MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Emploi des compléments arithmétiques dans le calcul mental.

On sait que le *complément arithmétique* d'un nombre est la différence entre la puissance de 10 immédiatement supérieure au nombre considéré et ce nombre lui-même ; autrement dit, c'est ce qu'il faut ajouter au nombre proposé pour obtenir comme total l'unité suivie d'autant de zéros que ce nombre a de chiffres.

Pour faciliter ou abréger les calculs, on fait depuis longtemps usage du complément, pour la soustraction par exemple.

Dans les traités de calcul mental sont également indiqués quelques procédés isolés se rattachant à la multiplication. Par exemple, dans le cas où deux facteurs sont compris entre 90 et 100, rien n'est plus facile que de trouver, mentalement et très vite, leur produit.

Je me propose d'indiquer ici un principe, une règle générale d'où découlent ces procédés. Je crois que cela n'a point été fait ; en tous cas, cela peut être utile, car la règle en question permet d'effectuer mentalement un grand nombre de multiplications dont les facteurs peuvent avoir 2, 3 et même 4 chiffres chacun.

Voici la proposition :

Soient deux facteurs A, B ayant le même nombre n *de chiffres, A' et B' leurs compléments respectifs ;*

La différence $A-B'$ donne un nombre P; le produit $A'B'$ donne un nombre Q d'unités simples ;

$P \cdot 10^n + Q$ sera le produit AB.

En effet

$$A - B' = A + B - 10^n ,$$

$$A'B' = (10^n - A)(10^n - B) ,$$

et

$$(A + B - 10^n)\, 10^n + (10^n - A)(10^n - B) = AB .$$

La règle pratique s'ensuit immédiatement.

Appliquons-la, comme exemple, au produit des deux facteurs de deux chiffres 64 et 98.

Ici, $B' = 2$, $A = 64$, $P = 62$. On aura donc au produit 62 centaines.

$A' = 36$, $B' = 2$, $Q = 72$. On aura 72 unités.

Le produit sera 6272.

De même, 38×95 donnerait immédiatement 33 centaines et 62×5 ou 310 unités, soit 3610 comme produit.

Voici maintenant un troisième exemple, relatif à deux facteurs de 3 chiffres, l'un de ces facteurs étant compris entre 990 et 1000. Soit 749×998. $A - B' = 749 - 2 = 747$ nous représente des milliers ; $A'B' = 251 \times 2 = 502$, des unités.

Le produit est 747502.

On appliquerait encore la même règle avec facilité à deux facteurs de 4 chiffres, l'un de ces facteurs étant compris entre 9990 et 10 000.

En général, lorsque B' n'a qu'un chiffre, la formation du produit A'B' n'offre aucune difficulté, avec un peu d'exercice ; car on *voit* le complément A' formé suivant le procédé classique.

Parmi les applications possibles de la règle qui précède, il y a lieu d'indiquer :

La formation des puissances de 9 ;

Les produits dont les facteurs se composent du chiffre 9 répété plusieurs fois ;

Ceux de deux nombres voisins de 100, etc.

Il y en aurait sans doute bien d'autres encore. J'ai voulu me borner à montrer quel parti on peut tirer des compléments arithmétiques dans les exercices de calcul mental.

Albert LECOMTE (Romorantin).

Une démonstration du théorème d'Arnoux.

M. C.-A. LAISANT présente, dans l'*Enseignement mathématique*, X^e année (p. 220-225, 1908), un nouveau théorème d'arithmétique dû à M. G. ARNOUX et que celui-ci a établi implicitement dans son « *Arithmétique Graphique* (introduction à l'étude des fonctions arithmétiques) », p. 29-31, 1906).

M. G. TARRY, de même que M. Laisant, reconnaît la portée de ce théorème, qui paraît jouer un rôle important dans certains domaines de l'arithmétique.

Bien que la démonstration de M. Laisant soit simple et élégante, il n'est cependant pas inutile de donner une autre démonstration de cet intéressant théorème, dont voici l'énoncé :

THÉORÈME D'ARNOUX. — *Soit* $M = m_1 m_2 \ldots m_n$ *un nombre composé, dont les facteurs* $m_1, m_2, \ldots m_n$ *sont premiers entre eux deux à deux ; appelons* $\mu_1, \mu_2, \ldots$ *les quotients* $\frac{M}{m_1} = m_2 m_3 \ldots m_n, \ldots$.. *Si* $a_1, a_2, \ldots a_n$ *sont des nombres tels que l'on ait*

$$a_1\mu_1 = \text{mult. } m_1 + r, \qquad a_2\mu_2 = \text{mult. } m_2 + r, \ldots a_n\mu_n = \text{mult. } m_n + r,$$