Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 13 (1911)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: NOUVELLES DÉMONSTRATIONS D'UN THÉORÈME RELATIF AU CERCLE DES NEUF POINTS

Autor: Sawayama, Y.

Kapitel: 7e Démonstration.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-13522

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

points P et α soient de part et d'autre de la droite Lβ, on aura :

$$\widehat{PL\beta} = \widehat{L\alpha\beta} = \widehat{LXY} ,$$

donc la droite LP est tangente au cercle XYZ.

Ainsi donc les deux cercles A′B′C′ et XYZ, ayant une tangente commune à leur point de rencontre sont tangents entre eux.

7e Démonstration.

VII. — J'emploie encore les mêmes lettres que dans la 5e démonstration pour désigner les différents points de la figure ; de plus j'appelle J′ le point de rencontre des deux droites XY et αB′. (Fig. 6.)

Pour la commodité de la démonstration, je suppose l'angle B plus petit que l'angle C, si le cercle XYZ était le cercle inscrit et plus grand que l'angle C si ce cercle était le cercle exinscrit.

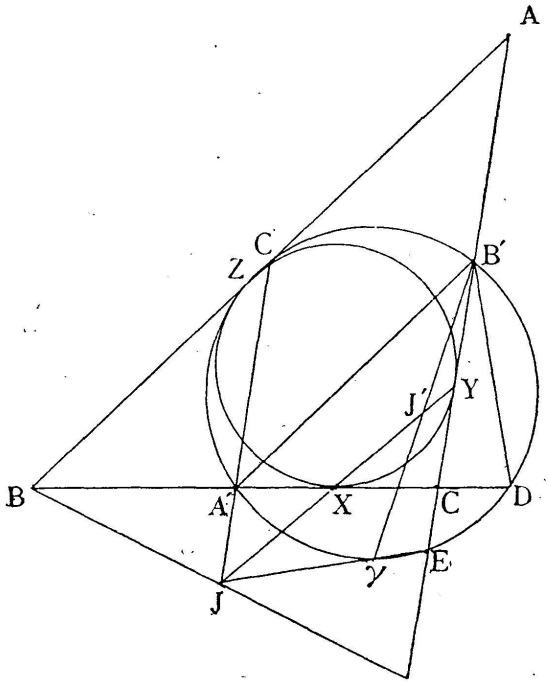

Fig. 6.

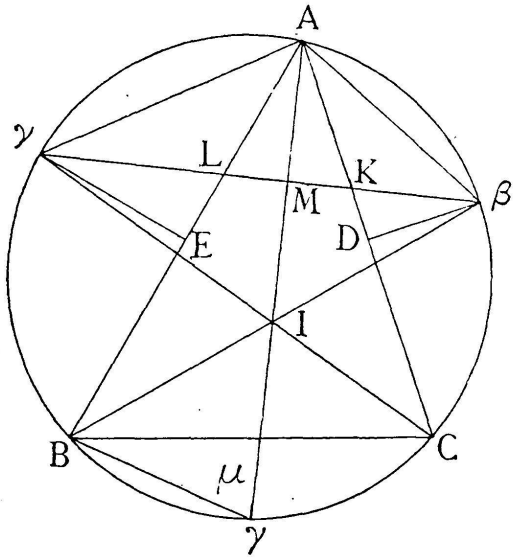

Fig. 7.

Alors, comme on a montré au commencement de la 6e démonstration, la corde de contact XY du cercle XYZ passe par le point J.

J'ai prouvé ensuite au courant de la même démonstration que l'angle aigu que font entre elles les deux droites αE et XY est égal à l'angle inscrit qui intercepte le demi-arc conjugué de l'arc B′A′E si le cercle XYZ est inscrit et à l'angle inscrit qui intercepte la moitié de l'arc B′A′E si le cercle est exinscrit. Or dans cette démonstration, la seule condition que doit remplir le point E

est que ce point soit le point d'intersection de la droite AC et du cercle A′B′C′ ; donc les angles que fait la droite XY avec chacune des deux droites αE et αB′ sont égaux entre eux.

Donc :

$$\alpha J' = \alpha J = \alpha A' .$$

D'où, en suivant la même marche que dans la 6e démonstration, on pourra prouver que les deux cercles A′B′C′ et XYZ se touchent entre eux.

8e Démonstration.

VIII. — *Lemme.* — En désignant par a, b, c les trois côtés d'un triangle ABC, par R le rayon du cercle circonscrit, par r et I le rayon et le centre du cercle XYZ, on a

$$\overline{AI}^2 + \overline{BI}^2 + \overline{CI}^2 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2) + 2r^2 \mp 4Rr .$$

(Pour cette démonstration, on pourra choisir un quelconque des trois cercles exinscrits pour le cercle XYZ.)

Soient β, γ les points où deux droites BI et CI coupent à nouveau la circonférence ABC. Soient encore D, E les pieds respectifs des perpendiculaires abaissées de β sur AC et de γ sur AB ; et K, L, M les points de rencontre de $\beta\gamma$ avec AC, AB, AI. (Fig. 7.)

Les droites βA et γA étant respectivement égales aux droites βI et γI, la droite $\beta\gamma$ est perpendiculaire à la droite AI et divise cette droite en deux parties égales ; donc les deux triangles βAM et AγE sont semblables et l'on a :

$$\frac{AM}{\gamma E} = \frac{\beta A}{A\gamma} .$$

De plus, la similitude des deux triangles βDA et AMγ donne :

$$\frac{\beta D}{AM} = \frac{\beta A}{A\gamma} .$$

Des deux propositions précédentes, on tire [1] :

$$\frac{\beta D}{AM} = \frac{AM}{\gamma E} , \qquad \text{d'où} \qquad \beta D \,.\, \gamma E = \overline{AM}^2 .$$

Donc, on a :

$$4\beta D \,.\, \gamma E = \overline{AI}^2 \tag{1}$$

[1] Quand I est le centre du cercle inscrit, cette relation (1) a déjà été donnée par l'un des mathématiciens de notre pays, nommé SHIRAISHI NAGATADA dans son ouvrage publié en 1827 sous le titre de *Shaméi Sampu.*