

# Société mathématique suisse.

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **13 (1911)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **27.06.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

chez MM. MARCHAL, filatèurs à Trouhans, et chez MM. JACOB, DELAFON & C<sup>ie</sup> à Belvoye et Pouilly. Nous remercions ici ces Messieurs pour leur cordiale réception.

La Section remercie à nouveau M. BALLAND, le sympathique bibliothécaire de l'Université, pour les facilités qu'il a bien voulu nous accorder.

M. A. GÉRARDIN a organisé deux séances de projections et présenté diverses collections de vues des congrès précédents, et une série de positifs colorés et en relief pris dans ses voyages en Italie, Suisse, Belgique et autres pays.

M. E. LEBON a vivement remercié notre président M. BELOT et M. A. AUBRY; de plus, M. LEBON a été assez heureux pour obtenir, à l'assemblée générale, le maintien de la date habituelle. Le changement aurait été, cette année, désastreux, puisque le V<sup>e</sup> Congrès international des Mathématiciens aura lieu à Cambridge du 22 au 28 août.

Le prochain Congrès se tiendra à *Nîmes*. Le président des Sections I et II sera M. ERN. LEBON; le secrétaire M. A. GÉRARDIN.

### Société mathématique suisse.

2<sup>e</sup> Réunion; Soleure, 1<sup>er</sup> août 1911.

La *Société mathématique suisse* a tenu sa 2<sup>e</sup> réunion ordinaire à Soleure, le 1<sup>er</sup> août 1911, sous la présidence de M. le Prof. R. FUETER (Bâle), comme section de la 94<sup>e</sup> Réunion de la *Société helvétique des Sciences naturelles*.

Dans sa *séance administrative*, la Société a confirmé pour 1912 le comité actuel, composé de MM. R. FUETER (Bâle), H. FEHR (Genève) et M. GROSSMANN (Zurich). Sur la proposition de MM. les vérificateurs des comptes, MM. JACCOTTET (Lausanne) et MEISSNER (Zurich), elle a approuvé le rapport du trésorier; les recettes se montent à Fr. 900,75, les dépenses à Fr. 236,25, d'où un solde créditeur de Fr. 664,50. Le nombre des membres est actuellement de 112 dont 25 membres à vie.

L'assemblée décide ensuite de tenir une réunion extraordinaire à *Berne*, en décembre 1911; puis, sur la proposition du Comité, elle confère le titre de *membre honoraire*

1<sup>o</sup> à M. le Prof. C.-F. GEISER (Zurich) qui, par son activité à l'Ecole polytechnique fédérale, par ses remarquables travaux dans le domaine des surfaces algébriques, et par ses relations très étendues avec les mathématiciens du pays et de l'étranger, a largement contribué au développement des mathématiques en Suisse;

2<sup>o</sup> à M. le Prof. H. KINKELIN (Bâle), un élève du grand mathématicien suisse Steiner, qui s'est particulièrement distingué dans les mathématiques des assurances.

La Société fait en outre une troisième nomination de membre honoraire qui sera proclamée à l'occasion d'un prochain anniversaire.

La *partie scientifique* a fourni d'intéressantes communications. On en trouvera le résumé ci-après.

1. — M. le Prof. Dr KOLLROS (Zurich) démontre, par les méthodes élémentaires de la géométrie synthétique, les principales propriétés de l'*hypocycloïde à trois rebroussements*,  $h$ , que Steiner a énoncées sans démonstration (Crelle 53) et que Cremona a déduites de la théorie générale des courbes planes (Crelle 64)<sup>1</sup>.

Il communique en outre quelques résultats de ses recherches relatives à une *surface de 6<sup>me</sup> ordre et de 4<sup>me</sup> classe*  $\sigma$  qui peut être considérée comme une généralisation de l'*hypocycloïde*  $h$ . Cette surface a *quatre points aiguilles* aux sommets d'un tétraèdre régulier  $t$ ; le cône tangent en un de ces points se réduit à deux plans imaginaires dont l'intersection est une hauteur du tétraèdre; les quatre hauteurs se coupent au centre d'une sphère quadruplement tangente à  $\sigma$ .

L'*hypocycloïde*  $h$  touche la droite à l'infini aux deux points cycliques; elle est l'homologue du cercle inscrit au triangle des rebroussements dans la transformation quadratique dont les points correspondants sont les deux foyers réels des coniques tangentes aux trois côtés du triangle.

La surface  $\sigma$  touche la sphère circonscrite au tétraèdre  $t$  le long du cercle imaginaire de l'infini; elle est l'homologue de la sphère inscrite à  $t$  dans la transformation cubique dont les points correspondants sont les deux foyers des quadriques *de révolution* tangentes aux quatre faces du tétraèdre.

Les équations homogènes des deux figures  $h$  et  $\sigma$  présentent des analogies frappantes. L'équation de  $h$ , rapportée au triangle des rebroussements est, en coordonnées ponctuelles :

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{z}} = 0 ;$$

elle peut s'écrire sous la forme rationnelle :

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \frac{1}{x} \\ 1 & 0 & 1 & \frac{1}{y} \\ 1 & 1 & 0 & \frac{1}{z} \\ \frac{1}{x} & \frac{1}{y} & \frac{1}{z} & 0 \end{vmatrix} = 0$$

<sup>1</sup> M. C. WIRTZ a fait une étude analogue dans sa thèse : *Die Steiner'sche Hypocycloïde*.

ou en développant :

$$(xy + yz + zx)^2 = 4xyz(x + y + z) .$$

$xy + yz + zx = 0$  représente le cercle circonscrit au triangle, c'est-à-dire le lieu des foyers des paraboles inscrites, ou encore le lieu des points tels que les pieds des perpendiculaires abaissées sur les trois côtés du triangle soient en ligne droite ; l'enveloppe de ces droites est homothétique à  $h$ .

L'équation de  $\sigma$  rapportée au tétraèdre des points aiguilles est, en coordonnées ponctuelles :

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \frac{1}{x} \\ 1 & 0 & 1 & 1 & \frac{1}{y} \\ 1 & 1 & 0 & 1 & \frac{1}{z} \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \frac{1}{t} \\ \frac{1}{x} & \frac{1}{y} & \frac{1}{z} & \frac{1}{t} & 0 \end{vmatrix} = 0$$

ou

$$(xyz + yzt + ztx + txy)^2 = 3xyzt(xy + xz + xt + yz + yt + zt) .$$

$xyz + yzt + ztx + txy = 0$  représente le lieu des foyers des paraboloides de révolution inscrits au tétraèdre, ou encore le lieu des points tels que les pieds des perpendiculaires abaissées sur les quatre faces soient dans un même plan. Il serait intéressant d'examiner si l'enveloppe de ces plans est encore homothétique à  $\sigma$ .

*Discussion* : MM. FUETER et TŒPLITZ.

2 et 3. — M. le D<sup>r</sup> O. TŒPLITZ (Göttingue), parle d'abord des recherches récentes *de la théorie des variables en nombre infini*. Cette nouvelle discipline est déjà sortie de son premier cadre, fourni par la théorie des équations intégrales et cela grâce aux récentes recherches de M. Hilbert et de ceux qui ont attaqué dans toute leur généralité la théorie des systèmes d'équations linéaires et des transformations orthogonales de formes quadratiques à un nombre infini de variables (v. la 1<sup>re</sup> partie de la Note IV de Hilbert). Le conférencier montre, à l'aide d'exemples, quels sont les points de vue nouveaux introduits par Hilbert, et signale les récentes recherches par lesquelles M. Hellinger et lui-même ont



développé cette nouvelle théorie du savant mathématicien de Göttingue.

Dans une seconde communication, intitulée *Ueber einige geometrische Aufgaben*, M. Tœplitz examine deux problèmes de l'analysis situs qu'il a rencontrés et mentionne un troisième problème, qui reste à résoudre : sur toute courbe plane fermée il existe quatre points formant les sommets d'un carré. — *Discussion* : M. FUETER, SPEISER, LÆMMEL, STÆCKEL et GROSSMANN.

4. — M. le Prof. D<sup>r</sup> W.-H. YOUNG (Cambridge et Genève) fait une intéressante conférence sur *les récents progrès de la théorie des séries de Fourier*.

A la question « Sous quelles conditions une série trigonométrique est-elle une série de Fourier ? » il donne les réponses suivantes :

a) Si les fonctions des limites supérieures et inférieures  $U(x)$  et  $L(x)$  sont bornées ; où  $U(x)$  et  $L(x)$  sont les

$$\lim_{n=\infty} \sum_{n=1}^m (a_n \cos nx + b_n \sin nx) ;$$

b) Si  $U(x)$  et  $L(x)$  satisfont à la condition a) sauf dans le voisinage d'un ensemble dénombrable de points et si de plus  $\int |U(x)| dx$  et  $\int |L(x)| dx$  existent.

Le conférencier indique les conditions de Fischer-Riesz dans le cas où la fonction  $f(x)$ , dont on considère la série de Fourier, est une fonction de carré intégrable, il indique que dans le cas général des conditions de cette espèce ne peuvent pas être établies. A cela il joint des exemples de séries trigonométriques qui sont étroitement liées à une série de Fourier

$$\frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

sans toutefois être des séries de Fourier, en particulier la série

$$\sum_{n=1}^{\infty} (b_n \cos nx - a_n \sin nx)$$

et la série

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1} \cos nx + b_{n+1} \sin nx) .$$

Par contre, il est de toute nécessité de mentionner que la série

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-q} (b_n \cos nx - a_n \sin nx) ,$$

où  $0 < q$ , est toujours une série de Fourier, comme, du reste, les séries

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^q (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad \text{et} \quad \sum_{n=1}^{\infty} n^q (b_n \cos nx - a_n \sin nx)$$

si  $0 < q < d$  et  $\left| \frac{f(x) - f(y)}{x - y} \right| < B$ , où  $B$  est une constante finie. Un autre théorème du même genre dit que si  $A_n$  et  $B_n$ , comme  $a_n$  et  $b_n$ , sont des constantes de Fourier, la série

$$\sum_{n=1}^{\infty} [(a_n A_n + b_n B_n) \cos nx + (a_n B_n - b_n A_n) \sin nx]$$

est une série de Fourier.

Comme contribution à la théorie de la convergence, le conférencier donne une condition pour la convergence ou la divergence des séries alliées qui correspond à celle de de la Vallée-Poussin pour la convergence des séries de Fourier.

Soit par exemple  $\frac{1}{u} \int_0^u [f(x+u) - f(x-u)] du$  une fonction à variation

bornée, la série alliée converge ou diverge vers  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{n}}^{\infty} f(x+u) - f(x-u) du$ ,

au cas où cette limite est déterminée, sans cela la série oscille. D'ailleurs la recherche conduit à des conditions suffisantes et d'une assez grande portée pour sa convergence, au sens de Cesàro, aussi bien des séries de Fourier que des séries alliées.

Dans les théorèmes de la théorie de l'intégration on insiste sur le fait que la convergence, et encore plus la convergence uniforme, joue un rôle secondaire.

L'équation

$$\int_c^z f(x) g(x) dx = \frac{1}{2} a_0 \int_c^z g(x) dx + \sum \int_c^z (a_n \cos nx + b_n \sin nx) g(x) dx$$

subsiste dans les cas suivants :

1.  $g$  est à variation bornée dans l'intervalle fini ou infini  $(c, z)$  et dans le dernier cas  $\lim_{z \rightarrow \infty} g(z) = 0$ .

2.  $f$  est à variation bornée et  $g$  possède une intégrale absolument convergente dans l'intervalle fini ou infini  $(c, z)$ .

3.  $f^{1+p}$  et  $f^{1+\frac{1}{p}}$  ont, pour  $0 < p < 1$ , des intégrales absolument convergentes et si  $p < 1$  la convergence est prise au sens de Cesàro.

Finalement le conférencier donne une esquisse d'un procédé général de sommation pour les séries de Fourier, procédé qui comprend ceux de Cesàro-Fejér, de de la Vallée-Poussin, de Poisson, etc. Ce procédé se divise en deux parties :

I. Suites de séries finies.

II. Suites de séries convergentes infinies.

La méthode s'appuie sur l'intégration déjà citée dans le cas I. où  $z = \infty$ .  
 Dans l'équation

$$\int_0^{\infty} [f(x + kt) + f(x - kt)] U_k(t) dt$$

$$= \frac{1}{2} a_0 \int_0^{\infty} U_k(t) dt + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \int_0^{\infty} U_k(t) \cos nkt dt$$

laissons tendre  $k$  vers zéro. Si  $U$  est indépendant de  $k$ , le premier membre prend, sous des conditions faciles à énoncer, la forme d'un multiple constant du premier membre des expressions

$$\frac{1}{2} f(x + 0) + \frac{1}{2} f(x - 0) , \quad \lim_{h=0} \left\{ \frac{F_1(x + h) - F_1(x - h)}{2h} \right\} ,$$

$$\lim_{h=0} \left\{ \frac{G_2(x + h) + G_2(x - h)}{h^2} \right\} , \dots$$

qui est fini et déterminé, où

$$F_1(x) = \int_0^x f(x) dx , \quad F_2(x) = \int_0^x dx \int_0^x f(x) dx ,$$

$$G_2(x + h) = F_2(x + h) - F_2(x) - hF_1(x) , \quad \text{etc.}$$

La méthode appliquée aux séries de Fourier dérivées donne, sous des conditions appropriées, les dérivées correspondantes  $f'$ ,  $f''$  ...

*Discussion* : MM. TŒPLITZ, PLANCHEREL, STÄECKEL et Madame YOUNG.

5. — M. le D<sup>r</sup> R. LÆMMEL (Zurich) parle *des paradoxes du calcul des probabilités*. Il montre que des solutions exactes, qui cependant semblent en contradiction, peuvent toujours être rencontrées et que pour obtenir la probabilité il faut suivre un certain processus des hypothèses. A l'aide du paradoxe Bertrand il montre que la valeur de la probabilité dépend non seulement des conditions initiales, mais aussi des conditions de réalisation. Si l'on en tient compte tout paradoxe disparaît. — *Discussion* : M. v. MISES.

6. — M. le Prof. D<sup>r</sup> R. v. MISES (Strasbourg), *Ueber neuere Probleme der Mechanik*. — Dans sa conférence sur les récents problèmes de la Mécanique, M. v. Mises rappelle d'abord les travaux importants que des mathématiciens suisses ont fourni, aussi bien

en Mécanique rationnelle qu'en Mécanique technique. Il montre qu'en particulier dans les *milieux continus* les recherches doivent se développer parallèlement dans ces deux directions. Si l'on sort de la théorie ordinaire de l'élasticité, la Mécanique rationnelle dispose de deux théories qui doivent expliquer les phénomènes observés sur les *corps solides*: la théorie de la plasticité de SAINT-VENANT, qui est un peu tombée dans l'oubli chez les mathématiciens et qui vient d'être reprise sous une forme rudimentaire par les techniciens; puis la théorie élastique de Boltzmann et de M. Volterra. Depuis quelques années M. Duhem a encore élargi les théories mécaniques en adjoignant aux hypothèses des notions thermodynamiques. Le conférencier termine en signalant encore des problèmes récents d'hydrodynamique notamment celui de la turbulence et montre le lien de ce problème avec les éléments de la Mécanique statistique.

7. — M. le Prof. D<sup>r</sup> M. PLANCHEREL (Fribourg) parle de *la sommation des séries de Legendre*. — Soit  $f(x)$  une fonction de la variable réelle  $x$ , définie dans l'intervalle  $(-1, +1)$  et assujettie à la seule condition d'être intégrable en valeur absolue dans l'intervalle  $(-1, +1)$ .  $P_k(x)$  désignant le  $k^{\text{ième}}$  polynôme de Legendre et

$$a_k = \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^{+1} f(x) P_k(x) dx ,$$

la série

$$a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k P_k(x)$$

est la série de Legendre de  $f(x)$ . Posons

$$S_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n \frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{(n+2)(n+3) \dots (n+k+1)} a_k P_k(x)$$

$$\Sigma_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n \frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{(n+1)(n+2) \dots (n+k)} a_k P_k(x)$$

on démontre que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \inf. S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \inf. \Sigma_n , \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sup. S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup. \Sigma_n .$$

Il suffit donc d'étudier l'une de ces deux expressions. Or, ici, c'est  $S_n$  qui se prête le mieux au calcul.

THÉORÈME.  $S_n(x)$  converge vers  $f(x)$  en tout point de continuité de la fonction. La convergence est uniforme dans tout intervalle

entièrement intérieur à un intervalle de continuité de  $f$ . En tout point de discontinuité de première espèce,  $S_n(x)$  converge vers  $\frac{f(x+0) + f(x-0)}{2}$ . Plus généralement,  $S_n(x)$  converge vers la dérivée de l'intégrale définie de  $f(x)$  en tout point où cette dérivée existe.

Dans ce théorème comme dans les suivants, nous supposons pour abrégé, que le point  $x$  est un point intérieur de l'intervalle  $(-1, +1)$ . M. Plancherel note encore le théorème suivant.

THÉORÈME. Si  $f(x)$  est bornée dans un intervalle  $(\alpha, \beta)$ ,  $S_n(x)$  reste comprise dans  $(\alpha, \beta)$  entre les limites inférieure et supérieure de  $f(x)$  dans ce même intervalle.

Ce qui constitue le principal avantage du procédé de sommation que nous étudions et ce qui le distingue du procédé de Cesàro employé par M. Féjer, c'est qu'il permet d'approcher les dérivées de  $f(x)$ , là où elles existent. Supposant encore  $x \neq \pm 1$ , nous avons en effet le

THÉORÈME.  $\frac{d^p S_n}{dx^p}$  converge, pour  $n = \infty$ , vers  $\frac{d^p f(x)}{dx^p}$  en tout point où cette dérivée existe. La convergence est uniforme dans tout intervalle entièrement intérieur à un intervalle de continuité de  $\frac{d^p f(x)}{dx^p}$ . Plus généralement,  $\frac{d^p S_n}{dx^p}$  converge vers la dérivée généralisée d'ordre  $p$ , là où cette dérivée généralisée existe.

Tous ces théorèmes sont des conséquences immédiates de théorèmes relatifs à l'application du procédé de sommation  $(S_n)$  à la série de Laplace. Le même procédé conduit à des résultats intéressants dans le cas des séries de Bessel. Le conférencier n'insiste pas là-dessus. La démonstration de ces théorèmes paraîtra prochainement dans les *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*. — Discussion : MM. YOUNG et TŒPLITZ.

8. — M. G. DUMAS expose ses recherches relatives à la résolution des singularités des surfaces. — Prenant un exemple, il considère l'équation

$$(1) \quad Az^{80} + Bx^{28}z^{15} + Cx^{15}y^{10} + Dx^{12}y^{12} + Ey^{18}z^6 + Fx^{14}y^{18}z^3 = 0 .$$

(A, B, C, D, E  $\neq$  0)

à laquelle il fait correspondre une certaine surface polyédrale  $\Pi^1$ .

Prenant ensuite, sur  $\Pi$ , le sommet A correspondant au terme de coefficient A, il établit, relativement à ce dernier point et par

<sup>1</sup> Voir *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, Paris, 13 mars 1911, p. 682.

le moyen d'un trièdre en rapport avec  $\Pi$ , la substitution

$$(2) \quad x = \xi^6 \eta^2 \zeta^3, \quad y = \xi^{12} \eta^3 \zeta^5, \quad z = \xi^7 \eta^2 \zeta^3$$

qui, appliquée à (1), transforme cette équation en une autre

$$(3) \quad A + C\zeta^5 + D\xi^6\zeta^6 + E\xi^{24}\zeta^8 + B\xi^{14}\eta^{60}\zeta^{49} + F\xi^{111}\eta^{28}\zeta^{51} = 0,$$

qu'on peut écrire

$$(4) \quad \varphi(\xi, \zeta) + \eta\psi(\xi, \eta, \zeta) = 0,$$

où  $\varphi$  et  $\psi$  sont respectivement en  $\xi, \zeta$  et en  $\xi, \eta, \zeta$  des polynômes entiers.

Mais de (2), on déduit :

$$\xi = \frac{z}{x}, \quad \eta = \frac{z^6}{x\gamma^3}, \quad \zeta = \frac{x^3\gamma^2}{z^6}.$$

La substitution (2) est ainsi *réversible* et les surfaces (1) et (3) se correspondent point par point.

Si dans (3), respectivement (4), on fait  $\eta = 0$ , on obtient

$$(5) \quad \varphi(\xi, \zeta) = 0.$$

Les points de (4) situés dans le voisinage de la courbe (5) ont donc comme correspondants sur (1) des points constituant dans le voisinage de l'origine une partie de la surface.

L'exemple précédent montre ainsi le rôle des surfaces polyédrales  $\Pi$  dans la réduction des singularités des surfaces. — *Discussion* : MM. FUETER, YOUNG, GEISER.

9. — M. LUC. BAATARD (Genève) présente un procédé très rapide et tout à fait général pour l'extraction d'une racine quelconque d'un nombre réel quelconque. Sa communication sera publiée dans un prochain numéro de l'*Ens. math.*

10. — M. R. DE SAUSSURE (Genève) présente une Note intitulée *Réponse à l'article de M. Study sur sa « Géométrie des Feuilletts »*.

« Dans un article intitulé « Die Kinematik der Herren de Saussure et Bricard », inséré dans le *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* (n° de juillet-août 1910), M. le prof. STUDY a fait un compte rendu de mon dernier ouvrage intitulé « Exposé-résumé de la Géométrie des Feuilletts » (librairie Kündig, Genève, 1910).

« Dans cet article, M. Study fait une réclamation de priorité relativement à cette nouvelle géométrie, dont je me considère comme l'auteur, géométrie qui est une généralisation de la géométrie réglée, avec cette différence que l'élément primitif qui lui sert de base est non une droite, mais un « feuillet », figure équivalente à une *position* d'un corps solide de forme quelconque.

« Je crois que la seule manière impartiale d'éclaircir la question de priorité soulevée par M. Study est d'établir la liste chronologique des différents articles et travaux que l'on peut considérer comme des précurseurs de la géométrie des feuilletés. On pourra laisser ainsi au public impartial le soin de rendre à chacun ce qui lui est dû et de dire après avoir relu ces articles, quel est l'auteur qui a le premier clairement conçu cette nouvelle géométrie et en a défini les formes fondamentales. »

Voici la liste des travaux à consulter :

1. TAIT, *Théorie élémentaire des quaternions* (traduction française Plarr, 1884, 2<sup>e</sup> éd., T. II, p. 165).
2. STEPHANOS, *Mathematische Annalen* (22<sup>e</sup> vol., 1883).
3. STUDY, *Mathematische Annalen* (39<sup>e</sup> vol., 1891).
4. DE SAUSSURE, *Cinématique des fluides. Arch. des Sc. Ph. et Nat. de Genève*, V, 497; VI, 296 (1898).
5. » *Sur le mouvement le plus général d'un corps solide qui possède deux degrés de liberté autour d'un point fixe. Comptes rendus. Paris*, 1901.
6. » *Théorie géométrique du mouvement des corps. Arch. des Sc. Ph. et Nat. de Genève*, XIII, 425; XIV, 14, 209 (1902).
7. » *Mouvement des fluides. Id.*, XIII, 618 (1902).
8. STUDY, *Geometrie der Dynamen*, Leipzig, 1903.
9. DE SAUSSURE, *Théorie géométrique du mouvement des corps. Arch. des Sc. Ph. et Nat. de Genève*, XVIII, 25 (1904).
10. » *Mouvements infiniment petits d'un corps solide. Id.*, XVIII, 512 (1904).
11. » *Théorème de cinématique. Id.*, XVIII, 602 (1904).
12. » *Mouvement des fluides. Id.*, XX, 717 (1905).
13. » *Théorie géométrique du mouvement des corps. Id.*, XXI, 36, 129 (1906).
14. » *La géométrie des feuilletés. Id.*, XXI, 134, 262 (1906).
15. » *Classification des systèmes géométriques. Id.*, XXI, 342 (1906).
16. » *Théorème fondamental de la géométrie de l'espace feuilleté. Id.*, XXIV, 391 (1907).
17. » *Géométrie des flèches. Id.*, XXVII, 86 (1909).
18. » *Géométrie des feuilletés. Id.*, XXVIII, 425, 651 (1909).
19. » *Les systèmes de corps solides. Id.*, XXVIII, 429, 652 (1909).
20. » *Les systèmes de corps solides cotés. Id.*, XXIX, 96, 310, 484 (1910).
21. » *Les formes fondamentales de la géométrie des feuilletés. Id.*, XXIX, 538 (1910).
22. » *Sur les corps solides opposés. Id.*, XXX, 198 (1910).
23. » *Exposé résumé de la géométrie des feuilletés. Janvier 1910, Mémoires de la Soc. de Phys. de Genève.*
24. BRICARD, *La géométrie des feuilletés de M. René de Saussure. Nouv. Ann. de Math.*, Paris, 1910.
25. DE SAUSSURE, *Sur les corps solides opposés. Comptes rendus, Paris*, 1910.
26. STUDY, *Comptes rendus, Paris*, 1910.



27. BRICARD, *Comptes rendus*, Paris, 1910.

28. DE SAUSSURE, *Comptes rendus*, Paris, 1910.

29. CAILLER, *Sur la pentasérie linéaire de corps solides. C. R.*, Paris, 1910.

« En résumé, on peut voir, d'après ce tableau, que les huit coordonnées homogènes d'un corps solide ont apparu pour la première fois chez M. TAIT, puis en 1891 chez M. STUDY, mais ces coordonnées n'ont été appliquées à la géométrie des feuillettes qu'en 1903 par M. Study. De mon côté, sans me servir de coordonnées, j'ai fondé la géométrie des feuillettes en 1898 par la méthode synthétique, laquelle a l'avantage de mettre cette géométrie à la portée des études mathématiques élémentaires, et de 1898 à 1910 j'ai trouvé l'une après l'autre les formes fondamentales de cette géométrie. »

11. — M. le Prof. D<sup>r</sup> H. FEHR (Genève) donne un aperçu très rapide de l'état des travaux de la Commission internationale de l'enseignement mathématique et plus particulièrement de la sous-commission suisse; il met en circulation les publications les plus récentes.

12. — Comme suite à la communication ci-dessus, M. le Prof. D<sup>r</sup> M. GROSSMANN (Zurich) dépose son rapport sur l'enseignement mathématique à l'École polytechnique fédérale.

13. — M. le Prof. D<sup>r</sup> F. RUDIO (Zurich) présente le premier volume des œuvres d'Euler; c'est le traité d'Algèbre. Il saisit cette occasion pour donner quelques renseignements sur l'état des travaux. Les volumes sous presse ou partiellement composés sont le premier volume de la *Dioptrik* et la Mécanique. Des contrats ont été passés avec quinze auteurs. Deux des collaborateurs ont déjà terminé leur travail de revision et d'annotation; ce sont M. KOWALEWSKI pour l'*Institutionum calc. different.* et M. KRAZER pour les mémoires sur les fonctions elliptiques. De son côté M. ENESTRÖM revoit en ce moment les manuscrits de St-Pétersbourg.

#### Nouvelles diverses. — Nominations et distinctions.

**Allemagne.** — M. R. DEDEKIND, professeur à l'École technique de Brunswick, a été élu associé étranger de l'Académie royale de Lincei (section de mathématique).

M. E. FISCHER, professeur à l'École technique supérieure de Brünn, est nommé professeur ordinaire à l'Université d'Erlangen.

M. R. FUCHS, privat-docent, est nommé professeur à l'École technique supérieure de Berlin.