Société mathématique suisse.

Société mathématique suisse.

Première Réunion ; Bâle, septembre 1910 [1].

La Société mathématique suisse a tenu sa première séance ordinaire à Bâle, le 6 septembre 1910, au Bernoullianum, sous la présidence de M. le prof. R. Fueter (Bâle). Elle siégeait en même temps comme section mathématique de la 93e assemblée annuelle de la Société helvétique des Sciences naturelles. Neuf communications figuraient à l'ordre du jour ; en voici le résumé :

1. — M. GROSSMANN (Zurich) donne la *solution géométrique d'un problème de photogrammétrie.* Dans le rapport que M. FINSTERWALDER a fait sur la photogrammétrie, à l'Association des mathématiciens allemands, il démontre qu'un objet est déterminé à son échelle près par quatre photographies. La reconstruction de l'objet paraît cependant irréalisable, car il faut trouver un plan qui coupe quatre paires de droites en huit points situés sur une conique. On montre géométriquement que la double infinité de plans qui coupent trois paires de droites en six points situés sur une conique forme une surface de 5e classe. L'infinité simple des plans qui coupent trois paires de droites et une septième droite en sept points situés sur une conique enveloppe une surface développable de 19e classe. Les plans qui coupent les huit droites en huit points situés sur une conique sont les plans tangents communs à cette développable et à la surface de 5e classe. Il y en a 56, abstraction faite des fausses solutions. M. Finsterwalder a donc raison de penser qu'on ne pourra guère trouver de solution pratique du problème. — Discussion : MM. KOLLROS et FUETER.

2. — M. FUETER (Bâle) parle de la *classification des nombres algébriques et des idéaux.* On appelle *nombres algébriques* les nombres α qui satisfont à une équation algébrique à coefficients rationnels $f(\alpha) = 0$. Ils forment un ensemble dénombrable. On les répartit en domaines, d'après les principes suivants :

I. Domaines dont tous les nombres se reproduisent par addition, soustraction, multiplication et division. On les appelle *corps.* Les *diviseurs* d'un corps sont les domaines contenus dans le corps et jouissent de la même propriété. On démontre que tous les nombres d'un corps peuvent être représentés comme fonction rationnelle à coefficients rationnels d'un seul nombre nommé quantité primitive.

II. Domaines dont les nombres se reproduisent par addition, soustraction et multiplication. On les appelle *anneaux* ou *ordres.* Les ordres les plus importants sont les *nombres entiers* d'un corps.

[1] Voir *L'Ens. math.* du 15 septembre 1910, p. 422-423.

III. Domaines dont les nombres se reproduisent par addition et soustraction. M. Dedekind les appelle des *modules*.

IV. Domaines dont les nombres se reproduisent par multiplication et division. M. Weber les appelle des *groupes de nombres* et M. Fueter des *rayons*. Un rayon contient toujours l'unité.

Pour avoir des exemples de pareils domaines, on se sert surtout des *congruences*, définies aussi pour les nombres fractionnaires. Le module s'appelle le *guide* du domaine. Les deux espèces de domaines les plus importantes sont : 1° les domaines de tous les nombres congrus ; 2° les domaines de tous les nombres congrus aux nombres d'un diviseur d'un corps.

Les idéaux sont des domaines de nombres algébriques que l'on peut aussi bien faire entrer dans la catégorie II que dans la catégorie III. Ils jouent un rôle spécial, car on ne peut les caractériser ni par les propriétés de l'une de ces catégories, ni par celles de l'autre. Deux idéaux sont équivalents lorsque leur quotient est un nombre du corps. Si l'on admet que ce nombre appartient à un rayon, on peut diviser tous les idéaux en *classes de rayons*. Chaque rayon définit ainsi une *classification d'après les rayons*. M. Fueter donne de nombreux exemples. — Discussion : MM. H. Weber (Strasbourg) et Speiser.

3. — M. Prašil (Zurich) parle de l'*emploi des méthodes graphiques dans les problèmes d'hydrautechniques*. Il donne des exemples des services qu'elles peuvent rendre à l'ingénieur.

I. Interprétation graphique des résultats d'une mesure. Exemple : la représentation graphique du débit d'une conduite d'eau mesuré avec le moulinet hydraulique.

II. Représentation graphique d'une formule empirique. Exemple : la formule de Ganguillet-Kuller qui donne la vitesse moyenne de l'eau d'une rivière ou d'un canal. (Voir l'année 1869 de la *Zeitschr. des öster. Ingenieure- u. Architekten-Vereins*).

III. Résolution graphique de problèmes d'hydraulique. Exemples tirés de la *Graphische Theorie der Turbinen und Kreiselpumpen* par M. G. Hermann, et de la *Graphische Lösung von hydraulischen Aufgaben*, par M. Spiess-Faesch. M. Prášil ajoute un exemple de sa propre expérience : la représentation graphique du niveau du liquide dans une chambre d'eau. (Voir *Schw. Bauzeitung*, vol. LII, *Wasserschlossprobleme*).

IV. Résolution graphique de problèmes d'hydraudynamique. Les méthodes graphiques sont les mieux appropriées à l'étude que l'ingénieur doit faire de ces questions : elles lui donnent une exactitude bien suffisante. M. Prašil signale les contributions que l'on trouve dans Holzmüller, *Ingenieur-Mathematik*, ainsi que dans son étude publiée par la *Schw. Bauzeitung*, vol. LII, *Zur Geometrie der konformen Abbildungen von Schaufelrissen*.

Il établit ensuite les propriétés géométriques suivantes et montre le rôle utile qu'elles jouent dans les résolutions graphiques :

I. L'ensemble des trajectoires orthogonales planes peut être divisé en catégories qui sont caractérisées par la forme de la fonction.

II. Deux familles de trajectoires correspondantes obtenues en donnant aux paramètres des accroissements égaux, divisent le plan en rectangles curvilignes élémentaires ; la fonction caractéristique de la catégorie donne le rapport entre les côtés.

III. Les rayons de courbure sont donnés par des expressions faciles à représenter graphiquement.

IV. Entre les trajectoires de catégories différentes il existe des liens qui se prêtent également aux méthodes graphiques.

Le conférencier montre l'emploi de ces théorèmes à l'aide de deux exemples, en en faisant ressortir les liens avec la théorie du potentiel. — Discussion : MM. Fueter et Grossmann.

4. — M. O. Spiess (Bâle) expose quelques *considérations géométriques*. Supposons qu'un segment de droite se meuve sur une surface réglée en coïncidant constamment avec une génératrice et en ayant toujours son milieu sur la ligne de striction ; ses extrémités décrivent des courbes d'égales longueurs. Nous appellerons le lieu du milieu du segment *directrice* et les courbes engendrées par ses extrémités *courbes conjuguées*. Si l'indicatrice sphérique de la surface réglée et la directrice sont algébriques, les deux courbes conjuguées le sont aussi et réciproquement. On recherche toutes les courbes conjuguées : 1° qui sont sur la même surface ; 2° qui sont congruentes ou symétriques ; 3° qui se réduisent à une seule courbe (analytique monogène). Nous nommerons *courbes* Z les courbes que nous trouvons dans ce dernier cas ; elles possèdent une corde qui sous-entend un arc de longueur constante. Si cet arc est égal à la moitié du périmètre, la courbe Z correspondante limite une surface de Möbius. Lorsque les courbes Z sont planes, elles satisfont une équation fonctionnelle très remarquable.

On peut généraliser ces considérations et faire prendre au segment une double infinité de positions. Les droites sur lesquelles il se trouve forment une congruence isotrope, et les surfaces décrites par ses extrémités, les *surfaces conjuguées*, sont développables l'une sur l'autre. Deux cas sont particulièrement intéressants, lorsque les surfaces conjuguées sont congruentes ou symétriques et lorsqu'elles se réduisent à une seule *surface Z*. On trouve une des surfaces Z, lorsque le lieu du milieu du segment est une surface à un seul côté. — Discussion : MM. Grossmann, Meissner et Fueter.

5. — La communication de M. D. Mirimanoff (Genève) est intitulée *Sur le dernier théorème de Fermat*. En l'absence de son au-

teur, M. le prof. Fehr en donne lecture après quelques mots d'introduction du président. En voici le texte complet :

Supposons que l'équation de Fermat

$$x^p + y^p + z^p = 0 ,$$

p étant un nombre premier supérieur à 2, soit possible en nombres entiers x, y, z premiers à p et soit τ l'un des six rapports

$$\frac{x}{y}, \frac{z}{y}, \frac{x}{z}, \frac{y}{x}, \frac{y}{z}, \frac{z}{x} .$$

Dans une Note insérée aux *Comptes rendus* de l'Académie des Sciences de Paris, du 24 janvier 1910, j'ai montré que τ vérifie un système de congruences dont les plus simples fournissent les conditions $q(2) \equiv 0$ (criterium de Wieferich) et $q(3) \equiv 0$, $q(m)$ désignant le quotient de Fermat $\frac{m^{p-1} - 1}{p}$. D'autres conditions se rattachant aussi au criterium de Wieferich ont été données par M. G. Frobenius dans les *Ber. Akad. Berlin* du 24 février. Mais voici un critère un peu différent qu'on obtient à l'aide de considérations analogues. Désignons par $\varphi_{p-1}(t)$ le polynôme

$$t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots - \frac{t^{p-1}}{p-1} \quad \text{ou encore} \quad \frac{(1+t)^p - 1 - t^p}{p} .$$

On sait que $\varphi_{p-1}(t)$ s'annule pour $t = \tau$ (propriété déjà utilisée par Legendre) ; la congruence $\varphi_{p-1}(t) \equiv 0$ admet donc les six racines $t = \frac{x}{y}$, ... etc. Mais il y a plus, et c'est là le résultat que je voulais indiquer : cette congruence admet aussi les racines $t = -\tau$ et $t = -\tau^2$. Je tiens encore à faire remarquer que les critères précédemment rappelés expriment des propriétés particulières du polynôme $\varphi_{p-1}(t)$. Les conditions $q(2) \equiv 0$ et $q(3) \equiv 0$ reviennent en effet à celle-ci : la congruence $\varphi_{p-1}(t) \equiv 0$ admet les racines 1 et 2.

Des résultats analogues et la théorie de la méthode dont je me suis servi dans ces recherches paraîtront prochainement dans le *Journ. f. reine u. angew. Mathematik.*

6. — M. Meissner (Zurich) parle d'*une surface jouissant d'un triple degré de liberté dans tout tétraèdre régulier circonscrit.* Une sphère inscrite dans un polyèdre peut toujours tourner autour de son centre. D'autres surfaces ont une propriété analogue. Il existe une surface F *qui peut prendre une triple infinité de positions à l'intérieur d'un tétraèdre régulier circonscrit.* Il faut que tous les tétraèdres réguliers circonscrits soient égaux. Soient ξ, η, ζ les

cosinus directeurs et $p(\xi, \eta, \zeta)$ la longueur de la perpendiculaire abaissée d'un point O sur un plan tangent à F. *La surface* F *doit satisfaire l'équation fonctionnelle :*

$$\sum_{i=1}^{4} p(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) = h \qquad \text{(constante)} \tag{1}$$

ξ_i, η_i et ζ_i étant les cosinus directeurs de quatre droites formant entre elles des angles égaux. M. Meissner montre *que toute fonction du second degré en ξ, η et ζ donne une solution.* Par un changement d'axes de coordonnées, on peut mettre cette fonction sous la forme

$$p(\xi, \eta, \zeta) = A\xi^2 + B\eta^2 + C\zeta^2 . \tag{2}$$

La surface F définie par la condition 2 est une solution de notre problème. Elle est convexe lorsque :

$$A \geqq B \geqq C \geqq \frac{A}{2} > 0 .$$

Elle ressemble à un ellipsoïde à trois axes. Ses plans de coordonnées en sont trois plans de symétrie. Tous ses contours apparents sont des courbes dont tous les triangles équilatéraux circonscrits sont égaux. Il y a deux plans sur lesquels la surface se projette orthogonalement suivant un cercle de rayon B. La surface F est couverte d'une famille de courbes du quatrième ordre; ces courbes ne se coupent pas; l'une d'elles dégénère en deux ellipses. La longueur totale des arêtes est la même pour tous les parallélipipèdes rectangles circonscrits à la surface. M. Geiser a fait remarquer à M. Meissner que la surface F est la transformée par polaire réciproque de la surface de Fresnel

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = \frac{x^2}{A} + \frac{y^2}{B} + \frac{z^2}{C}$$

qui correspond à l'ellipsoïde

$$\frac{x^2}{\sqrt{A}} + \frac{y^2}{\sqrt{B}} + \frac{z^2}{\sqrt{C}} - 1 = 0 .$$

La surface F est de quatrième classe.

Discussion : MM. Spiess et Fueter.

7. — M. H. Fehr (Genève) parle de *l'état actuel des travaux de la Commission internationale de l'enseignement mathématique et de la sous-commission suisse.* Le compte rendu détaillé publié dans cette *Revue* (n° de septembre, p. 365) nous dispense de résumer ici cet exposé. Bornons-nous à rappeler la liste des rapports,

actuellement en préparation, et concernant les divers types d'établissements de la Suisse :

Enseignement primaire, par M. Stœcklin (Liestal, Bâle).

Ecoles moyennes élémentaires (Mittelschulen), par M. Badertscher (Berne).

Enseignement secondaire supérieur, par M. Brandenberger (Zurich).

Ecoles supérieures de jeunes filles, par M. Gubler (Zurich).

Enseignement technique moyen, par M. Crelier (Bienne).

Ecoles de commerce et d'administration, par M. Morf (Lausanne).

Ecoles normales d'instituteurs et d'institutrices primaires, par M. Scherrer (Küssnacht, Zurich).

Enseignement universitaire, par M. Graf (Berne).

Enseignement technique supérieur, par M. Grossmann (Zurich).

En outre, la sous-commission a estimé qu'il serait utile d'avoir un exposé de l'enseignement mathématique dans les écoles nouvelles dites *Landerziehungsheime,* créées tout d'abord en Allemagne, et dont on trouve plusieurs établissements similaires aujourd'hui en Suisse. Le rapport a été confié à M. Matter (Frauenfeld).

Ces rapports seront publiés avec le concours de la Confédération et des principaux cantons, sous le titre : *L'enseignement mathématique en Suisse, rapports de la sous-commission suisse, publiés sous la direction de* M. H. Fehr.

8. — M. Rudio (Zurich) parle de *la publication des œuvres d'Euler*. Le 6 septembre 1909, la Société helvétique des Sciences naturelles décida, à l'unanimité, de publier les œuvres d'Euler dans la langue originale. En décembre 1909, MM. Rudio, Krazer et Stäckel furent chargés de cette publication. Ils dressèrent le plan de l'œuvre en se basant sur le projet de M. Stäckel ; ils établirent la liste des savants qui éditeront les 44 volumes. Après une étude approfondie, ils ont résolu les questions se rapportant à l'impression, au papier et aux illustrations. M. Weber (de Strasbourg) s'est chargé du premier volume, qui contiendra l'algèbre ; grâce à ses efforts et à ceux de la maison Teubner, ce volume paraîtra à la fin de l'année. La mécanique et la dioptrique paraîtront au commencement de 1911. On peut espérer voir, dans le courant de l'année prochaine, l'apparition de cinq volumes. Après que M. Eneström eût dressé le catalogue complet des œuvres d'Euler, la Commission a reçu de Pétersbourg une liste des manuscrits qui sont en possession de l'Académie. Ces manuscrits, comprenant 165 fascicules, vont être envoyés à Zurich. Une revision provisoire de la liste a montré qu'ils contenaient une foule de travaux inconnus. On y trouve un grand nombre de résumés et de comptes rendus qu'Euler a écrits de sa main et a consacrés, soit à ses propres travaux, soit à des travaux d'autrui ; on ignorait leur exis-

tence. Il y a aussi beaucoup de lettres inconnues. Pour ne pas donner les originaux à l'imprimeur, on les fera photographier en double; un exemplaire ira à l'imprimerie, l'autre aux archives; ils pourraient former le commencement d'une sorte de Musée d'Euler, dont on pourrait mettre le siège à la Bibliothèque de l'Université de Bâle. Le premier volume commencera par l'éloge d'Euler par Nicolas Fuss; cet éloge ne sera pas sous la forme où il fut prononcé à Pétersbourg, mais sous celle où il fut imprimé à Bâle. On insérera, dans ce volume, le portrait d'Euler gravé par Mechel, d'après le tableau d'Handmann (1750). En outre, le premier volume de chaque série contiendra un portrait d'Euler; la mécanique aura une héliogravure d'après la gravure de Weber. On en a envoyé la planche de Pétersbourg à Zurich, ainsi que celle d'une copie sur acier, faite vers le milieu du siècle dernier, de la gravure sur cuivre que Küttner exécuta en 1780, d'après le portrait d'Euler par Darbès. Ces planches sont bien conservées. M. Rudio termine sa communication en priant chacun de l'aider dans ses recherches des lettres inédites d'Euler; on doit encore en trouver chez les particuliers.

M. Fehr dit que la ville de Genève possède le portrait d'Euler par Darbès [1]. Il provient d'un legs du publiciste genevois Etienne Dumont. Déposé d'abord à la Bibliothèque publique et universitaire, il a été transféré au nouveau Musée d'Art et d'Histoire. M. Fehr montre une photographie de ce tableau, ce qui permet une comparaison intéressante avec la gravure de Küttner et une gravure tirée sur la planche venue de Pétersbourg.

9. — M. Laemmel (Zurich) fait une communication, intitulée, *Mathématique et Biologie,* dans laquelle il signale ceux des grands problèmes que le biologue et le mathématicien croient pouvoir aborder avec succès. Les méthodes dont ils se servent reposent sur la théorie des probabilités; elles utilisent principalement les différentes formations de la valeur moyenne, la « *Standard-Deviation* », et le théorème de Bernoulli. L'un des principaux buts de la Biologie mathématique est d'établir une loi générale de l'hérédité.

La prochaine réunion aura lieu à Soleure, en septembre 1911.

Société suisse des professeurs de mathématiques.

Réunion de Baden, 9 octobre 1910.

La Société suisse des professeurs de mathématiques a tenu sa 12^{me} réunion à Baden, le 9 octobre 1910, sous la présidence de M. C. Brandenberger (Zurich), président, et M. C. Egli (Lucerne),

[1] Voir l'*Ens. math.* du 15 janv. 1910, p. 55-56.