemple, lorsqu'il devait faire beaucoup de calculs sur des nombres donnés une fois pour toutes, tels que résultats d'observations astronomiques, préférait transformer ces nombres dans le système quaternaire, puis effectuer tous les calculs dans ce dernier système, puis retransformer les résultats dans le système décimal; il arrivait de cette façon plus vite et surtout plus sûrement au but qu'en calculant entièrement dans le système décimal.

La routine une fois acquise, il s'agit de la conserver. Pour cela, il faut s'exercer beaucoup et souvent, surtout après des périodes pendant lesquelles on n'a pas ou très peu calculé. Or, plus la base est grande, plus cet exercice doit être prolongé et répété ; l'oubli, faute d'un exercice suffisant, est beaucoup moins à craindre et en tout cas moins prononcé et plus facile à réparer pour les systèmes à petite base. C'est encore une raison, et une très forte, pour préférer ces derniers.

Voici donc la conclusion qui s'impose avec force quand on se place au point de vue de la pratique : *la base du système de numé-*

ration doit être aussi petite que possible. — A notre avis, ce point de vue pratique, pourtant si fondamental, n'a pas été suffisamment remarqué et mis en lumière par presque tous les auteurs qui ont traité cette question. Un grand nombre d'entre eux arrive, par exemple, à la conclusion qu'il faudrait introduire le système duodécimal ! Selon nous, ce serait un malheur, puisque cela obligerait l'humanité à sacrifier encore deux et demi fois plus de temps pour apprendre à calculer.

L'important nous paraît être la réponse à la question suivante : la mémoire humaine est-elle assez forte, en moyenne, pour porter le fardeau du système décimal ? Il serait intéressant d'avoir des renseignements précis sur le temps (nécessairement long) qu'on emploie pour apprendre à chaque enfant les tables du système décimal, ainsi que des données sur le temps au bout duquel on a oublié une partie essentielle de ce que l'on a appris. Il y a sans doute des différences extrêmement grandes dans les dispositions des individus pour le calcul ; il y a des hommes pour qui le système décimal avec ses 81 règles est comme un jeu, mais leur nombre est bien restreint. Si l'on prend au hasard une nombreuse société humaine, la majorité des membres ne possédera presque jamais pleinement la pratique élémentaire du calcul. La plupart des hommes ont naturellement, une fois dans leur vie, appris par cœur les tables de Pythagore ; mais faute de s'exercer suffisamment, surtout dans la multiplication, ils les oublient plus ou moins ; pour la plupart, c'est un effort que d'effectuer une multiplication ou une division quelque peu étendue, ils ne la font pas sans difficulté et sans une certaine méfiance quant au résultat. On peut soutenir la thèse que le système décimal n'a pas réussi à devenir la propriété pleine et entière de toute la partie civilisée de l'humanité. Nous ne citerons comme preuve que l'expérience suivante que nous avons si souvent eu l'occasion de faire et que plusieurs professeurs de mathématiques nous ont confirmée : prenez une classe d'une trentaine d'élèves d'une de nos écoles moyennes ; faites-leur faire quelques simples multiplications ou divisions avec des nombres donnés de quatre ou cinq chiffres ; la classe vous fournira une dizaine de résultats différents, et aucun élève ne sera fermement convaincu d'avoir le résultat juste. Même si vous faites faire une simple addition de plusieurs nombres de cinq ou six chiffres qui se rencontrent pourtant couramment dans la pratique, il est rare que la classe obtienne le résultat juste avec l'unanimité désirable et désirée ; et le temps nécessaire pour effectuer ces calculs est hors de proportion avec leur caractère élémentaire.

Nous expliquons ce phénomène attristant en grande partie par le fait suivant : le système décimal s'approche beaucoup trop de la limite de ce que la mémoire humaine peut, en moyenne, s'assimiler et retenir de façon durable dans ce domaine. La question que nous formulions plus haut semble devoir être tranchée dans le sens négatif. *Si l'on veut que l'art du calcul devienne familier à chacun,* dans son ensemble et non seulement dans l'une de ses parties, *il faut remplacer 10 par une base plus petite.*

c). — **Notice historique.** — L'un des premiers qui soit arrivé à la même conclusion, à la suite d'expériences personnelles, est sans doute M. O. Lehmann, professeur de mathématiques au Gymnase Saint-Nicolas à Leipzig. Il a recommandé surtout le système sénaire ($b = 6$) et a publié une série de petits écrits sur cette question dans les années de 1870 à 1873. Lehmann était d'abord, comme il raconte lui-même, partisan convaincu du système duodécimal qui le séduisait, ainsi que tant d'autres, par ses avantages de divisibilité ; un beau jour, le Dr Lehmann eut l'idée d'essayer le système à base 6 ; ce nouveau système excita vivement son enthousiasme, car il présentait non seulement de grands avantages de divisibilité, mais il s'apprenait avec une facilité énorme, en comparaison du système duodécimal ; d'après nos évaluations ci-dessus, il faut en moyenne à peu près 50 fois moins de peine, puisque

$$11^5 : 5^5 = 161\ 051 : 3125 = 51{,}5... : 1$$

Lehmann ne connaissait pas ce rapport exact, mais il trouva que les mêmes élèves qui avaient tant de peine à pratiquer couramment le système duodécimal et l'oubliaient si facilement, arrivaient beaucoup plus rapidement à la même routine dans le système sénaire et ne la perdait pas si vite. Il baptisa son nouveau système de numération « les nombres Seh » (die Sehzahlen), « seh » étant une abréviation de « sechs » qui est le nom allemand pour six. Lehmann était si enchanté de sa découverte qu'il fit répandre, parmi le public de Leipzig et ailleurs, un « appel » imprimé à des milliers d'exemplaires et portant le titre significatif : « révolution des nombres » (Revolution der Zahlen, oder die Seh in Schrift und Sprache eingeführt von Dr Otto Lehmann, Mathematikus am St-Nicolaigymnasium in Leipzig).

Voici, à titre de curiosité, la traduction française du commencement de cet appel : « Appel ! Ecoutez, citoyens de Leipzig ! écoutez, habitants de l'Allemagne ! écoutez, vous tous, gens lettrés et cultivés de toutes les nations ! Au nom de l'humanité entière, au nom de toutes les générations à venir, je vous adresse mon appel ! Et quand vous vous serez convaincus, comme j'ose m'y attendre, de la facilité de calculer avec les nombres Seh, unissez votre voix à la mienne pour introduire les nombres Seh dans le langage écrit et parlé. Qui donc serait appelé à faire le premier pas sinon vous, porteurs de la culture, promoteurs de la civilisation ?... »

Cet appel chaleureux du mathématicien Lehmann n'eut pas un succès pratique très grand, pour des raisons que nous n'avons pas à analyser ici ; l'opinion publique s'émut davantage de la révolution à Paris que de la « révolution des nombres ». Plus tard, Lehmann publia un « Beiblatt zur Revolution der Zahlen », en 1872, un « Zweites Beiblatt zur Revolution der Zahlen » (parus tous deux chez Heinr. Hunger, Bosenstrasse, 1, Leipzig). Un ami plus fortuné que Lehmann et à qui ce dernier fit partager son enthousiasme « sénaire » avança les fonds nécessaires, de sorte que l'inventeur put publier des tables étendues : tables de logarithmes, tables des fonctions trigonométriques, etc. dans le système à base 6. Elles furent imprimées en caractères « lehmanniens » chez C.-W. Vollrath, éditées par J.-J. Weber, et portent comme date, également en chiffres de Lehmann, 1 2 4 0 1, c'est-à-dire :

$$1 \cdot 1 + 0 \cdot 6 + 4 \cdot 6^2 + 2 \cdot 6^3 + 1 \cdot 6^4 = 1873.$$

Lehmann voulait réformer à cette occasion non seulement le système de numération, mais encore toutes les monnaies et la division du quadrant ; il fait à ce sujet des propositions concrètes ingénieuses et utilisant les avantages de son système de numération. Il reconnut plus tard lui-même qu'en adressant son appel à toutes les couches sociales et au nom de toutes les générations à venir, il avait fait une bévue ; dans un de ses « suppléments », il écrit entre autres : « Si l'un ou l'autre trouvait que certains passages écrits par moi sont exagérés ou excentriques, je ne nierai pas qu'une sorte d'enthousiasme pour la bonne cause m'ait dicté, parci par-là, des paroles exaltées. Mais j'espère que l'on ne méconnaîtra pas la bonne intention ; j'espère surtout que l'on ne croira pas que mon exaltation (! ?) ait dégénéré en véritable hallucination. J'ai la conscience de décidément *vouloir* le bien et la conviction aussi en somme de vouloir *le bien...*»

Les nombres « seh » du docteur Lehmann peuvent certainement soulever plusieurs critiques. Ainsi les signes qu'il a choisis sont loin d'être les meilleurs possibles ; ils ont l'avantage de pouvoir être écrits d'un seul trait de plume, mais ils sont encore plus compliqués et en partie plus faciles à confondre que nos chiffres dits arabes. Mais Lehmann a raison sur un point capital, et c'est pourquoi nous l'avons mentionné, savoir : il y aurait très grand avantage à substituer au système décimal non pas le système duodécimal, mais le système à base 6. Seulement, dans son enthousiasme exagéré pour son système, il oublie de rechercher s'il n'y en aurait pas d'autres encore préférables au système sénaire.

Nous ne nous arrêterons pas à tous les autres auteurs ayant écrit sur les différents systèmes de numération ; ils ne font pas suffisamment ressortir l'importance du point de vue de la pratique, cette difficulté d'acquérir et de maintenir la routine du calcul. Du reste, la liste en serait longue et nous écarterait trop du sujet nettement délimité de cette étude.

Le système répondant le mieux à cette exigence serait naturellement le système binaire. Là, il n'y aurait pour de bonnes raisons rien à oublier, puisque toutes les tables se réduisent à cette seule règle : $1 + 1$ s'écrit 10. En effectuant des divisions binaires, on n'aurait jamais ces tâtonnements ennuyeux qui se présentent souvent dans le système décimal, *a fortiori* dans d'autres systèmes à base encore plus grande que 10. Mais le plus sensible désavantage du système binaire est le grand nombre de mots qu'il faut pour énoncer les nombres, surtout les nombreux chiffres nécessaires à leur écriture ; vingt chiffres pour représenter un million, nombre assez fréquemment employé, c'est décidément trop long et incommode. On pourrait obvier à cet inconvénient, comme nous l'avons indiqué plus haut, en réunissant plusieurs chiffres en un seul. La méthode préconisée par M. G. Peano permet de rassembler huit signes à la fois et de passer ainsi à la base 2^8 ou 256, par une figure octogonale composée de rayons partant tous d'un même centre. C'est renoncer à la simplicité caractéristique du système dyadique. (M. Peano tire de cette numération, soit dit en passant, tout un système de sténographie, très ingénieux et original ; il a même résolu par ce moyen le problème insoluble jusqu'alors de construire une machine à écrire pour la sténographie[1]).

Le succès du système binaire dépendrait du reste en grande partie de l'heureux choix de ses deux chiffres. Les essais ont échoué jusqu'ici. Si l'on voulait opérer avec une machine à calcul, le système binaire l'emporterait sur tous les autres, car la difficulté des opérations croît en même temps que le nombre des chiffres.

Après le système dyadique, puisqu'il faut un nombre pair comme base, vient le système quaternaire. Tout ce qu'il y a à apprendre là se réduit à 9 règles. C'est si peu que nous doutons que quelqu'un puisse oublier les tables de ce système, s'il consacre une demi-heure à les apprendre et quelques heures à faire des multiplications et des divisions quaternaires. Et quelques heures, c'est si peu de chose en comparaison du temps que nous avons tous mis à nous approprier le système décimal ! Nous devons faire observer, en recommandant un pareil essai, que chacun peut le faire sans craindre que sa facilité de calculer dans le système décimal en souffre le moins du monde, ou qu'il en vienne à confondre les deux systèmes ; on ne doit naturellement pas écrire les chiffres tout à fait de même manière dans les deux systèmes, mais il suffit, d'un autre côté, qu'on puisse reconnaître, quelque temps après l'exécu-

[1] Voir sa note en italien, citée plus haut, publiée dans les Actes de l'Acad. Roy. d. Sciences de Turin, vol. 34, 1898-99.

tion, dans quel système de numération le calcul a été fait. N'étant pas sûr que d'autres emploient les mêmes chiffres que nous, nous nous abstenons de les publier, de même que les tables que nous avons calculées directement dans le système quaternaire, pour nous y exercer.

Mentionnons le premier auteur ayant proposé un système de numération à base 4. C'est sans doute *Erhard Weigel*, né à Weiden, en 1625 et mort en 1699; il fut professeur à l'université de Iéna où le philosophe Leibniz fut son plus célèbre auditeur. Bien que jouissant à cette époque d'une grande renommée, Erhard Weigel n'était nullement un mathématicien au génie profond. Il considérait son « Tetractys [1] » comme son œuvre principale et le recommanda dans plusieurs écrits, spécialement en 1673, au monde savant d'alors. *Tetractys* n'est autre chose que le système de numération à base 4. *Weigel* pense qu'on doit le préférer au système décimal, parce que selon lui la division en 10 parties est artificielle, tandis que la division en quatre parties est la plus naturelle, ce qu'il cherche à prouver par des exemples très artificiels. La lecture de cet ouvrage vous laisse l'impression que Weigel l'a écrit avant tout dans le but de se faire remarquer, de paraître original, de se rendre populaire. Au beau milieu du texte latin, il propose des noms allemands: « Secht » pour 4^2; « Schock » pour 4^3, (« Schock » est du reste le mot allemand pour « soixantaine »); plus tard, Weigel remplace aussi le mot quatre par un néologisme : « Erff », d'où les formations « Zwerff » pour $2 \cdot 4$ et « Dreff » pour $3 \cdot 4$. Quelques-uns de ces termes ont été repris par d'autres qui ont traité le sujet d'un système non décimal de numération et que nous passons sous silence.

Il ne s'agit point de savoir quel nombre ou quel système est le plus « naturel », question bien difficile à trancher, si l'on ne veut pas jouer sur des mots; il s'agit de décider quel système de numération est le plus avantageux et le plus commode pour la pratique.

Quant au système sénaire, il faut à peu près 12 fois plus de travail pour y arriver à la même habileté que dans le système à base 4. En effet : $(6-1)^5 : (4-1)^5 = 3125 : 243 = 12{,}8... : 1$. Les expérimentateurs de Copenhague ont appris le système sénaire d'après les indications du mathématicien Lehmann et s'y sont exercés assez longtemps pour reconnaître les grands avantages de ce système sur notre système décimal. Mais après avoir essayé le système quaternaire, ils ont complètement mis de côté le système à base 6.

---

[1] « Erhardi Weigelii, Artium Architectonicarum Supremi Directoris et Prof. Publ. Tetractys, summum tum Arithmeticæ tum Philosophiæ discursivæ compendium, artis magnæ sciendi genuina radix ». Ienæ MDCLXXIII.

Résumons les considérations qu'impose la pratique : si l'on se place exclusivement au point de vue de la difficulté à surmonter pour apprendre à calculer, pour acquérir et maintenir la routine du calcul, le système décimal doit être absolument condamné et remplacé aussi tôt que possible par le système à base 4 (ce dernier a en outre l'avantage de pouvoir être pratiqué à côté du système décimal). Vis-à-vis du système quaternaire, le système décimal se présente comme étant la seule cause de cet enseignement si pénible et si difficile qui tourmente la jeunesse scolaire et continuera, hélas, à tourmenter les enfants de bien des générations encore, et pourtant il n'aboutit à d'autre résultat qu'à une pratique suffisante de l'addition et de la soustraction, tandis que la multiplication et la division s'oublient plus ou moins, faute de l'exercice constant que le système décimal exige à un beaucoup plus haut degré que les systèmes à base plus petite. M. T. N. Thiele exprime ses réflexions en écrivant : « Le système décimal forme un triste contraste avec ce principe démocratique que les institutions sociales doivent favoriser également tout le monde, non pas seulement de petites minorités ».

Faut-il donc croire, en revanche, que le système décimal favorise effectivement « l'aristocratie des calculateurs ? » Nous éluciderons cette question en nous plaçant à un sixième et dernier point de vue.

VI. — **Point de vue évolutionniste.**

Pour « l'homme moyen », le système décimal est à rejeter absolument; nous pensons l'avoir démontré ci-dessus. Mais qu'en est-il pour les grands calculateurs ? Le petit nombre de ceux qui sont doués des facultés relativement grandes qu'exige le système décimal acquièrent-ils dans le calcul une habileté telle qu'ils ne pourraient calculer aussi bien, et encore mieux, dans d'autres systèmes ?

a). — Tous les bons calculateurs veulent une base aussi grande que possible, pour la raison que nous avons déjà indiquée plus haut (voir II, *b*). Là, nous avons montré comment le nombre des signes nécessaires pour représenter un nombre diminue quand la base augmente ; nous devons ajouter maintenant, qu'en même temps diminue aussi le nombre des « opérations partielles » dont tout calcul se compose. En effet, *toute opération sur de grands nombres se compose d'opérations partielles ou intermédiaires.* Prenons comme exemple deux nombres à six chiffres, tels que $a = 213465$, $c = 926543$. Pour former la somme $a + c$, on additionnera d'abord les unités simples $5 + 3$, puis les dizaines $6 + 4$, puis les centaines $4 + 5$, etc., c'est-à-dire qu'il y aura au moins six opérations partielles à effectuer. — De même, pour former la différence $a - c$. — Pour trouver le produit $a \cdot c$, il faut multi-