P. Bachmann. — Niedere Zahlentheorie, Zweiter Teil : Additive Zahlentheorie. — 1 vol., gr. in-8°, X et 480 p., prix: M. 17, relié; B. G. Teubner, Leipzig 1.

Palermo ; *Università*. — Bagnera : Equazioni alle derivate parziali di secondo ordine, 3. — Gebbia : Vibrazioni dei mezzi elastici ; applicazioni all'acustica e all'ottica, 4 $^1/_2$. — Guccia : Teoria generale delle curve e delle superficie algebriche, 4 $^1/_2$. — Venturi : Moto dei pianeti attorno al sole ; moto dei pianeti attorno al proprio centro di gravità, 4 $^1/_2$.

Pavia ; *Università*. — Almansi : Teoria della propagazione del calore, 3. — Berzolari : Geometria sopra una curva algebrica, 3. — Gerbaldi : Funzioni ellittiche, 3. — Vivanti : Teoria delle funzioni con applicazione alle trascendenti intiere, 3.

Pisa ; *Università*. — Bertini : Proprietà fondamentali della geometria sopra una superficie, 3. — Bianchi : Preliminari sulle equazioni differenziali ordinarie ed a devivate parziali ; geometria infinitesimale delle curve e delle superficie, 4 $^1/_2$. — Dini : Funzioni di variabile complessa ; funzioni ellittiche, 4 $^1/_2$. — Maggi : Complementi di meccanica attinenti al metodo di Hamilton-Jacobi ; teoria della funzione potenziale e delle funzioni armoniche ; teoria del campo vettoriale ; applicazioni, 4 $^1/_2$ — Pizzetti : Interpolazione e integrazione numerica ; generalità di astronomia sferica ; teoria della figura dei pianeti, 3.

Roma ; *Università*. — Bisconcini : Geometria differenziale e questioni di meccanica che vi si collegano, 3. — Castelnuovo : Principi della geometria ; geometria non euclidea, 3. — Orlando : Fondamenti analitici della fisica matematica, 3. — Voltera : Equazioni della fisica matematica, 3. — Teorie di integrazione delle equazioni differenziali della mecanica celeste, 3. — N. N. : Analisi superiore, 3.

Torino ; *Università*. — Boggio : Teoria delle equazioni integrali e del potenziale, 3. — Sannia : Geometria non euclidea, 3. — Segre : Geometria delle trasformazioni birazionali delle curve e superficie algebriche, 3. — Somigliana : Teoria del potenziale ed applicazioni, 3. — N. N. : Analisi superiore, 3.

BIBLIOGRAPHIE

P. Bachmann. — **Niedere Zahlentheorie,** Zweiter Teil : *Additive Zahlentheorie*. — 1 vol., gr. in-8°, X et 480 p., prix : M. 17, relié ; B. G. Teubner, Leipzig [1].

Ce terme un peu vague, mais commode, d' « Additive Zahlentheorie » que l'on doit à Kronecker, s'applique à un domaine très étendu qu'il serait difficile de délimiter d'une manière précise. On peut cependant y distinguer deux champs d'études, deux groupes de problèmes appartenant à des types différents. Dans tous on a à faire à des sommes ; mais si dans certaines questions les addendes, qui servent d'éléments, sont supposés connus, dans d'autres, de beaucoup plus nombreuses et d'un abord plus difficile, il s'agit,

[1] Le premier volume a été analysé dans l'*Enseign. mathém.* du 15 mars 1903.

en remontant des sommes aux addendes, de décomposer un nombre en éléments vérifiant un ensemble de conditions données. Quelques-uns de ces problèmes nous ont été légués par les anciens, un grand nombre ont été posés par Fermat, mais c'est le nom d'Euler qu'on trouve à la tête de la plupart des travaux entrepris dans cette voie. Avec une patience infinie, M. Bachmann a fouillé tous les recoins de ce vaste domaine, et en reliant entre elles les recherches dispersées jusqu'ici dans les revues et les traités et cataloguées sous des noms différents, il a réussi à y introduire l'unité qui y faisait défaut.

Nous avons dit que les recherches réunies par M. Bachmann appartiennent à deux types différents. Celles du premier type sont exposées dans les deux premiers chapitres du livre intitulés : « Bildung der Zahlen auf additivem Wege » et « Rekurrente Zahlenreihen ». Dans ces chapitres les termes des sommes dont on étudie les propriétés sont donnés soit directement, soit à l'aide de relations récurrentes. En prenant comme point de départ les termes des progressions arithmétiques, M. Bachmann obtient d'abord, par la considération de leurs sommes, les nombres polygonaux, à la suite desquels viennent se ranger des nombres d'une nature plus complexe. L'étude des sommes des puissances semblables des premiers nombres entiers l'amène à s'occuper des fameux nombres de Bernoulli et d'Euler qui on fait l'objet de tant de remarquables travaux. Après avoir mis en relief leurs propriétés les plus connues, il établit les belles relations arithmétiques données par Kummer dans le t. 41 du *Journ. f. Math.* et les théorèmes de Lipschitz et de v. Staudt-Clausen. Tous ces nombres particuliers appartiennent à la catégorie très étendue des suites définies à l'aide de relations récurrentes, dont M. Bachmann esquisse la théorie dans le chapitre suivant, en s'arrêtant surtout sur les suites du second ordre de Lucas qui ont donné lieu à tant de belles et importantes applications et qui comprennent comme cas particuliers les nombres de Fermat, de Fibonacci et de Dupré, habituellement connus sous le nom de nombres de Pell.

Tout le reste du volume est consacré à l'étude des problèmes inverses relatifs à la décomposition des nombres en sommes d'une forme particulière. Ici, l'intérêt principal est concentré depuis Euler non pas sur les décompositions mêmes, mais sur le nombre des solutions possibles. L'étude du cas le plus simple où ce problème se traduit par des équations indéterminées du premier degré a été poussée très loin, grâce aux recherches de Cayley, Sylvester, Vahlen et v. Sterneck, basées comme celles d'Euler sur le développement des produits en séries. Du reste dans cet ordre de recherches les procédés purement arithmétiques semblent insuffisants ; déjà dans la théorie des nombres de Bernoulli M. Bachmann a dû s'appuyer sur des développements en séries. Mais ici le rôle de l'analyse s'accentue ; il prend une importance encore plus grande dans l'étude des problèmes qui se traduisent par des équations indéterminées non linéaires.

Ces difficiles questions sont abordées dans le chapitre VII, consacré à la théorie de la décomposition en sommes de puissances semblables. Nous pénétrons dans un domaine très beau. En traitant de la décomposition en carrés, M. Bachmann nous fait connaître quelques-unes des célèbres formules de Jacobi et les recherches de Vahlen qui le conduisent au théorème classique sur la représentation des nombres par une somme de quatre carrés. Est-il possible de généraliser ce résultat ? Est-il vrai que tout nombre entier est, comme le pensait Waring, décomposable en une somme de puissances $m^{\text{ièmes}}$ dont le nombre maximum ne dépend que de m? M. Hilbert vient récemment de trancher la question dans un mémoire des « Nachr. d. Gött. ges. » 1909, reproduit avec quelques modifications dans le t. 67 des « Math. Annal. », mais les principes de cette belle démonstration appartiennent à une région trop élevée pour avoir pu trouver place dans l'excellent ouvrage de M. Bachmann. On y trouve en revanche un aperçu détaillé des recherches antérieures, — de Liouville à Wieferich — relatives à des cas particuliers.

Un long chapitre est consacré aux célèbres formules que Liouville a données sans démonstration dans une longue suite d'articles publiés dans le *J. de Math.* et dont une grande partie ont été établies par P. Pepin et tout récemment par Meissner. M. Bachmann en fait des applications intéressantes.

Enfin, le dernier chapitre du livre est consacré au dernier théorème de Fermat sur lequel s'est portée de nouveau l'attention des mathématiciens. On y trouve des indications intéressantes sur les méthodes appliquées à l'étude de ce grand problème.

Mais je ne saurais énumérer tous les sujets abordés dans le second volume de la « Niederen Zahlentheorie » : tantôt creusés jusqu'au fond, tantôt simplement effleurés, ils sont traités avec une science et une érudition hors-ligne. L'excellent ouvrage de M. Bachmann s'impose à l'attention de tous les mathématiciens. D. Mirimanoff (Genève).

Günther Bugge. — **Strahlungserscheinungen u. Radioaktivität** *(Bücher der Naturwissenschaft herausgegeben von Siegmund Günther).* — 1 vol. in-16, relié; 80 Pf.; Phil. Reclam. jun., Leipzig.

L'auteur a réuni dans ce petit opuscule les notions essentielles concernant les phénomènes des décharges électriques à travers les gaz et la radioactivité, ainsi que les effets connexes. L'exposé, d'un caractère purement descriptif, est clair; il est très condensé en raison même du caractère de cette collection. Le mathématicien qui voudra se renseigner rapidement sur ce sujet éminemment actuel, trouvera son compte dans ce petit ouvrage et saura sans doute gré à son auteur, fort bien informé, même sur des travaux très récents, à quelques exceptions près (rayons magnéto-cathodiques, par exemple). A. Perrier (Leyde).

J. Bojko. — **Neue Tafel der Viertelquadrate aller natürlichen Zahlen von 1 bis 20000** zur Bildung aller möglichen Produkte im Bereiche 1. 1 bis 10000. 10000. — 1 fasc. de 20 p.; 1 fr. 50; Speidel, Zurich.

Dans les applications de la théorie des moindres carrés il arrive souvent aux techniciens et aux astronomes d'être appelés à former des carrés et des produits. Les calculateurs ont sans doute été souvent amenés à établir, pour leur usage personnel, des tables qui leur permettent d'opérer plus rapidement. Un bon nombre de tables pareilles ont été publiées, mais les plus nouvelles ne sont pas toujours meilleures.

Celle que nous avons sous les yeux semble répondre à un réel besoin. Je l'utilise de préférence à d'autres pour les calculs numériques de certains problèmes; il va sans dire qu'elle ne peut pas convenir à tous les calculs, ce qu'on ne pourrait du reste exiger d'aucune table. Elle présente cependant l'avantage de convenir à des usages très variés tout en étant très condensée. En outre, le texte et les exemples permettent à chacun de se familiariser rapidement avec le maniement de ces tableaux. D'un prix très modique,