

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 12 (1910)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Rubrik: MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

les cinq suivantes,

$$p_{12} : (x_1 \gamma_2 - x_2 \gamma_1) = p_{13} : (x_1 \gamma_3 - x_3 \gamma_1) = \dots$$

et regarder les μ , les x et les y comme des paramètres; on a un système de relations qui représente une ou plusieurs variétés algébriques et, d'après les recherches de L. Kronecker, chacune de celles-ci peut être représentée par des équations, en nombre égal ou inférieur à six, ne contenant que les six variables homogènes p_{ik} .

M. STUYVAERT (Gand).

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Sur une question élémentaire de maximum.

1. — Pour déterminer élémentairement le maximum de certaines fonctions, on fait usage du théorème :

A. *Le produit de n nombres positifs, dont la somme est constante, est maximum LORSQUE les nombres sont égaux entre eux.*

Avec la démonstration ordinaire on entend prouver que : *si le produit est maximum, les nombres ne peuvent pas être non égaux.* Le mot LORSQUE du théorème A exprime donc que : *si le produit est maximum, les facteurs sont égaux.* Mais alors le théorème A est faux. Que l'on considère, par exemple, les produits

$$(6 - \sin x)(2 + \sin x), \quad (3 - x^2 + 6x)(22 + x^2 - 6x), \\ (1 + x)(2 + x)(3 - 2x)$$

à facteurs positifs (dans les intervalles 0 à π , $3 - 2\sqrt{3}$ à $3 + 2\sqrt{3}$, -1 à $1,5$) et de somme constante, qui passent par un maximum pour

$$x = \frac{\pi}{2}, \quad x = 3, \quad x = \frac{\sqrt{39} - 3}{6}$$

sans que les facteurs soient égaux.

Le théorème A doit être énoncé exactement sous la forme suivante : *Si n nombres positifs variables ont somme (s) constante, et si en un point de leur champ de variation ils prennent une même valeur (s : n), alors en ce point leur produit est maximum, comme*

cela résulte de la relation, bien connue,

$$u_1 u_2 \dots u_n \leq \left(\frac{u_1 + u_2 + \dots + u_n}{n} \right)^n,$$

mais il n'est point permis de dire : *si le produit est maximum, les facteurs sont égaux.*

Pour deux facteurs on a : *Si deux nombres positifs variables ont somme constante, alors leur produit est MAXIMUM ou MINIMUM, selon que la valeur absolue de leur différence est MINIMUM ou MAXIMUM, c'est une conséquence de l'identité*

$$4u_1 u_2 = (u_1 + u_2)^2 - (u_1 - u_2)^2.$$

2. — Soit $f(x)$ une fonction de x et a, b, c, m, n, p des constantes. Voici un procédé élémentaire dont on fait usage (au moins pour $f(x)$ fonction linéaire de x) pour déterminer la valeur de x qui rend maximum le produit

$$y = (a + mf)(b + nf)(c + pf).$$

Soient α, β des constantes positives telles que

$$(1) \quad m + n\alpha + p\beta = 0;$$

on dit alors, en appliquant le théorème A, que $\alpha\beta y$ est maximum (et y aussi) lorsque

$$(2) \quad a + mf = \alpha(b + nf) = \beta(c + pf);$$

d'après (1) et (2), et pour $b + nf, c + pf$ non nuls, on obtient l'équation

$$(3) \quad m(b + nf)(c + pf) + n(c + pf)(a + mf) + p(a + mf)(b + nf) = 0,$$

qui détermine l' x qui rend maximum y .

Si $f(x)$ est une fonction linéaire de x , le procédé que nous venons d'indiquer, bien qu'établi sur le théorème faux A, donne un résultat exact, car $\frac{dy}{dx}$ est, quel que soit $f(x)$, le produit de $\frac{df}{dx}$ pour le premier membre de l'égalité (3). Mais en général le procédé est faux, comme le montre, par exemple, le produit

$$y = \sin x(r + \sin x)(r - \sin x)$$

qui devient maximum pour $\sin x = \frac{r}{3} \sqrt{3}$ (application du procédé précédent) si $r \leq \sqrt{3}$, et pour $\sin x = 1$ si $r > \sqrt{3}$.

Les questions élémentaires de maximum et minimum doivent donc être analysées encore dans leurs fondements.

C. BURALI-FORTI (Turin).