

# A. I. — La rigueur dans l'enseignement mathématique dans les écoles moyennes.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **13 (1911)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **27.06.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

**Dépôt central de vente des publications concernant la Commission internationale.** — Au cours de cette séance, plusieurs délégués ont exprimé le vœu qu'il soit créé un dépôt central de vente des publications des sous-commissions nationales. Cela permettrait à ceux qui désirent acquérir un ensemble de fascicules de pays différents de n'avoir à s'adresser qu'à un seul libraire. Le cas se présentera sans doute fréquemment, car dans les milieux intéressés des divers pays on se proposera certainement d'examiner tel rapport spécial ou même d'acheter l'ensemble de toutes les publications.

*Le Comité central a obtenu le concours de l'un des éditeurs de L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE, la Maison GEORG & Cie, à GENÈVE (Corraterie, 10), qui veut bien se charger de ce dépôt.*

*Messieurs les Délégués sont priés d'en informer leur éditeur afin qu'il entre en relations avec la Maison GEORG & Cie, dès que les fascicules ou les volumes sont mis en vente.*

#### IV. — DEUXIÈME SÉANCE

*Mardi 19 septembre, à 4 heures.*

##### ORDRE DU JOUR :

Les mathématiques dans l'enseignement moyen ; rapports de la sous-commission A :

- I. *Dans quelle mesure peut-on tenir compte, dans les écoles moyennes (lycées, collèges, gymnases, écoles réales, etc.), de l'exposé systématique des mathématiques ?*
- II. *La question de la fusion des différentes branches mathématiques dans l'enseignement moyen.*

Discussion.

M. F. KLEIN, président, expose d'abord les deux questions mises à l'ordre du jour et dont la discussion a été préparée par une sous-commission dite A. — M. CASTELNUOVO a été chargé de rapporter sur la question A, I concernant la rigueur dans l'enseignement moyen, tandis que M. BIOCHE introduira la question A, II relative à la fusion des différentes branches mathématiques dans ce même enseignement.

##### A. I. — La rigueur dans l'enseignement mathématique dans les écoles moyennes.

M. CASTELNUOVO rapporte. Une discussion préliminaire a eu lieu la veille entre MM. les délégués au sujet de la question : *Dans quelle mesure peut-on tenir compte, dans les écoles moyennes (lycées, collèges, gymnases, écoles réales, etc.) de l'exposé systématique des mathématiques ?* Pour diriger la discussion M. LIETZMANN avait proposé une classification des différents degrés de

rigueur et avait posé des questions<sup>1</sup> qui ont donné lieu à quelques remarques pour les différents pays. Il s'agit aujourd'hui de résumer ce premier débat et de porter la discussion devant le Congrès.

M. Castelnuovo accepte pour le moment la classification de M. Lietzmann; il veut cependant la préciser en quelques points pour éviter des malentendus. Il fait remarquer ensuite que si l'on veut établir une comparaison entre les méthodes d'enseignement employées dans les différents pays, en relation avec la dite classification, il faut fixer l'attention sur un même type d'écoles, et sur la même branche de mathématiques. Il convient de choisir dans ce but les gymnases (lycées) et l'enseignement de la géométrie.

Voici alors comment on peut classer les différents degrés de rigueur; pour rendre la classification plus claire, nous ferons suivre le numéro de la classe du nom de quelques auteurs qui emploient dans leurs traités la méthode indiquée.

A) *Méthode entièrement logique* (PEANO, HILBERT<sup>2</sup>, HALSTED). — Tous les axiomes sont posés; on discute leur indépendance; le développement ultérieur est rigoureusement logique. On ne fait aucun appel à l'intuition; les notions primitives (point, etc.) sont assujetties à la seule condition de satisfaire aux axiomes.

B) *Fondements empiriques, développement logique*. — De l'observation de l'espace réel l'on déduit les propositions primitives sur lesquelles est fondé le développement logique qui suit. — Il convient ici de distinguer trois sous-groupes :

B<sub>A</sub>) tous les axiomes nécessaires sont énoncés (SANNIA-D'OVIDIO, VERONÈSE, ENRIQUES-AMALDI).

B<sub>B</sub>) une partie des axiomes est énoncée (EUCLIDE, THIEME).

B<sub>C</sub>) on énonce seulement les axiomes qui n'ont pas un caractère absolu d'évidence (KAMBLÿ, MÜLLER).

C) *Les considérations intuitives s'alternent avec la méthode déductive* (BOREL, BEHRENDSEN-GÖTTING). — On recourt à l'évidence toutes les fois qu'il convient, sans qu'il résulte d'une manière précise ce que l'on admet et ce que l'on démontre.

D) *Méthode intuitive-expérimentale* (PERRY). — On présente les théorèmes comme des faits qui ont un caractère intuitif ou peuvent être démontrés par l'expérience, sans qu'on aperçoive le lien logique qui unit ces faits.

Si l'on examine maintenant quelles méthodes sont adoptées par les différents pays dans les écoles nommées, on arrive aux conclusions suivantes :

*Aucun pays n'adopte d'une façon systématique ni la méthode A),*

<sup>1</sup> Voir plus haut dans les « Travaux préparatoires ».

<sup>2</sup> On doit remarquer que le Mémoire bien connu de M. Hilbert n'a pas un caractère didactique, mais il a servi de base à l'ouvrage de M. HALSTED [qui vient d'être traduit en français par M. BARBARIN. (Paris, Gauthier-Villars.) — H. F.].

ni la méthode D), excepté naturellement quelques professeurs isolés qui ont fait des tentatives dans l'un ou l'autre sens.

*Les nations latines* (Italie, France, Suisse française) *préfèrent la méthode B*).

*Les nations allemandes* (Allemagne, Autriche, Suisse allemande) *s'approchent de la méthode C*).

*L'Angleterre qui était restée fidèle à Euclide (méthode B<sub>B</sub>) jusqu'à 1900, adopte maintenant dans la plupart de ses écoles la méthode B<sub>C</sub>, sous l'influence du mouvement qui a eu pour promoteur M. Perry.*

Manquent les renseignements concernant les autres nations, en particulier la Russie, l'Espagne. Pour les États-Unis d'Amérique, la sous-commission a reçu d'intéressantes observations rédigées par M. J. W. YOUNG (Chicago); elles seront reproduites plus loin.

La différence que l'on remarque entre ces différentes tendances pourrait être attribuée aux caractères qui distinguent les races latines des races allemandes; mais il est probable que les conditions économiques (en particulier l'industrialisme) ont aussi exercé une influence appréciable. Pour distinguer l'importance des facteurs qui ont déterminé le choix de l'une ou l'autre méthode, il conviendrait d'examiner l'évolution que ces méthodes ont subie dans les différents pays. Voici les renseignements qui sont donnés par M. Castelnuovo ou par quelques-uns des congressistes présents.

ITALIE :  $B_C \longrightarrow B_B \longrightarrow B_A$ .

Le premier passage a eu lieu en 1867, par l'effet d'une réforme des programmes due à MM. BRIOSCHI, BETTI et CREMONA. A présent se manifeste une réaction chez plusieurs professeurs qui aspirent à revenir à  $B_C$ .

FRANCE :  $B_B \longrightarrow B_A \longrightarrow C$ .

Le dernier passage correspond à une tendance plutôt qu'à une réalité.

ALLEMAGNE :  $B_B \longrightarrow B_C \longrightarrow C$ .

ANGLETERRE :  $B^B \longrightarrow B_C$ .

Les renseignements qui précèdent se rapportent particulièrement à la géométrie. Il faudrait reprendre l'enquête pour l'algèbre ou les autres branches d'enseignement secondaire des mathématiques.

Il faudrait encore préciser à quel âge dans les différents pays commence l'enseignement méthodique<sup>1</sup>.

Quelles difficultés rencontrent les élèves à suivre soit le développement logique, soit la méthode fondée sur l'expérience? Quels

<sup>1</sup> Pour l'Italie cet âge va de 13 à 15 ans.

procédés sont employés pour surmonter ces difficultés ? Quels sont les résultats que l'on obtient par l'une ou l'autre de ces méthodes, non seulement par rapport aux effets de l'école (profit, examens, etc.), mais, ce qui intéresse davantage, par rapport à l'étendue de la culture des élèves ?

Ce sont là autant de questions importantes que M. Castelnuovo signale à l'attention du Congrès.

DISCUSSION. — M. KLEIN fait remarquer qu'il existe une différence profonde entre les livres et l'enseignement effectif. Quant à la question de l'indépendance des axiomes, elle n'est pas résolue jusqu'au bout.

Nous nous limiterons ici aux écoles moyennes et en particulier aux gymnases. Dans les autres écoles, par exemple dans les écoles d'ordre professionnel, on se rattache à la catégorie D. Autrefois on prenait partout la même méthode B. Une transformation heureuse s'est effectuée dans le sens d'une meilleure adaptation de l'enseignement au but de l'école. On peut signaler, à titre d'exemple, les efforts faits par M. Andrade dans le domaine de l'enseignement destiné aux horlogers <sup>1</sup>.

M. VERONÈSE dit qu'en effet la catégorie A n'existe que pour les traités scientifiques tels que ceux de MM. Peano, Hilbert, Veronèse (*Fondamenti di Geometria*), etc., du reste la loi d'indépendance n'est encore démontrée complètement dans aucun des systèmes. Il ne saurait être d'accord avec M. Perry si celui-ci veut introduire sa méthode dans les écoles moyennes préparant à l'enseignement supérieur. Les mathématiques ont un côté éducatif, elles doivent aider à la culture de l'esprit. L'enseignement intuitif expérimental doit préparer à l'enseignement déductif. Mais les théorèmes dépendent des propositions admises dans les démonstrations et peuvent varier avec celles-ci ; aussi, afin qu'il y ait la rigueur nécessaire, il faut, pour la validité même des théorèmes, que les propositions admises sans démonstration (axiome ou non) soient évidentes et soient énoncées explicitement. Quant aux éléments d'Euclide on doit reconnaître que selon leur esprit ils appartiennent plus à la catégorie B<sub>a</sub>, qu'à la catégorie B<sub>b</sub> ; car si les axiomes n'y sont pas tous énoncés cela tient à la difficulté qu'il y avait au temps d'Euclide d'établir tous les axiomes.

D'autre part il peut y avoir de la rigueur dans un ouvrage de la catégorie C et moins de rigueur dans un manuel B<sub>A</sub>. Nous ne devons pas faire de la rigueur excessive dans l'enseignement moyen ; il faut que l'intelligence moyenne des élèves puisse comprendre. L'écolier doit être amené à posséder les principales propriétés et à voir les rapports qu'elles ont entre elles ; nous devons

<sup>1</sup> Congrès de Rome, 1908. — (Voir aussi son Premier Livre de la Géométrie naturelle, dans *L'Ens. math.*, 1908. — H. F.).

les amener à bien raisonner sans qu'ils s'en aperçoivent, l'écolier lui-même y trouvera une grande satisfaction.

Si l'industrialisme ou l'utilitarisme matériel avait en effet des influences prépondérantes dans l'enseignement des écoles moyennes, les mathématiciens devraient les combattre.

Quant aux manuels on ne peut pas juger de leur valeur d'après le nombre des exemplaires vendus.

M. D'OVIDIO estime qu'il est difficile de classer les méthodes et les livres et de reconnaître si la rigueur est parfaite. Il faut que la rigueur soit compatible avec l'enseignement; c'est donc une question très relative. Les auteurs doivent se tenir dans un juste milieu qui semble être indiqué par la catégorie  $B_A$  pour les établissements indiqués.

M. BOURLET apporte des renseignements purement objectifs sur ce qui se fait en France. Il n'est guère possible de faire ici un tableau exact; l'enseignement dépend de la classe. Pendant le premier cycle (Quatrième et Troisième) les élèves voient les faits géométriques, qu'ils étudient ensuite avec plus de précision pendant le deuxième cycle (Seconde et Première) puis une troisième fois dans la classe de mathématiques.

En France l'enseignement oral prévaut, le livre permet au professeur de donner des problèmes; c'est surtout sur les professeurs que le livre a une influence.

M. Bourlet montre l'évolution qui s'est faite depuis le traité de LEGENDRE ou ceux du type Legendre, remplacés ensuite par celui de ROUCHÉ et COMBEROUSSE, qui a servi pendant très longtemps. Puis on a constaté une crise due à l'industrie, comme l'a dit M. Castelnovo. La nécessité de développer l'enseignement secondaire a conduit à faire commencer plus tôt l'enseignement de la géométrie, mais alors les élèves n'ont pas compris et on a dû changer la méthode, c'est alors qu'on a introduit les nouveaux programmes de 1902 et 1905.

Il mentionne ici les efforts faits par Méray, dès 1874, introduisant une part expérimentale, sans une grande rigueur.

Le traité de Méray, qui est destiné uniquement aux maîtres, apporte une foule d'idées nouvelles et originales. Des essais ont été faits d'après cette méthode.

On sait que M. Bourlet a fait lui-même un manuel de géométrie élémentaire en développant certaines idées de Méray. La considération des groupes de rotation, de translation et d'homothétie lui permet d'éviter l'axiome d'Euclide. Son manuel, qui est destiné au premier cycle, rentre dans la catégorie C, mais l'auteur se propose d'en faire un pour la catégorie B et ensuite un autre pour la catégorie A. Il signale à ce propos les perfectionnements apportés à sa méthode par M. ROUSSEAU, dans un article publié dans l'*Enseignement mathématique* du 15 mars 1909 (p. 81-97). En résumé il

estime que l'on doit chercher un même système de géométrie dans lequel l'exposé B pourrait se déduire de A, C de B et D de C; suivant l'âge de l'élève on prendrait successivement l'étude en allant de  $D \longrightarrow C \longrightarrow B \longrightarrow A$ .

M. HOBSON parle de la méthode et des manuels en usage en *Angleterre*. Ceux-ci ont en effet de la tendance à aller de la catégorie  $B_B$  à  $B_C$ . Les critiques qui se sont élevées contre l'emploi d'Euclide tiennent, non pas au défaut de la méthode, mais surtout à l'ordre des faits géométriques examinés. Il faut développer le raisonnement logique par une acquisition systématique des connaissances géométriques, mais il n'est pas nécessaire d'avoir un système de postulats et d'axiomes. Il est d'accord avec M. Veronese pour ce qui est des idées de M. Perry; elles ne fournissent pas de méthodes générales.

M. DINTZL (Vienne) apporte des renseignements concernant l'*Autriche*. Faute de temps, il doit se borner aux points caractéristiques qu'il développe ensuite par écrit pour ce compte rendu.

Dès 1849 les manuels se rattachent à la catégorie C, et aujourd'hui encore c'est le système dominant dans l'enseignement mathématique des écoles moyennes autrichiennes; ce système est étroitement lié à l'enseignement graduel qui caractérise le plan d'études en Autriche.

Dans les trois années du degré inférieur l'enseignement a un caractère purement *propédeutique*; les notions et propositions sont presque exclusivement tirées de l'*intuition*; par cela même l'intuition en est fortifiée et les élèves sont ainsi amenés à dessiner, mesurer, construire des modèles. Ce n'est guère qu'exceptionnellement, (par exemple au sujet du théorème de Pythagore) que des déductions très courtes sont introduites.

Dans la quatrième année, où les élèves entrent vers 13 ou 14 ans, l'enseignement arithmétique débute par une exposition des lois régissant les opérations et des rapports des opérations entre elles. Le champ des études géométriques de cette classe comprend la planimétrie. A côté de l'intuition on introduit ici graduellement le raisonnement logique qui, surtout dans les dernières années, tend à prévaloir, sans toutefois supplanter complètement l'intuition. Les programmes officiels disent à ce sujet qu'en géométrie le raisonnement rigoureux ne doit être exposé complètement que pour quelques théorèmes isolés et qu'en arithmétique les notions sur les rapports des opérations entre elles seront obtenues au moyen des équations de condition.

Cela n'implique cependant aucunement qu'en géométrie il ne puisse être parlé d'axiomes ou qu'en arithmétique on doive exclure, par exemple, les principes à la base de l'addition, de la multiplication, etc. De la manière dont la notion de fonction et les éléments du calcul infinitésimal sont traités, il ressort nette-

ment que l'intuition joue un rôle également dans les degrés supérieurs. Ces notions sont en effet introduites en faisant un usage fréquent de la représentation géométrique. Le niveau de l'enseignement n'est cependant nullement rabaissé par l'importance marquée donnée à l'intuition ; il est aisé de s'en rendre compte par l'étude de la série de manuels autrichiens modernes (consulter les Rapports autrichiens, spécialement ceux qui concernent l'enseignement mathématique dans les écoles réales (fasc. 1), les gymnases (fasc. 3), ainsi que le rapport sur les manuels mathématiques (fasc. 5)).

Le système C est d'ailleurs celui qui, mieux que tout autre, satisfait à la condition psychologique d'adapter constamment l'enseignement au développement intellectuel de l'élève. Au reste, il convient de mentionner que pour les écoles moyennes autrichiennes on insiste spécialement sur le fait que l'enseignement des mathématiques doit s'adapter à la force moyenne des élèves et non aux facultés de quelques élèves particulièrement bien doués pour les mathématiques.

M. LIETZMANN nous adresse par écrit les renseignements qu'il n'a pu donner à la séance, faute de temps. — En *Allemagne* il n'est pas usage, comme dans la plupart des grands États, de répartir l'enseignement de la géométrie en deux cycles, dont le second part de nouveau des notions fondamentales. Il est vrai que le cours proprement dit est généralement précédé d'un enseignement propédeutique ; mais celui-ci est très court, de quelques semaines à un an. Les élèves commencent ainsi l'étude systématique à 11 ou 12 ans environ. Dans ces conditions — et c'est ainsi depuis plusieurs décades — l'enseignement doit nécessairement tenir compte du jeune âge des élèves et procéder suivant la méthode C. Toutefois les manuels, tout au moins les anciens, appartiennent presque tous aux catégories  $B_b$  et  $B_c$ . Ils procèdent d'une façon indépendante des chemins que suit la méthode d'enseignement, de manière à pouvoir encore être utilisés plus tard pour des retours en arrière. Dans ce but les fondements sont établis avec toute la rigueur possible dans ce domaine et les théorèmes sont développés le plus possible par la méthode déductive.

Tout récemment cependant on a fait paraître des ouvrages méthodiques qui s'adaptent davantage à l'enseignement donné et qui suivent par conséquent la méthode C. Cela tient à ce que l'on tend à étendre encore l'emploi de la méthode intuitive en tenant compte du développement psychologique de l'élève.

Dans tous les cas il faut faire remarquer que, dans les degrés supérieurs, on ne revient pas d'une manière systématique aux fondements, sauf quelques exceptions où l'on a essayé d'examiner quelques questions relatives aux fondements, par exemple l'indépendance des axiomes. En *Allemagne* les élèves terminent



de bonne heure (à 15 ou 16 ans) le programme de géométrie qui, dans la plupart des pays, est limité au champ des éléments d'Euclide. Pendant les deux ou trois dernières années ils abordent des domaines plus modernes, tels que la géométrie analytique et synthétique des sections coniques, la géométrie descriptive, etc.

Pour tout ce qui touche à la rigueur, il me semble qu'il faut attribuer une importance fondamentale à la question de l'enseignement par cycles, c'est-à-dire si l'on enseigne la Géométrie en un ou deux cours, ou même en trois, comme en France. Peut-être que le prochain congrès pourra examiner de plus près la question et étudier en même temps les raisons d'ordre psychologique.

ETATS-UNIS. — M. J.-W.-A. YOUNG (Chicago), membre de la Sous-commission A, a bien voulu envoyer une Note fournissant des renseignements concernant les *Etats-Unis*. Les lecteurs la trouveront annexée à la fin du compte rendu de cette séance.

REMARQUES DE M. F. ENRIQUES. — Au sujet de la distinction établie entre le point de vue logique et le point de vue intuitif, M. Enriques croit qu'il convient d'appeler l'attention de la Commission sur la différence entre la méthode *intuitive* et la méthode *expérimentale*. Il est très remarquable que parmi les partisans de la méthode expérimentale se trouvent souvent des logiciens. C'est ainsi que — chez nous — le regretté VAILATI était surtout adversaire de l'appel à l'intuition, mais il voulait d'un côté la rigueur logique, de l'autre côté le développement de véritables expériences géométriques. Dans la même situation se trouve peut-être en partie l'école de PEANO. En Danemark, le traité de BONNESEN donne aussi un exemple remarquable de liaison entre une véritable rigueur logique et l'emploi de l'expérience. Il y a lieu de tenir compte de ces faits dans la classification proposée.

## A. II. — La question de la fusion

### des différentes branches mathématiques dans l'enseignement moyen.

Nous reproduisons ici le résumé rédigé par M. Ch. BIOCHE, rapporteur. Dans cet exposé l'auteur tient compte des remarques fournies par la discussion à laquelle ont pris part MM. LIETZMANN, LAZZERI, VERONÈSE, CASTELNUOVO, d'OVIDIO, BOURLET et KLEIN.

M. Bioche précise d'abord ce qu'on entend par les tendances *puriste* et *fusionniste*.

Les *puristes* évitent d'introduire en arithmétique la considération des grandeurs concrètes, et d'employer le calcul en géométrie; ils traitent séparément les questions de géométrie plane et celles de géométrie de l'espace; bref, ils séparent rigoureusement les divers domaines.