Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 14 (1912)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: démonstration vectorielle du théorème de Dupin .

Autor: Marcolongo, R.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 17.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Une démonstration vectorielle du théorème de Dupin[1].

Trois surfaces S_1, S_2, S_3 respectivement définies par

$$u = \text{const.} \,, \qquad v = \text{const.} \,, \qquad w = \text{const.} \,,$$

se rencontrent orthogonalement en un point P. Soient n_1, n_2, n_3 trois vecteurs parallèles aux normales en P aux trois surfaces et par conséquent parallèles aux tangentes aux courbes d'intersection de ces mêmes surfaces. Ces vecteurs sont donc parallèles à $\frac{\partial P}{\partial u}$, $\frac{\partial P}{\partial v}$, $\frac{\partial P}{\partial w}$. Les conditions d'orthogonalité nous donnent

$$\frac{\partial P}{\partial v} \times \frac{\partial P}{\partial w} = \frac{\partial P}{\partial w} \times \frac{\partial P}{\partial u} = \frac{\partial P}{\partial u} \times \frac{\partial P}{\partial v} = 0 \,.$$

En dérivant la première par rapport à u, etc., on déduit aussi

$$\frac{\partial^2 P}{\partial v \partial w} \times \frac{\partial P}{\partial u} = \frac{\partial^2 P}{\partial w \partial u} \times \frac{\partial P}{\partial v} = \frac{\partial^2 P}{\partial u \partial v} \times \frac{\partial P}{\partial w} = 0 \,.$$

Supposons que l'on ait fait

$$n_1 = \frac{\partial P}{\partial v} \wedge \frac{\partial P}{\partial w} \,; \qquad n_2 = \frac{\partial P}{\partial w} \wedge \frac{\partial P}{\partial u}$$

et que le point P se déplace sur la courbe intersection des deux surfaces S_1, S_2 sur laquelle seulement w est variable ; c'est-à-dire supposons que dP soit parallèle à $n_1 \wedge n_2$. Alors on déduira aisément que

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial v \partial w} \wedge \frac{\partial P}{\partial w}\right) \times \left(\frac{\partial P}{\partial w} \wedge \frac{\partial P}{\partial u}\right) = 0 \,,$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v} \wedge \frac{\partial^2 P}{\partial w^2}\right) \times \left(\frac{\partial P}{\partial w} \wedge \frac{\partial P}{\partial u}\right) = 0 \,,$$

et, par conséquent,

$$n_2 \times dn_1 = 0 \,.$$

On a aussi donc

$$(n_1 \wedge n_2) \times (n_1 \wedge dn_1) = 0 \,,$$

c'est-à-dire[2]

$$dP \times n_1 \wedge dn_1 = 0 \,.$$

Donc *la courbe considérée est une ligne de courbure pour la surface* S_1.

Naples, mai 1911. R. MARCOLONGO.

[1] Voir aussi FEHR, Application de la méthode vectorielle de Grassmann à la Géométrie infinitésimale, p. 74-76.

[2] *Eléments de Calcul vectoriel* par C. BURALI-FORTI et R. MARCOLONGO, Paris, Hermann, 1910; p. 96.