Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 12 (1910)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Rubrik: NOTES ET DOCUMENTS

NOTES ET DOCUMENTS

LES ÉCOLES RÉALES EN AUTRICHE

I. — Les nouveaux plans d'études mathématiques.

De nouveaux plans d'études[1] viennent d'être adoptés en Autriche pour l'enseignement secondaire supérieur qui comprend trois types d'établissements : les gymnases classiques, les gymnases réaux et les écoles réales. Le programme des mathématiques étant à peu près le même dans les trois écoles, nous nous bornons à reproduire ici celui de l'école réale, qui comprend en outre l'enseignement du dessin linéaire et de la Géométrie descriptive. Selon l'habitude, ces programmes sont accompagnés d'observations destinées à montrer dans quel esprit ils doivent être appliqués.

Le *temps consacré* aux mathématiques est de 3 heures par semaine dans les sept premières classes des *gymnases classiques et réaux* et de 2 heures dans la huitième. Il est bon d'ajouter que dans les classes supérieures le nombre des leçons par semaine est de 28 ou 29.

Les *écoles réales* comprennent sept classes, avec 33 heures de leçons par semaine dans les classes supérieures. Le temps consacré aux mathématiques est donné par le tableau suivant :

Ecoles réales ; classe :	I	II	III	IV	V	VI	VII
Mathématiques	3	5	5	4	4	4 (1er sem.) 3 (2me sem.)	5
Dessin linéaire et Géométrie descriptive		2	2	3	3	3	2

Le Décret concernant les écoles réales a été promulgué par le ministre des Cultes et de l'Instruction publique en date du 8 avril 1909. Dans l'introduction on insiste sur la nécessité qu'il y avait de procéder à une revision des programmes de 1898 en raison des progrès réalisés non seulement dans les diverses sciences, mais aussi dans la manière de concevoir l'enseignement et ses méthodes. C'était le cas notamment pour les Mathématiques et le Dessin.

Voici maintenant le plan d'études suivi des remarques générales pour les Mathématiques et la Géométrie descriptive. Nous devons le texte français à l'obligeance de M. J.-P. Dumur (Genève).

N. d. l. R.

---

[1] Ils sont en vente au *K. k. Schulbücher-Verlag*, *Wien*.

Mathématiques.

But de l'enseignement. Connaissance fondamentale et pratique des mathématiques élémentaires, y compris la notion de fonction et ses applications.

1re classe, 3 heures par semaine.

Calcul. Les quatre opérations fondamentales sur les nombres entiers concrets et abstraits en se bornant tout d'abord à des nombres simples et en ne compliquant que peu à peu. Chiffres romains. Monnaies du pays, poids et mesures. Nombres décimaux, envisagés d'abord d'après le système de position des chiffres, plus tard comme fractions décimales en corrélation avec des exercices préparatoires sur le calcul des fractions. (Fractions ordinaires, dont les dénominateurs sont composés d'un petit nombre de facteurs premiers simples, et que l'on applique à des exemples concrets sans faire intervenir les règles habituelles des fractions considérées comme classe particulière de nombres.)

Etude de l'espace. Exercices préparatoires sur les corps géométriques simples, principalement le cube et la sphère, usage du compas, de la règle, de l'équerre, de l'échelle de réduction et du rapporteur. Mesure et dessin des objets environnants. On familiarisera les élèves avec les propriétés et relations des plus simples figures de l'espace (angles de 90°, 60°, triangles équiangles, rectangles, équilatéraux, etc.), droites et plans parallèles et perpendiculaires dans les surfaces et corps solides.

Surface du carré, du rectangle, volume du cube, du parallélipipède droit, comme applications du système métrique.

2me classe, 5 heures par semaine (comprenant le calcul, l'étude de l'espace et le dessin géométrique).

Calcul. Mesures et divers autres sujets ; facteurs premiers de nombres simples d'abord puis se compliquant peu à peu. Règles générales du calcul des fractions ; transformation des fractions ordinaires en fractions décimales et inversement. Pour terminer, grandeurs directement et inversement proportionnelles (ce qui conduira de la façon la plus simple à la notion de fonction). Constante application au calcul des nombres décimaux concrets dans un domaine de plus en plus étendu. Calculs d'intérêts les plus simples.

Etude de l'espace. Symétrie des figures de l'espace et des figures planes. Etude, par le moyen de constructions, des paramètres déterminant complètement une figure plane (à la place des démonstrations d'égalité). Applications variées à des mesures en classe, et, si possible, en plein air. Triangles, quadrilatères, polygones (principalement réguliers) ; cercles. Les prismes droits, pyramides, cylindres et sphères qui s'y rattachent. On étudiera la sphère conformément aux exigences de l'enseignement de la géographie qui se fait en même temps. Déplacement des figures (leurs transformations de forme et de grandeur résultant de la variation des paramètres.

Dessin géométrique (2 heures consécutives par semaine). Exercices continuels dans l'emploi des instruments de dessin. Problèmes de constructions corrélatifs de l'étude de l'espace, applications également au dessin d'ornements géométriques simples.

3me classe, 5 heures par semaine (comprenant l'arithmétique, la géométrie et le dessin géométrique).

Eléments d'arithmétique générale (Algèbre, Réd.) faisant suite à l'enseignement du calcul ; énoncés des règles de calcul et représentation de ces règles à l'aide de lettres, transformations les plus simples, exercices de substitutions (fréquentes preuves des opérations générales par la substitution de chiffres spéciaux dans les données et les résultats). Nombres négatifs dans les applications non artificielles les plus simples (thermomètre, baromètre, niveau d'eau, échelle des nombres).

Relations entre les surfaces (comparaisons, transformations les plus simples, formules de mesure), volume du prisme droit et du cylindre. Mesures et comparaisons des objets de la classe, du jardin d'école et, si possible, opérations analogues en plein air. Théorème de Pythagore avec d'abondantes démonstrations intuitives et applications aux figures planes et aux figures de l'espace les plus simples (par exemple diagonale du cube, hauteur de la pyramide régulière à base carrée). Pyramide (cône), sphère; surface et volume de ces corps (sans démonstration de ces formules pour la sphère).

Nombreuses liaisons de l'enseignement arithmétique et géométrique. Représentation graphique des quatre opérations par des droites, des expressions $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b)(a - b)$, $(a + b)^3$, etc., par le moyen de rectangles et de cubes. Extraction de la racine carrée et de la racine cubique en vue des calculs de géométrie plane et de l'espace. Opérations abrégées. Estimation du degré d'exactitude à atteindre, basée sur la mesure effective des paramètres de détermination. Estimation de l'ordre de grandeur du résultat, comparaison des résultats de l'évaluation et du calcul par des mesures et pesées de modèles. Nouvelles occasions de développer la notion de fonction : variation des longueurs, surfaces et volumes des figures et corps semblables comme la première, seconde et troisième puissance, ou comme la racine carrée et cubique des paramètres de détermination (cela par des considérations indirectes et le dessin à la nouvelle échelle). Equations les plus simples en tant qu'elles sont nécessaires aux calculs de géométrie plane et de l'espace de cette classe.

Dessin géométrique (2 heures consécutives par semaine). Continuation et développement des exercices de la 2me classe.

4me classe, 4 heures par semaine.

Algèbre. Explication des lois concernant les opérations et de leurs relations, exercices de transformations appliquées surtout à la résolution d'équations, y compris les preuves par la substitution des résultats (numériques et algébriques) dans les équations primitives. Comme application à la notion de fonction on fera observer la variation des résultats obtenue par le changement des éléments de calculs. Etude plus approfondie du système décimal et exercices les plus simples sur d'autres systèmes. Mesures, multiples, fractions ; équations du premier degré à une et plusieurs inconnues ; rapports, proportions ; équations du second degré en tant qu'elles sont nécessaires à l'enseignement de la géométrie plane. Représentation graphique de la fonction linéaire et son utilisation à la résolution des équations du premier degré.

Géométrie plane (jusqu'à la congruence et ses applications y comprises). Répétition et développement du champ précédent, avec explication des définitions et démonstrations d'Euclide qu'on appliquera à des exemples caractéristiques, le reste du champ se traitera surtout sous forme de problèmes. Résolution de problèmes de construction d'après diverses méthodes générales (aussi par le moyen de constructions algébriques) à l'exclusion de tous les problèmes ne se résolvant qu'à l'aide d'artifices. Problèmes de calcul concernant le reste du champ d'étude.

5me classe, 4 heures par semaine.

Algèbre. Puissances et racines appliquées à des exemples non artificiels. Equations du deuxième degré à une inconnue (et les plus simples à plusieurs inconnues). Equations de degrés supérieurs les plus faciles qui se ramènent sans artifice à celles du deuxième degré. Nombres irrationnels, imaginaires et complexes, en tant que la résolution de ces équations y conduit. Représentation graphique de la fonction du deuxième degré et son application à la résolution des équations du deuxième degré. Logarithmes.

Géométrie plane. Suite et fin du programme de la 4me classe.

Géométrie dans l'espace : Propriétés fondamentales de l'angle solide en général et de l'angle trièdre en particulier (angle polaire). Propriétés, surface et volume du prisme (cylindre), de la pyramide (cône), de la sphère, de leurs sections planes et de leurs volumes tronqués. Théorème d'Euler, polyèdres réguliers.

6me classe, 1er semestre 4 heures, 2me semestre 3 heures par semaine.

Algèbre : Equations logarithmiques et exponentielles les plus simples. Progressions arithmétiques (du premier ordre), progressions géométriques, applications de ces dernières principalement au calcul des intérêts composés et des rentes.

Goniométrie, trigonométrie plane et sphérique : Les fonctions trigonométriques, leur représentation graphique, utilisée spécialement pour faire saisir les propriétés et relations de ces fonctions. Résolution des triangles. Comparaison continuelle des théorèmes et méthodes de la trigonométrie avec ceux de la géométrie plane et de l'espace. Principes de la trigonométrie sphérique, en se bornant aux relations et formules qui interviennent dans les applications du reste du champ (en ce qui concerne le triangle quelconque, principalement la loi des sinus et celle du cosinus). Diverses applications de la trigonométrie aux problèmes d'arpentage, de géographie, d'astronomie, etc., dans lesquels les paramètres de détermination seront autant que possible mesurés par les élèves eux-mêmes.

7me classe, 5 heures par semaine.

Algèbre : Permutations, arrangements, combinaisons dans les cas les plus simples. Binôme de Newton pour un exposant positif entier. Premières notions du calcul des probabilités avec applications aux problèmes les plus simples de l'assurance sur la vie.

Géométrie analytique : Se relie aux représentations graphiques faites précédemment de quelques fonctions données. Application de la méthode analytique aux lignes du premier et du deuxième degré et, à l'occasion, indication des procédés géométriques appliqués aux mêmes figures.

Etude plus approfondie des exercices de différentiation et d'intégration les plus simples du champ de mathématiques et de physique. Solutions approchées d'équations algébriques (et à l'occasion d'équations transcendantes très simples) par des méthodes graphiques.

Revision générale du domaine entier de l'enseignement mathématique, principalement des équations et des progressions, de la stéréométrie, trigonométrie et géométrie analytique. Développement plus approfondi de certains sujets. Applications sur les différents domaines de l'enseignement et de la vie pratique plutôt que des problèmes purement formalistes.

Considérations historiques et philosophiques.

Travaux écrits : Dans toutes les classes trois épreuves par semestre, en outre, petits exercices à faire à la maison entre les leçons. Dans le cas où la leçon suivante a déjà lieu le lendemain, on supprimera ces tâches dans les classes inférieures ; dans les classes supérieures également, à moins qu'il n'y ait une après-midi de libre entre deux. Au besoin exercices faits et corrigés en classe.

Observations.

Principales tendances du programme précédent :

1. Adaptation au développement intellectuel réel des élèves.
2. Simplification du champ d'étude par la liaison des branches ayant des relations les unes avec les autres, spécialement l'arithmétique et la géométrie.
3. Adaptation du programme de mathématiques aux branches correspondantes et aux applications de la vie réelle.
4. Assimilation de l'idée de fonction en utilisant toutes les occasions qui se présentent dans l'enseignement mathématique jusqu'à l'étude de la variation d'une fonction à l'aide du quotient différentiel.
5. Développement de l'intuition géométrique, facilité par les travaux manuels des élèves (construction de modèles, mesures, etc.).
6. On laissera de côté toute matière surannée ou reconnue comme inutile au point de vue didactique.

L'ensemble de l'enseignement mathématique a été conçu de façon que l'enseignement des trois premières classes constitue une étude préparatoire des nombres jusqu'aux débuts du calcul littéral, ainsi qu'une étude préparatoire de l'espace à l'aide de représentations géométriques mises en valeur par leurs applications dans les autres branches (géographie, histoire naturelle, etc.) et dans la vie ordinaire. L'enseignement de ces classes a pour but aussi de familiariser les élèves avec l'emploi du langage arithmétique et géométrique (en omettant cependant les définitions formelles prématurées).

A partir de la quatrième classe, on s'occupera de la liaison scientifique des notions et propositions individuelles de l'arithmétique et de la géométrie (en évitant toutefois une représentation purement déductive). On développera également peu à peu la notion de fonction et ses applications.

Quelques remarques sont encore à faire relativement à chaque classe particulière.

Déjà à partir de l'enseignement du calcul des deux premières classes, on exigera cette sûreté dans le calcul des nombres dont le besoin se fait sentir également dans les degrés supérieurs de l'enseignement mathématique. Les principes de calcul devront s'acquérir par des exemples simples sur de petits nombres, puis on se perfectionnera dans le calcul mécanique par l'emploi de nombres un peu plus grands ; après quoi le calcul sur les plus grandes valeurs se fera sans difficulté dans la troisième classe à l'aide du calcul des puissances (base 10).

On n'introduira pas le calcul abrégé avant la troisième classe, car ce n'est qu'à partir de cette classe qu'on lui trouve des applications. L'élève pourra alors aussi souvent que possible mesurer les paramètres de détermination (côtés de l'angle droit, diamètre du cercle, etc.) sur des figures dessinées par lui-même ; il pourra se faire une idée de l'exactitude souvent peu considérable des grandeurs données et calculées et sur la possibilité de négliger des décimales en tenant compte du degré d'exactitude à atteindre.

Les rapports et proportions ne deviennent utiles qu'à partir de la planimétrie de la cinquième classe ; il suffira donc qu'on traite quelques-unes de leurs propriétés dans l'enseignement de l'arithmétique de la quatrième classe et que l'on s'occupe en particulier des proportions dans l'étude des équations. Par contre, un tel besoin ne se fait pas sentir en ce qui concerne le programme de la seconde classe dans laquelle les calculs simples et composés qui s'étudient à la fin de l'année permettront d'arriver aux résultats d'une façon plus simple et plus claire que si l'on passe par les proportions.

L'étude de l'espace de la troisième classe conduit aux prismes droits et cylindres correspondant aux figures planes. Il sera bon de déterminer les surfaces calculées par les pesées des prismes droits et cylindres qui leur correspondent et inversement de mesurer directement sur ces modèles les paramètres de détermination nécessaires aux calculs de ces surfaces.

L'enseignement de l'arithmétique de la quatrième classe renonce complètement à la soi-disant introduction scientifique de l'arithmétique. On la remplacera avantageusement en considérant les relations qui existent entre les diverses opérations par la résolution des équations de détermination, cette résolution devant être faite d'abord par le retour aux opérations inverses puis par transposition mécanique. De semblables applications permettront aux élèves de saisir beaucoup plus facilement les nombreuses relations logiques des principes et des lois de l'arithmétique que ne sauraient le faire des abstractions prématurées.

La géométrie plane de la quatrième et de la cinquième classe devra se traiter d'une façon analogue, les démonstrations rigoureuses ne devront se faire que pour un petit nombre de théorèmes, en faisant sentir à l'élève le besoin logique d'une telle démonstration. Mais, pour la plupart des autres théorèmes, il suffira de signaler à l'élève la raison de la justesse de la proposition sans insister, spécialement pour ceux qui lui paraissent plus ou moins évidents (comme la relation de l'angle au centre et de l'arc compris et beaucoup d'autres). Dans tous les cas, on évitera soigneusement d'obscurcir les vérités géométriques par un pur formalisme.

Les principes et lois concernant la position réciproque des droites et plans se traiteront dans l'enseignement de la géométrie descriptive (en partie aussi dans le cours préparatoire) et non dans l'enseignement systématique de la stéréométrie. Si l'on renonce aussi à traiter en détail la congruence et la symétrie des trièdres, une fois que les élèves auront fait usage des connaissances acquises dans un enseignement précédent (spécialement dans la géométrie descriptive) le programme de la stéréométrie de la cinquième classe pourra se faire sans aucune hâte en un semestre, d'autant plus que l'enseignement de la trigonométrie prévoit de nombreuses applications stéréométriques. Mais l'enseignement sera considérablement simplifié lorsque l'on tiendra compte davantage des liens étroits qui unissent la stéréométrie et la géométrie descriptive ; cela permettra d'éviter de nombreuses répétitions.

On consacrera une année entière à la goniométrie et trigonométrie, étude qui présente aussi de nombreuses applications de géométrie plane et de l'espace. Par contre, il ne faudra pas s'égarer dans des transformations goniométriques compliquées ou dans des problèmes trigonométriques se résolvant à l'aide d'artifices.

L'introduction des fonctions trigonométriques devra se faire à l'aide de problèmes pratiques de planimétrie, en particulier sur le triangle rectangle, en se bornant tout d'abord à l'angle aigu. Après avoir acquis les formules fondamentales, on les appliquera immédiatement à la résolution du triangle rectangle; après cela seulement on continuera la géométrie. En ce qui touche aux calculs numériques, on fera bien de s'en tenir tout d'abord aux valeurs naturelles des fonctions (dont quelques-unes se trouvent à l'aide de certains triangles rectangles) et de n'utiliser les logarithmes de ces fonctions que pour les problèmes qui exigeraient autrement des calculs compliqués.

Le programme de trigonométrie sphérique devra se relier d'une façon plus effective aux notions et considérations sur l'angle solide et la sphère étudiés en stéréométrie. Ce programme sera compris dans celui de la trigonométrie ordinaire en relation avec l'étude du triangle plan (en partie aussi avec celle du triangle rectangle). On insistera beaucoup plus sur les moyens d'acquérir une grande sûreté dans la résolution des questions de stéréométrie sphérique, plutôt que sur l'acquisition de formules mnémoniques compliquées dont l'emploi ne serait avantageux que dans des problèmes qui dépassent le cadre de l'activité scolaire. On se contentera du principe des sinus et de celui du cosinus, et si parfois l'élève est obligé de recourir à un détour pour arriver à la solution d'un problème, il y a cependant une moins grande dépense de force et de temps que s'il fallait acquérir tout cet appareil de formules.

Dans l'étude des puissances et des racines il suffira d'indiquer les quelques principes simples qui justifient les formules en évitant les démonstrations étendues des différents théorèmes.

L'étude de la fonction logarithmique se fera d'une façon plus commode par la représentation graphique plutôt que par les tables. A côté du point de vue théorique, il faut insister sur l'utilité des logarithmes dans le calcul et l'habile emploi des tables (à cinq ou à quatre décimales).

Quoique dans le programme on ne signale que l'étude des fonctions qui se rencontrent dans l'enseignement mathématique proprement dit, on s'occupera également des fonctions empiriques qui se présentent particulièrement dans l'enseignement de la physique, et de leur représentation graphique à l'aide de courbes (surfaces). Les élèves se rendront compte ainsi du rôle des mathématiques dans les phénomènes naturels

L'étude de la géométrie analytique se trouve préparée dans une large mesure par les représentations graphiques des fonctions faites précédemment ; de sorte qu'il ne s'agit tout d'abord que d'une récapitulation générale. On pourra par suite consacrer une plus grande attention aux sections coniques, d'autant plus que cette étude se lie naturellement aux représentations graphiques concernant les équations du second degré.

Le programme du degré supérieur comprend un nombre relativement restreint de sujets nouveaux et une revision générale de tout le domaine des années précédentes. Cette revision ne doit pas seulement constituer une sorte d'appendice ; la récapitulation de l'arithmétique, par exemple, se fera sous forme d'une étude générale des équations avec les représentations graphiques qui y correspondent. Puis, à l'occasion de la répétition des progressions, on introduira la théorie du binôme et des combinaisons qui s'y rattache. Le repassage de la géométrie analytique se fera à un point de vue général en la considérant comme une extension des relations de l'arithmétique et de la géométrie, relations déjà rendues familières aux élèves par les représentations graphiques.

Il faut recommander dans toutes les classes le calcul mental, l'évaluation des relations de grandeurs et le calcul avec des nombres particuliers. Pour permettre aux élèves d'acquérir une certaine habileté dans le calcul, il est utile que les maîtres des différentes branches s'entendent pour adopter un langage et des notations uniformes.

Dans les degrés inférieurs, il faut absolument laisser de côté les définitions formelles des notions premières des mathématiques, même dans les degrés moyens et supérieurs on devra procéder avec une grande précaution surtout pour les notions tout à fait générales et primitives comme la droite, le nombre, la grandeur. On se rendra beaucoup mieux compte si l'élève a bien saisi la portée de ces notions par l'usage qu'il en fera dans de nombreuses applications plutôt qu'en lui faisant répéter des définitions apprises.

On voit que les observations précédentes combattent vivement tout formalisme exagéré dans l'enseignement mathémathique ; elles s'adressent aussi tout spécialement à la façon d'introduire dans l'enseignement le quotient différentiel. Il ne s'agit nullement de la différentiation systématique des fonctions élémentaires. Ces premiers principes de différentiation (et d'intégration) doivent se faire principalement sous forme d'applications sur ce qui s'est fait précédemment ; on ne devra pas les présenter comme quelque chose de tout à fait nouveau, d'autant plus que l'élève s'en est déjà fait une première idée, comme par exemple dans l'enseignement de la physique à propos de la vitesse et de l'accélération. Il ne faut donc pas considérer ce chapitre comme une nouvelle charge pour l'élève, mais comme un moyen d'approfondir, et par cela même de simplifier le champ précédent.

Le choix approprié des problèmes est d'une importance capitale sur les résultats de l'enseignement mathématique. Des problèmes trop difficiles ou trop faciles pourront nuire à ces résultats et l'on devra éviter tout spécialement tous les exemples purement formalistes, les opérations compliquées, les constructions et calculs de triangles dont les paramètres de détermination sont peu commodes, la résolution d'équations à l'aide d'artifices, etc.

Les problèmes à traiter sont bien plutôt ceux qui touchent aux différentes branches de l'enseignement et qui se présentent dans la vie courante.

On consacrera deux heures par semaine au dessin géométrique dans la deuxième et la troisième classe. On cherchera avant tout à acquérir une grande habileté au dessin, ce qui est très important également pour la géométrie descriptive des degrés supérieurs. Les résultats dépendent en grande partie du choix des exercices. Pour le texte on emploiera l'écriture ronde et pour les figures les caractères d'imprimerie.

En ce qui concerne le temps à consacrer à l'arithmétique et à la géométrie, on s'arrangera à ce que l'étude de l'espace dans la première classe débute quatre semaines après le commencement de l'année scolaire. A partir de ce moment jusqu'à la fin de la quatrième classe on consacrera une heure par semaine à la géométrie ; à partir de la cinquième classe, le temps se partagera également entre l'arithmétique et la géométrie, ordinairement d'une façon alternative. Dans la deuxième et la troisième classe le dessin géométrique doit être enseigné par le maître de mathématiques tout en étant considéré comme une branche à part.

Dessin géométrique [1] et Géométrie descriptive.

Degrés inférieurs.

But de l'enseignement : Habileté dans le dessin linéaire et dans l'exécution des problèmes de constructions géométriques ; représentation d'objets simples par projections.

2me classe, 2 heures par semaine, en corrélation avec le calcul et l'étude de l'espace, v. le programme de mathématiques.

3me classe, 2 heures par semaine, en corrélation avec l'arithmétique et la géométrie, v. le programme de mathématiques.

4me classe, 3 heures par semaine.

Représentation des sections coniques en se basant sur les propriétés de leurs foyers. Tangentes en un point sur la courbe et par un point extérieur. Relations de position. Dessin de la base et de l'élévation de corps simples dans des positions particulières relativement aux plans de projection et en cherchant à développer le côté intuitif. Familiarisation des notions de projections horizontales et verticales de points, lignes, etc. Détermination de la longueur et de l'inclinaison de droites et de la forme de figures rectilignes situées dans les plans de projection. Représentation de corps polyédriques dans des positions successives après rotation. Elévation et projections obliques de ces corps ; constructions simples concernant leurs ombres (ombre au soleil).

Degrés supérieurs.

But de l'enseignement : Connaissance des principales lois et des principaux théorèmes de la méthode des projections orthogonales et des principes fondamentaux de la projection oblique et de la perspective y compris leurs applications à la représentation d'objets techniques simples.

5me classe, 3 heures par semaine.

L'enseignement est étroitement lié à celui de la 4me classe ; exécution systématique des principaux problèmes de géométrie descriptive sur le point, la droite et le plan au moyen des projections verticale et horizontale, et d'autres projections latérales. Application de ces constructions à la résolution de divers problèmes, en particulier à la représentation de prismes et pyramides réguliers de forme et position données avec leurs ombres ; à l'obtention des sections planes, de prismes, pyramides et d'autres corps à surfaces planes ; intersection de ces corps et détermination du solide commun dans les cas les plus simples.

6me classe, 3 heures par semaine.

Représentation du cercle en projection normale, ombre portée sur des plans dans le cas de l'ombre au soleil. Projection oblique du cercle. Principales propriétés constructives de l'ellipse considérée comme projection normale ou oblique du cercle, déduites des propriétés correspondantes du cercle. Représentation de cylindres et de cônes (principalement de cylindres et cônes de révolution) et d'autres corps composés, également en projections obliques. Plans tangents aux surfaces coniques et cylindriques. Sections planes, réseaux et cas simples de pénétration de ces surfaces. Construction

[1] Plus exactement : dessin géométrique dans les classes inférieures (Unterrealschule), géométrie descriptive dans les degrés supérieurs (Oberrealschule).

d'ombres dans le cas de l'ombre au soleil. Etude plus approfondie des sections planes du cône de révolution ; déduction des propriétés constructives les plus importantes de ces sections.

Représentation de la sphère, de ses sections planes et de ses plans tangents ; construction de la limite de l'ombre propre et de l'ombre portée sur des plans dans le cas de l'ombre au soleil et de l'ombre au flambeau.

7me classe, 2 heures par semaine.

Représentation des surfaces de révolution dont les axes sont perpendiculaires à l'un des plans de projection, plans tangents et section plane.

Les notions fondamentales de la perspective, autant qu'elles sont nécessaires à la représentation d'un objet à surfaces planes donné par ses projections normales.

Répétition et achèvement du programme de géométrie descriptive à l'aide de problèmes généraux présentant également un intérêt pratique.

A partir de la 4me classe petits exercices à la maison (sur cahier) de semaine à semaine.

Observations.

a) *Remarques générales.*

Ce programme de l'enseignement de la géométrie descriptive nous montre que l'on cherche non seulement à développer une certaine habileté de construction, indispensable aux études des écoles supérieures techniques, mais surtout une connaissance approfondie des représentations de l'espace, nécessaire non seulement dans les écoles supérieures, mais aussi dans la vie pratique. On atteindra ce but en insistant davantage sur la représentation des corps et en rattachant les problèmes de construction à cette représentation. On ne se bornera pas seulement à considérer les principales formes que l'on traite en stéréométrie, mais on s'occupera également des formes de corps présentant un caractère technique. La géométrie descriptive dans l'enseignement des écoles réales doit être plus qu'une simple méthode de résolution des problèmes purement théoriques de la stéréométrie ; il faut surtout que les élèves se rendent compte de la valeur de cette branche en ce qui concerne la vie pratique.

Pour la réalisation de ce but il est nécessaire d'insister sur la représentation intuitive de l'espace et non pas sur ce que les élèves apprennent par cœur diverses méthodes de construction. Il n'y a qu'un petit nombre de constructions fondamentales, qui interviennent fréquemment, comme la détermination de la longueur d'une droite, le rabattement d'un plan, etc., sur lesquelles on s'arrêtera davantage ; on cherchera à les exécuter de la façon la plus rapide et avec le moins grand nombre de lignes possible. Pour les autres constructions on laissera une plus grande liberté à l'élève qui pourra même choisir une méthode plus longue pourvu qu'elle conduise au résultat voulu.

Chaque construction doit être accompagnée d'explications concernant la figure de l'espace correspondante. En procédant ainsi l'élève se rendra compte peu à peu que c'est la figure de l'espace qui joue le rôle essentiel.

Il faut accorder une grande attention à l'enseignement du dessin, étant donné surtout le peu d'heures dont on dispose. Le maître cherchera à perfectionner ses élèves dans l'emploi des instruments de dessin, de la règle et de l'équerre à dessiner et prêchera aussi par l'exemple. Il faut recommander tout spécialement que le maître exécute ordinairement lui-même les figures au tableau noir, aussi bien et aussi exactement que possible, à l'aide de l'équerre et du compas. Le dessin à main levée des figures sur le tableau noir doit être évité autant que possible. L'élève doit en effet se rendre compte que ces figures ne sont pas seulement une simple représentation des figures de l'espace comme celles qui sont destinées à la démonstration des théorèmes de géométrie, mais que les résultats en ce qui concerne leur forme et leurs dimensions présentent une grande importance, et que de tels dessins remplacent souvent des calculs compliqués ou même impossibles à exécuter. La considération de l'échelle de réduction, suivant laquelle les objets réels sont représentés, contribuera à développer cette idée. Par des exercices de dessin, on développera le travail individuel.

Afin d'exposer son sujet d'une façon claire, le maître ne fera usage que d'expressions facilement compréhensibles et présentant vraiment une utilité directe. La question des notations a également son importance, il faudra s'entendre à ce sujet avec les maîtres de mathématiques, les deux branches présentant de nombreux points communs.

b) — *Remarques particulières.*

4me classe. Pour faire concevoir aux élèves les notions de plan et d'élévation, on placera un parallélipipède droit, l'une des faces parallèle au sol, l'autre au tableau noir, et on le fera dessiner par chaque élève, dans la position où il le voit, puis comme le verrait un élève placé au fond de la classe, puis, enfin, comme il serait vu d'un élève placé à une très grande distance et regardant perpendiculairement au tableau noir. On supposera le corps transparent. De cette façon, l'élève arrive à considérer l'élévation d'un corps comme son image, telle que la verrait un observateur placé à une très grande distance du tableau et regardant perpendiculairement à ce tableau. On procédera de la même façon pour la notion du plan. On fera exécuter ensuite les projections de prismes et pyramides et de corps composés de prismes et de pyramides, puis de cylindres et cônes de révolution et de sphères dans les positions les plus simples relativement aux plans de projection en utilisant au besoin des modèles. On obtiendra de cette façon les propositions les plus simples relatives aux projections des droites et des surfaces. Ce n'est que lorsque les élèves auront acquis une sûreté suffisante dans l'exécution de ces dessins intuitifs qu'on les initiera à leur conception purement géométrique, en remarquant que les dessins géométriques ne correspondent jamais exactement aux objets tels qu'on les observe.

On obtiendra la rotation d'un corps autour d'un axe perpendiculaire à l'un des plans de projection (ainsi qu'un déplacement parallèle à l'un de ces plans) en utilisant la loi sur les distances d'un point aux plans de projection. En répétant cette rotation deux ou trois fois en se servant alternativement d'axes perpendiculaires aux deux plans de projection, on pourra faire occuper à un corps une position quelconque relativement à ces plans et obtenir ainsi une représentation du corps qui permet d'en concevoir facilement la forme.

On obtiendra le même résultat au moyen de projections latérales, c'est-à-dire par des projections normales sur des plans perpendiculaires aux plans de projection primitifs. Par ce procédé, l'élève apprend en outre un important principe de construction qui lui servira ponr la résolution de problèmes ultérieurs. Du reste, il faut, dès à présent, habituer les élèves à considérer les projections verticale et latérale comme un système de projections normales au même titre que les projections verticale et horizontale.

Un excellent moyen pour donner aux élèves une représentation claire d'un corps donné par un système de projections orthogonales, c'est de le leur faire dessiner en projection oblique. Supposons le corps, ou le système d'axes trirectangles qui lui correspond, placé tout d'abord parallèlement aux plans de projection ; pour en obtenir une projection oblique, il suffira de savoir que les arêtes parallèles se projettent parallèlement et sont réduites dans le même rapport. Que le maître n'hésite pas non plus à faire exécuter des dessins au moyen de l'axonométrie oblique générale, pour lesquels la représentation des axes et les rapports de réduction sont choisis arbitrairement. Il va sans dire qu'à ce propos on ne s'arrêtera pas sur la démonstration du théorème de Pohlke qui justifie ce procédé. L'élève apprendra ainsi à connaître la façon d'obtenir ces figures explicatives qui sont d'un emploi si fréquent dans les différentes branches de l'enseignement.

On appliquera aussi les projections latérales et obliques et les tracés des ombres à des objets techniques simples.

Les notions et propositions de la stéréométrie qui sont nécessaires à l'étude des projections trouveront également place dans le programme de cette année. Il ne faut cependant pas rester trop longtemps sur la partie concernant les relations de position des droites et plans, l'intérêt des élèves pourrait en souffrir. Il est bien préférable d'étudier d'abord les corps de l'espace où de telles relations interviennent et de faire sentir ensuite la nécessité d'une définition exacte de ces relations. Il ne faudra cependant en aucune façon introduire ces notions et propositions tout d'une traite, mais on les présentera à mesure que leur utilité se fera sentir.

5me classe. C'est dans cette classe que se fait l'introduction systématique à la géométrie descriptive ; au début, on s'appuiera constamment sur le travail de la 4me classe, puis on passera peu à peu à une façon de procéder plus abstraite. On ne s'arrêtera donc pas trop longtemps, pour commencer, aux diverses positions du point dans les quatre dièdres.

On considérera la construction des traces d'une droite comme un cas particulier de l'intersection d'une droite et d'un plan projetant (donné par une trace). Les plans non projetants se détermineront par deux droites quelconques, ou par un triangle ou par un parallélogramme plutôt que par leurs traces, et les constructions s'exécuteront par le moyen des principales du plan (lignes de niveau et lignes de front) et non par les traces. Cette manière de représenter un plan est plus intuitive que si l'on se sert des traces, elle conduit moins facilement à des confusions et se rattache au dessin technique pratique dans lequel on n'emploie pour ainsi dire pas les traces.

En ce qui concerne les chapitres sur les relations des points, droites et plans, on se bornera à traiter en détail les problèmes fondamentaux d'une façon aussi claire que possible et l'on considérera les autres problèmes comme exercices sans pousser trop loin l'examen des cas particuliers. Une fois les problèmes fondamentaux résolus, on en montrera immédiatement les applications concernant les corps à surfaces planes qui ne seront pas traités séparément. Par l'emploi de projections latérales on simplifiera considérablement la résolution de beaucoup de problèmes. Il est préférable de ne pas traiter les trièdres dans cette classe. On répétera et l'on complétera les propositions de stéréométrie nécessaires au fur et à mesure qu'elles interviendront.

7me classe. Dans cette classe on s'occupera des compléments suivants : Propositions principales de la projection cotée, si on ne les a pas déjà traitées dans la 5me classe; examen de quelques applications pratiques, les trièdres (en employant l'angle polaire) et résolution graphique des triangles sphériques; principes concernant la représentation axonométrique orthogonale des corps et la projection stéréographique, exécution de la vis.

Comme applications utiles, il faut recommander la construction de cadrans solaires et la représentation orthogonale des sphères terrestre et céleste avec leurs principaux cercles, l'axe n'étant pas vertical.

II. — L'enseignement mathématique dans les écoles réales

d'après le Rapport[1] destiné à la Commission internationale de l'enseignement mathématique.

Nous croyons intéresser nos lecteurs en résumant à cette place le rapport que la sous-commission autrichienne vient de consacrer aux écoles réales. Ces établissements sont soumis à un nouveau plan d'études dont nous avions déjà préparé la traduction ci-dessus.

Le rapport est divisé en trois parties A, B et C.

A. But de l'enseignement mathématique. Branches d'étude.

L'*Introduction* donne un aperçu rapide des transformations qu'a subi l'Ecole réale, depuis sa fondation (1851), sous l'influence des besoins de l'industrie. Dans les conditions actuelles des écoles réales l'enseignement mathématique a pour but la pratique des mathématiques élémentaires, y compris la notion de fonction, comme préparation aux écoles supérieures; il ne doit pas avoir en vue une culture spéciale, mais contribuer au développement général de l'esprit par la science.

Les programmes actuels, du 8 avril 1909, qui remplacent ceux de 1899, présentent les tendances suivantes :

1. Adaptation au degré de développement des élèves.
2. Simplification des cours par un contact plus étroit entre les différentes branches, spécialement pour tous les degrés entre l'arithmétique et la géométrie.
3. Adaptation complète des études mathématiques aux branches d'enseignement correspondantes et aux divers domaines d'application de la vie courante.
4. Compréhension des relations fonctionnelles développées par l'enseignement mathématique.
5. Culture de la représentation de l'espace étayée sur une activité manuelle correspondante (confection de modèles, mesurages, etc.)
6. Suppression des matières surannées ou reconnues sans intérêt didactique, des détails insignifiants et de maintes répétitions, renvoi de parties détachées dans le programme (voir « *Remarques* » au sujet du plan normal d'étude de 1909). Les tâches ont été simplifiées et trois devoirs imposés par semestre (auparavant quatre). Les dispositions au sujet des tâches à faire à la maison données d'une leçon à l'autre n'ont pas changé.

---

[1] *Der mathematische Unterricht an der Realschule* von Schulrat Franz Bergmann (Olmütz). Berichte über den mathematischen Unterricht in Oesterreich. Heft 1.

B. Méthodes de l'Enseignement mathématique.

Méthode de l'enseignement de l'arithmétique. — Outre les nombreux ouvrages traitant de la méthode d'enseignement des mathématiques, le professeur trouvera des directions très sûres et des instructions didactiques dans la publication parue à l'occasion du « projet d'organisation des gymnases et écoles réales autrichiens » de l'année 1849 (voir les normes pour les gymnases et les écoles réales d'Autriche par le Dr v. Marenzeller, Ier et IIme volumes), puis dans les *Instructions pour l'enseignement dans les écoles réales en Autriche*, parues avec les programmes d'étude des années 1879 et 1899. Ces instructions renferment des avis précieux au sujet de l'enseignement dans toutes les branches. Elles contiennent des remarques préparatoires sur l'objet et le but de cet enseignement, sur le programme en général, sur les examens, sur les devoirs à faire à la maison et à l'école, sur les manuels; elles expliquent dans une partie spéciale les matières d'instruction décrites sommairement dans le plan d'étude et donnent des indications didactiques pour leur mise en pratique. Ce ne sont pas des normes fixes, invariables, restreignant l'individualité du professeur; « elles n'ont pas pour but de régler en quoi que ce soit la marche de l'enseignement ou de limiter le professeur éprouvé dans le champ de son expérience ». Le maître trouvera des conseils qui lui permettront d'éviter des tâtonnements et des erreurs. Les principes du nouveau programme d'étude des écoles réales ont été expliqués par des « remarques » spéciales et complètent ainsi en partie les instructions de l'année 1899.

Les « *Instructions pour l'année 1899* » et les « *Remarques au sujet du programme normal d'études de 1909* » (reproduites plus haut) constituent la base de l'exposé des méthodes dans le rapport de M. Bergmann.

Le manuel et le livre d'exercices. — L'enseignement de l'arithmétique et de la géométrie est présenté d'après un manuel clair et méthodique. Celui-ci est cependant peu employé dans les leçons. En suivant l'exposé à la planche noire, chaque élève reproduit dans un cahier tous les théorèmes, les règles et les exemples énoncés. Ce cahier, dont la tenue est contrôlée, constitue la base de l'enseignement dont il est la fidèle reproduction.

Dans les classes inférieures, le manuel est surtout un livre d'exercices avec des notions concises et de courtes règles. Plus scientifique dans les classes supérieures, il contient tous les théorèmes et les exercices nécessaires, l'élève consultera à toute occasion ce guide pratique.

Exercices à domicile. — Ce sont des exercices qui doivent être à la portée de tous les élèves; ils se donnent d'une leçon à l'autre d'après les problèmes faits en classe. Au début de la leçon, le professeur parcourt et vérifie quelques-uns des cahiers d'exercices; il interroge plusieurs élèves, soit en leur demandant des résultats, soit en leur faisant résoudre à la planche noire l'exercice avec d'autres données.

Modèles pour l'enseignement géométrique. — L'observation et le modèle sont à la base de l'enseignement du degré inférieur. Un cube d'environ 25 cm. de côté sert pour la théorie des formes, comme point de départ de l'enseignement par les yeux; il pourra être constitué par des bâtons en bois et un carré de carton. Le compas et le livre de classe donnent l'angle dans le plan ou l'espace. Les divers triangles, quadrilatères, polygones, cercles et secteurs avec les hauteurs, diagonales, lignes de symétrie et diamètres sont faits avec des planchettes découpées, utilisées à l'instar d'une carte muette de géographie. Des modèles de pyramides et de prismes (hauteur d'environ 30 cm.); de la pyramide tronquée à 4 côtés avec son complément, du cylindre et du cône circulaires et de leurs dérivés, du cône tronqué avec son complément, de la sphère, de la demi-sphère, des sections, segments et secteurs de sphère.

Des modèles en bois ou en fil de fer pour la IIme classe représentent 2 points, 2 lignes ou 2 triangles symétriques par rapport à une droite ou un plan, le cube, le prisme carré, la pyramide carrée avec leurs plans symétriques, enfin la sphère avec équateur, parallèles et méridiens. Le trièdre et son origine, les angles congruents, les pyramides et prismes droits et obliques, les cônes et cylindres ainsi que les polyèdres réguliers sont représentés par des modèles en carton ou en bois.

Dans la IIIme classe, on utilise par exemple des modèles pour des figures équivalentes en surface, telles que les parallélogrammes, triangles, trapèzes, rectangles; pour le théorème de Pythagore; pour le principe de Cavalieri; pour la formule du cube des pyramides par la décomposition du prisme à 3 côtés; pour la surface du carré, pour le volume d'un cube dont on double ou triple le côté ou la face. Dans les classes supérieures, les modèles sont remplacés par la perspective et les projections. Pour la trigonométrie sphérique on utilise un grand globe sur lequel on peut dessiner à la craie. Les appareils des collections réservées à l'enseignement de la physique servent aussi pour la représentation des problèmes d'astronomie.

C. Examens.

Examen d'entrée. — C'est le premier examen qu'a à subir le garçon de 10 ans en entrant à l'école réale.

L'examen de calcul écrit et oral comprend les nombres (écriture et lecture), les quatre opérations fondamentales avec nombres entiers ou décimaux simples.

Examens d'orientation et de classement. — L'administration de l'enseignement public a publié, par *ordonnance du 11 juin 1908, des prescriptions pour un nouveau règlement des examens* dans le but de simplifier les épreuves et les classifications.

Les examens imposés dans les écoles moyennes sont ceux d'« orientation » et de « classement ». Le but principal des premiers est le travail en commun, par le professeur et les élèves, des matières enseignées. L'examen d'orientation permet de revoir attentivement les diverses leçons, de les considérer à plusieurs points de vue, de les relier entre elles et de les répéter concurremment.

L'examen de classement par contre, *passé après étude complète d'un sujet,* permet au professeur de juger des connaissances acquises par l'élève, surtout au point de vue scientifique.

L'examen de maturité. — Le principal but de cet examen est la preuve de la maturité et du développement suffisant de l'intelligence, permettant de commencer des études scientifiques telles que celles des Ecoles techniques supérieures. Tandis que les examens de classification cherchent à établir dans quelle mesure les élèves possèdent une partie déterminée des matières enseignées, l'examen de maturité, par contre, embrasse l'ensemble des connaissances acquises par l'élève à l'Ecole réale supérieure.

Le nouveau décret concernant ces examens date du 29 février 1908. Il insiste sur le but de l'examen de maturité qui ne doit pas être un examen portant sur des détails, mais uniquement sur la culture générale acquise, sur le développement intellectuel atteint par le candidat.

La commission d'examen se prononce d'après l'impression d'ensemble des épreuves orales qui sont précédées d'épreuves écrites et en tenant compte des notes trimestrielles de la dernière année. Lorsqu'un candidat échoue, il peut se présenter une seconde fois au bout d'un semestre ou d'une année; mais il ne peut s'inscrire plus de deux fois à l'examen.

Cours universitaires.

ÉTATS-UNIS D'AMÉRIQUE

Cours annoncés pour l'année universitaire 1910-1911.

University of Chicago (summer quarter, June 20 to September 2). — Prof. E. H. MOORE : General analysis, 4 hours; Seminar on the foundations of mathematics, 4; Graphical methods in algebra, 4, all second term. — Prof. L. E. DICKSON : Theory of substitutions, 4; Differential calculus, 5. — Prof. J. W. A. YOUNG : Critical review of secondary mathematics, 4; Advanced algebra, 5. — Prof. G. A. BLISS : Functions of a complex variable, 4; Modern analytic geometry, 4. — Prof. E. J. WILCZYNSKI : Projective differential geometry, 4; Integral calculus, 5; Synoptic course in mathematics, 5. — Prof. A. L. UNDERHILL : Differential equations, 5; Plane analytic geometry, 5; College algebra, 5.

Courses announced for the academic year 1910-1911. — Prof. E. H. MOORE : Introduction to general analysis : Theory of functions of infinitely many variables; Integral équations in general analysis; Seminar on the foundations of pure mathematics; each 2 hours throughout the year. — Prof. L. E. DICKSON : Finite groups, 4 h., 1st term; General algebra, 4 h., 2nd term; Quadratic forms, 4 h., 3rd term. — Prof. F. R. MOULTON : Modern theories of analytic differential equations with applications to celestial mechanics, 4 h., all 3 terms. — Prof. E. J. WILCZYNSKI : Theory of plane curves, 4 h., 1st term; Projective differential geometry of ruled surfaces and space curves, 4 h., 2nd term; Projective differential geometry of non-ruled surfaces and congruences, 4 h., 3rd term. — Prof. K. LAVES : Analytic mechanics, 4 h. 1st and 2nd terms. — Prof. H. E. SLAUGHT : Differential equations, 4 h., 1st term. — Prof. G. A. BLISS : Elliptic integrals, 4 h., 2nd term; Theory of definite integrals, 4 h., 3rd term; Fundamental existence theorems, 2 h., 2nd and 3rd terms. — Dr A. C. LUNN : Hydrodynamics. 4 h., 1st term; Differential equations of mathematical physics, the conduction of heat, 4 h., 3rd term.

Columbia University, New-York. — Prof. T. S. FISKE : Theory of functions of a real variable, 3 h.; Functions defined by linear differential equations, 3 h. — Prof. F. M. COLE : Theory of functions of a complex variable, 3 h.; Theory of plane curves, 3 h. — Prof. JAMES MACLAY : Differential equations, 3 h., 2nd half-year; Differential geometry, 3 h., 2nd half-year.

— Prof. D. E. Smith : History of mathematics, 2 h.; Seminar in the history and teaching of mathematics. — Prof. C. J. Keyser : Modern theories in geometry, 3 h. ; Principles of mathematics, 3 h. — Prof. Edward Kasner : Vector Analysis, 2 h., 1st half-year; Geometry of differential equations, 2 h.

Cornell University, (Ithaca, New-York). — Prof. J. McMahon : Theory of probabilities, 2 ; Vector analysis, 2. — Prof. J. H. Tanner : Theory of equations, 3. — Prof. J. I. Hutchinson : Theory of functions of a complex variable, 2. — Prof. V. Snyder : Descriptive Geometry, 3 ; Birational transformations, 2, first term. — Dr. F. R. Sharpe : Mechanics, 2. — Dr. W. B. Carver : Advanced calculus, 3. — Dr. A. Ranum : Theory of groups, 2. — Dr. D. C. Gillespie : Differential geometry, 2. — Dr. C. F. Craig : Applications to mechanics and physics, 2. — Dr. F. W. Owens : Differential equations, 2. — Dr. J. V. McKelvey : Advanced analytic geometry, 3. — Dr. L. L. Silverman : Algebra of logic, 2.

Johns Hopkins University (Baltimore). — Prof. F. Morley : Higher geometry, 3 hours, first half year; Theory of functions, 3 hours, second half-year. — Prof. A. Cohen : Differential equations, 2; Calculus of variations, 2, first half-year. — Prof. A. Coble : Theory of groups, 2; Theory of probabilities, 2, second half-year.

University of Illinois. — Prof. S. W. Shattuck : Differential equations, 3 hours, first semester. — Prof. E. J. Townsend : Theory of functions of a complex variable, 3. — Prof. G. A. Miller : Higher algebra, 3 hours, first semester ; Theory of groups, 3. — Prof. E. J. Wilczynski : Synoptic course, 3; Differential geometry, 3. — Prof. H. L. Rietz : Actuarial theory, 3 hours, first semester; Theory of statistics, 3. — Prof. J. W. Young : Elliptic functions, 3. — Prof. C. H. Sisam : Algebraic surfaces, 3. — Dr A. R. Crathorne : Advanced calculus, 3 hours, second semester ; Theory of linear differential equations, 3. — Dr R. L. Börger : Projective geometry, 3. — Dr G. E. Wahlin : Partial differential equations, 3 hours, second semester. Dr T. Buck : Solid analytic geometry, 3 hours, second semester.

Summer of 1910. — Prof. G. A. Miller : Theory of equations and determinants, 5 hours ; Elementary theory of groups, 3. — Dr E. B. Lytle : Teachers' course, 5. — Dr G. E. Wahlin : Differential equations, 5.

Indiana University. — Prof. S. C. Davisson : Advanced calculus (*a*, *w*, *s*), 3 h. ; Fourier series (*a*), 3 h. ; Fundamental concepts of mathematics (*w*, *s*), 2 h. — Prof. D. A. Rothrock : Systems of geometry (*a*, *w*), 3 h. ; Calculus of variations (*s*, *sm*), 3 h. ; History of mathematics (*w*), 3 h. — Prof. U. S. Hanna : Theory of numbers (*a*), 3 h. ; Substitution groups and Galois theory (*w*, *s*), 3 h. — Mr. K. P. Williams : Functions defined by differential equations (*a*, *w*), 2 h. (*a*. *w*, *s*, *sm* = autumn, winter, spring, summer.)

Princeton University. — Prof. H. B. Fine : Theory of algebraic numbers, 3 hours, first term. — Prof. H. D. Thompson : Coordinate geometry, 3. — Prof. L. P. Eisenhart : Mechanics, 3 ; Differential geometry, 3. — Prof. O. Veblen : Linear groups and invariants, 3, second term ; Projective geometry, II, 3 hours, first term ; Projective Geometry, I, 3. — Prof. G. D. Birkhoff : Differential equations, 3 ; Differential equations of physics, 3. — Prof. E. Swift : Theory of functions of a complex variable, I, 3. — Prof. J. H. McL. Wedderburn : Theory of functions of a complex variable, II. 3, second term.

Yale University, (New-Haven, Conn.) — Prof. J. Pierpont : Abelian functions, 2 ; Thermodynamics, 2 ; Theory of functions of a complex variable, 2 ; Modern analytic geometry, 2. — Prof. P. F. SMITH : Geometrical analysis, 1 ; Differential geometry, 2 ; Elementary differential geometry, 2. — Prof. E. W. BROWN : Elementary mechanics, 2 ; Advanced mechanics, 2 ; Advanced calculus, 3. — Prof. W. R. LONGLEY : Calculus of variations, 2 ; Potential theory and harmonic analysis, 1. — Dr. A. W. GRANVILLE : Elementary differential equations, 1. — Dr. G. M. CONWELL : Finite groups, 2 ; Partial differential equations of physics, 1. — Dr. G. F. GUNDELFINGER : Advanced analytic geometry, 2. — Dr. D. D. LEIB : Transformations of space, 2.

ITALIE [1]

Année universitaire 1910-1911.

Bologna ; *Università.* — ARZELA : Integrali di Lebesgue ; meccanica superiore, 3. — DONATI : Elettromagnetismo ; equazioni pei corpi in movimento dal punto di vista del postulato di relatività, 3. — PINCHERLE : Operazioni lineari in generale, equazioni integrali ; equazioni differenziali lineari con riguardo speciale alle equazioni del second'ordine (nel campo complesso e nel reale), 3.

Catania ; *Università.* — DE FRANCHIS : Geometria differenziale con applicazioni alla geometria noneuclidea, 4. — LAURICELLA : Teoria dell'elasticità ; applicazioni varie, 4. — PENNACCHIETTI : Meccanica celeste, 4. — SEVERINI : Teoria delle funzioni, 4.

Genova ; *Università.* — LEVI ; Fondamenti della teoria delle funzioni di variabile reale ; calcolo delle variazioni, 3. — LORIA : Teoria dei gruppi di trasformazioni, 3. — TEDONE : Problemi speciali di equilibrio e di movimento dei corpi solidi elastici, 3.

Napoli ; *Università.* — AMODEO : Storia dell'evo antico fino al 1200, 3. — MARCOLONGO : Omografie vettoriali e loro applicazioni all'Idromeccanica, all'Elasticità, all'Elettrodinamica, 3. — MONTESANO : Teoria delle corrispondenze birazionali nello spazio ; la geometria della retta e delle coniche nello spazio, 4 $^1/_2$. — PASCAL : Equazioni differenziali specialmente in rapporto alla teoria dei gruppi di trasformazioni. — PINTO : Ottica fisica con speciale riguardo ai fenomeni di diffrazione, 4 $^1/_2$. — TORELLI : Teoria analitica dei numeri (serie di Dirichlet, funzione $\zeta(s)$ di Riemann, distribuzione dei numeri primi), 4 $^1/_2$.

Padova ; *Università.* — D'ARCAIS : Teoria generale delle funzioni di variabili complesse ; funzioni ellittiche, 4. — CISOTTI : Teoria matematica dell'elasticità ed applicazioni tecniche, 3. — FAVARO : La lettura delle matematiche nello Studio di Padova dal secolo XIV° al XVII°, 3. — GAZZANIGA : Teoria dei numeri, 3. — LEVI-CIVITA : Meccanica statistica, teoria cinetica dei gas, 4 $^1/_2$. — RICCI : Metodi di calcolo differenziale assoluto ; funzioni armoniche e poliarmoniche ; teoria generale della elasticità, 4. — SEVERI : Teoria delle funzioni algebriche di due variabili e dei loro integrali, 4. — VERONESE : Fondamenti di geometria, 4.

---

[1] Les cours généraux (tels que ceux d'Analyse algébrique et infinitésimale, de Géométrie analytique, projective, descriptive, Mécanique rationnelle, Géodésie) ne sont pas indiqués dans la liste.

Palermo ; *Università*. — Bagnera : Equazioni alle derivate parziali di secondo ordine, 3. — Gebbia : Vibrazioni dei mezzi elastici ; applicazioni all'acustica e all'ottica, 4 $^1/_2$. — Guccia : Teoria generale delle curve e delle superficie algebriche, 4 $^1/_2$. — Venturi : Moto dei pianeti attorno al sole ; moto dei pianeti attorno al proprio centro di gravità, 4 $^1/_2$.

Pavia ; *Università*. — Almansi : Teoria della propagazione del calore, 3. — Berzolari : Geometria sopra una curva algebrica, 3. — Gerbaldi : Funzioni ellittiche, 3. — Vivanti : Teoria delle funzioni con applicazione alle trascendenti intiere, 3.

Pisa ; *Università*. — Bertini : Proprietà fondamentali della geometria sopra una superficie, 3. — Bianchi : Preliminari sulle equazioni differenziali ordinarie ed a devivate parziali ; geometria infinitesimale delle curve e delle superficie, 4 $^1/_2$. — Dini : Funzioni di variabile complessa ; funzioni ellittiche, 4 $^1/_2$. — Maggi : Complementi di meccanica attinenti al metodo di Hamilton-Jacobi ; teoria della funzione potenziale e delle funzioni armoniche ; teoria del campo vettoriale ; applicazioni, 4 $^1/_2$ — Pizzetti : Interpolazione e integrazione numerica ; generalità di astronomia sferica ; teoria della figura dei pianeti, 3.

Roma ; *Università*. — Bisconcini : Geometria differenziale e questioni di meccanica che vi si collegano, 3. — Castelnuovo : Principi della geometria ; geometria non euclidea, 3. — Orlando : Fondamenti analitici della fisica matematica, 3. — Voltera : Equazioni della fisica matematica, 3. — Teorie di integrazione delle equazioni differenziali della mecanica celeste, 3. — N. N. : Analisi superiore, 3.

Torino ; *Università*. — Boggio : Teoria delle equazioni integrali e del potenziale, 3. — Sannia : Geometria non euclidea, 3. — Segre : Geometria delle trasformazioni birazionali delle curve e superficie algebriche, 3. — Somigliana : Teoria del potenziale ed applicazioni, 3. — N. N. : Analisi superiore, 3.

BIBLIOGRAPHIE

P. Bachmann. — **Niedere Zahlentheorie**, Zweiter Teil : *Additive Zahlentheorie*. — 1 vol., gr. in-8°, X et 480 p., prix : M. 17, relié ; B. G. Teubner, Leipzig [1].

Ce terme un peu vague, mais commode, d' « Additive Zahlentheorie » que l'on doit à Kronecker, s'applique à un domaine très étendu qu'il serait difficile de délimiter d'une manière précise. On peut cependant y distinguer deux champs d'études, deux groupes de problèmes appartenant à des types différents. Dans tous on a à faire à des sommes ; mais si dans certaines questions les addendes, qui servent d'éléments, sont supposés connus, dans d'autres, de beaucoup plus nombreuses et d'un abord plus difficile, il s'agit,

[1] Le premier volume a été analysé dans l'*Enseign. mathém.* du 15 mars 1903.