

# travaux de la Section de Mathématiques et d'Astronomie de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences.

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **14 (1912)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **11.08.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

lorsqu'il succomba subitement le 17 juillet dernier. Il n'avait que 58 ans. Au Congrès de Cambridge, où bien des géomètres comp- taient sans doute le revoir, le deuil de cette grande figure n'a cessé de planer. Le Président Sir G.-H. Darwin, dans son discours d'ouverture, s'est fait l'interprète de la tristesse de tous et a parlé de la beauté et de la grandeur des mathématiques en empruntant au grand savant disparu ses idées philosophiques les plus chères.

Nous ne pouvons ici, en quelques lignes, nous livrer à une analyse des travaux de l'illustre géomètre. Un de nos collaborateurs s'en chargera de manière plus détaillée dans un prochain fascicule. Même avec les plus grandes précautions, ce sera sans doute une œuvre vaine car personne n'est digne d'analyser des travaux qui surpassent tous les autres. C'est seulement dans un avenir éloigné qu'on pourra apercevoir tout le génie du grand disparu, quand ses résultats, auxquels le commun des géomètres est encore fermé, auront été retrouvés par d'autres méthodes. Toutefois notre humilité n'est pas non plus une raison pour garder le silence. *L'Enseignement Mathématique* doit d'abord toute sa reconnaissance à Henri Poincaré pour sa collaboration, datant d'ailleurs de la première heure. Nous n'oublions pas qu'il a été l'un des premiers à nous donner son appui lors de la constitution du Comité de Patronage de la Revue. Nous essayerons, avec nos faibles moyens, d'élever, parmi beaucoup d'autres, un monument à sa mémoire. Si nous n'avons point le génie nécessaire, nous apporterons du moins tout notre cœur et toute notre admiration pour commémorer une telle gloire.

LA RÉDACTION.

### Les travaux de la Section de Mathématiques et d'Astronomie de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences<sup>1</sup>.

Congrès de Nîmes, 1<sup>er</sup>-6 août 1912.

Les travaux de la Section de Mathématiques, Astronomie, Géo- désie, Mécanique, ont été organisés à Nîmes par le Président M. ERNEST LEBON, et le Secrétaire A. GÉRARDIN, de Nancy. Les nombreuses communications furent réparties sur huit séances.

1. — HOMMAGE A HENRI POINCARÉ. — M. ERN. Lebon a ouvert la séance par un éloge de M. Henri Poincaré, dont il a parlé en ces termes :

« Permettez-moi de vous exprimer la profonde douleur que j'éprouve à la pensée que notre éminent collègue Henri Poincaré n'est plus. Depuis 1882, date où j'entrais en relations avec lui, j'avais su pénétrer son caractère. Je

<sup>1</sup> Nous devons ces notes à l'obligeance de M. A. GÉRARDIN, 32, quai Cl.-le-Lorrain (Nancy). *Réd.*

connaissais son obligeance et son absolue sincérité. Poincaré ne perdait pas son temps en paroles oiseuses ; mais, quand il promettait, on pouvait compter sur lui. Il s'intéressait aux jeunes gens de valeur qui lui étaient signalés, et, sans bruit, sans ostentation, il s'occupait activement de leur avenir. Nombreux sont ceux qui, au fond de leur cœur, garderont pieusement la mémoire de leur illustre protecteur...

« Rien ne laissait prévoir que la mort dût saisir si tôt ce brillant génie. On savait que Poincaré avait ressenti à Rome en 1908, au Congrès des Mathématiciens, les premières atteintes d'une grave maladie, et que sa conférence philosophique avait dû être lue par son savant ami, M. Gaston Darboux. Mais on croyait sa santé rétablie. On ne pensait guère qu'il souffrait encore lorsqu'il exposait, en 1910-1911, les principales *Hypothèses cosmogoniques* émises depuis Kant et Laplace jusqu'à nos jours, qu'il les discutait ou que, par de nouveaux calculs, il les asseyait sur des bases plus solides...

« Cette année, alors que je préparais la seconde édition de sa *Notice biographique et bibliographique*, j'eus avec Poincaré de nombreuses entrevues... Brusquement, à la mi-juin, Poincaré était violemment repris par la maladie... »

M. Ernest Lebon termine en rappelant que le trait capital du génie de Poincaré fut, comme l'avait si bien montré Sir George Darwin en 1900 : « une immense ampleur des généralisations ».

Nous donnons seulement ici quelques passages des paroles qui ont été prononcées par M. Ernest Lebon en présentant la seconde édition de la *Notice biographique et bibliographique* sur Henri Poincaré, Notice qui vient de paraître<sup>1</sup>.

La salle de section était trop petite pour les spectateurs, et plusieurs dames avaient bien voulu inaugurer nos travaux, et leur donner ainsi un air moins austère.

2. — M. LITRE, de Toulouse, présente ensuite une communication sur la

*Théorie du Pendule de Foucault (suite). — Etude de la gyration.* — La gyration est un résultat toujours relatif ; c'est la différence entre les effets produits par le mouvement diurne sur le pendule mobile et sur les repères fixes ; la résultante est en sens divers, selon les cas.

---

<sup>1</sup> En présentant à l'Académie des Sciences le 17 juin 1912 cette seconde édition, M. Gaston Darboux, Secrétaire perpétuel, s'est ainsi exprimé :

« Il y a seulement trois ans, je présentais à l'Académie la belle Notice sur notre confrère Henri Poincaré qui inaugurerait la série des *Savants du Jour*, entreprise par M. Ernest Lebon, Professeur honoraire de l'Université, lauréat de l'Académie Française et de l'Académie des Sciences.

Les travaux de notre confrère ont une telle importance, et ils touchent à tant de sujets divers qu'il fallait s'attendre à ce que cette Notice fût promptement épuisée. Sans tarder, M. Lebon s'est remis à l'ouvrage ; il l'a refondu, enrichie de Notes, d'Analyses et d'extraits nouveaux en y faisant entrer les importants travaux que M. H. Poincaré a publiés depuis 1909.

Ainsi revue, complétée et mise au courant, la seconde édition de la Notice qui contient plus de 30 pages nouvelles est appelée au même succès qui a accueilli la première.

Cas du Pendule du Panthéon. Cas du Pendule battant dans le méridien. Comparaison des résultats du calcul avec les expériences de Genève.

Recherche de la position intermédiaire de gyration nulle.

Influence de la gyration sur l'amplitude.

3. — Présentation du Rapport de M. A. AUBRY sur les *erreurs de mathématiciens*. Voici la préface de ces intéressantes notes :

La divulgation des erreurs où sont tombés des mathématiciens connus n'entraîne-t-elle pas avec elle une certaine déconsidération de grands hommes, qu'on fait ainsi descendre de la hauteur où l'estime générale les avait placés ? N'est-elle pas le résultat d'un sentiment instinctif ou involontaire de jalousie envers ces géants, qui nous écrasent de leur génie ? Par contre, le justifie-t-elle par une utilité quelconque ?

Je ne crois pas qu'une personne de jugement sain et cultivé puisse moins estimer le diamant qui se trouve dans le travail d'un génie scientifique, parce qu'à côté se voient de simples pierres de construction et même quelques minéraux inutilisables ou soi-disant tels : ces taches dans son œuvre nous rendent le savant plus humain, plus près de nous, plus accessible ; nous le font aimer davantage, en le dépouillant de son auréole d'infailibilité qui nous inspirait peut-être encore plus de crainte que de respect. Au lieu d'être un demi-dieu, il redevient, il est vrai, un simple mortel comme nous, mais le plus grand d'entre nous ; nous sommes fiers qu'un des nôtres ait donné des travaux que, sans de légers défauts, on eût pu croire une émanation de la divinité, et cela nous donne confiance pour mieux essayer de le comprendre et même de marcher sur ses traces. Une utilité plus grande encore de cette divulgation est de nous mettre sur nos gardes quand nous recherchons des vérités nouvelles : si ces créateurs de la Science se sont égarés parfois en traçant des sentiers nouveaux dans des régions, qu'ils ont été souvent d'ailleurs les premiers à explorer, de quelle circonspection ne devons-nous pas faire montre pour ne pas dévier ! Leurs erreurs nous enseignent donc la prudence et la modestie.

4. — M. A. AUBRY présente ensuite un mémoire complémentaire.

*Erreurs de mathématiciens*. — Depuis quelque temps la question des erreurs de mathématiciens est à l'ordre du jour. Ce n'est pas tant, il me semble, une liste d'erreurs, si complète soit-elle, qu'il importe de donner, mais surtout leur classement, leur origine et leur influence sur le progrès de la science.

Toute production scientifique doit viser à un but utile : accroissement de la science, extensions, généralisations, applications, pose de pierres d'attente en vue de théories ultérieures seulement pressenties, rattachement de théories en apparence différentes, gymnastique intellectuelle, récréations, enseignement ou vulgarisation.

Or, de prime abord, on ne voit pas à quoi peut servir la divulgation des erreurs où sont tombés des hommes qui précisément, par leur genre d'étude, s'attachent à la recherche de la vérité, de l'exactitude, de l'évidence. J'ai toutefois essayé de montrer dans un Rapport qui m'a été demandé sur ce



sujet, que celui-ci n'est pas dépourvu de toute utilité et qu'on peut en tirer quelque enseignement.

J'avais ajouté, à titre d'exemples, un certain nombre d'erreurs typiques qui n'ont pu trouver place à la suite de mon Rapport : ce sont celles-ci qui seront présentées au Congrès de Nîmes.

5. — Rapport de M. A. GÉRARDIN sur diverses méthodes de solutions employées en théorie des nombres. Voici l'exposition du sujet :

Combien de mathématiciens ignorent les résultats obtenus par leurs devanciers, qui souvent usent leur vie à la solution de certaines questions ardues, parfois résolues en quelques heures par des méthodes nouvelles ou inédites. Comme exemple topique, je citerai la décomposition de  $2^{58} + 1$  qui a duré si longtemps, et cependant Euler avait donné la décomposition générale de  $2^{4a+2} + 1$ , retrouvée plus tard par Aurifeuille. Nous avons donc résolu d'entreprendre cette recherche en ce qui concerne la théorie des nombres, mais les matériaux sont innombrables, et nous pourrions seulement citer ici quelques types de questions.

Il y aurait aussi des recherches bien curieuses à faire, non plus sur les méthodes elles-mêmes, mais sur leurs auteurs ; étudier les ressemblances et les dissemblances de tempérament physiologique et moral, et combien d'autres questions passionnantes ; espérons que cette œuvre sera tentée un jour par un de nos collègues ; nous y applaudirons vivement.

J'ai dit, dans ce rapport, quelques mots sur les différentes méthodes employées pour la décomposition des grands nombres et en particulier de ceux de Mersenne, et sur les machines à décomposer les nombres.

6. — La Municipalité de la ville de Nancy, d'accord avec M. Ch. ADAM, recteur de notre Université, a résolu d'élever un monument à la mémoire de 3 mathématiciens lorrains illustres : PONCELET, HERMITE et Henri POINCARÉ. La section de mathématiques du Congrès, sur la demande de M. Ernest Lebon, président, a émis à l'unanimité un vote favorable, et les listes de souscription commencent à se couvrir de signatures. Nous espérons que nos collègues mathématiciens voudront bien apporter leur pierre à cet édifice et nous restons à leur disposition pour toute communication.

7. — M. G TARRY, du Havre, présente ses

*Tables à triple entrée des diviseurs des nombres de 1 à N.* — Un nombre  $t$  s'écrit d'une seule manière sous la forme  $nA + qB + r$ ,  $A$  étant un multiple de  $B$  et  $r$  plus petit que  $B$ . Il s'agit de reconnaître si un nombre premier  $p$  divise  $t$ . Désignons par  $a$  et  $a'$ , les valeurs absolues des résidus minimisés positifs et négatifs de  $nA$  ; et par  $b'$ , la valeur absolue du résidu minimisé

négatif de  $qB$ . Pour que  $p$  divise  $t$ , il faut et il suffit qu'on ait  $a - b' + r = 0$  ou

$$a' - b' + r \equiv 0 \pmod{p} .$$

Deux cas se présentent : 1°  $a < b'$ . Le nombre  $a - b' + r$  étant inférieur à  $p$  en valeur absolue, pour que  $p$  divise  $t$ , il faut et il suffit qu'on ait

$$a - b' + r \equiv 0 .$$

2°  $-a > b'$ . Dans ce cas  $-a' - b' + r = -p + a - b' + r$  est plus petit que  $p$  en valeur absolue, et il faut et il suffit qu'on ait  $-a' - b' + r = 0$ . Ainsi, pour savoir si un nombre premier divise  $t$ , il suffit de regarder si un résidu donné par la Table est égal à la somme de deux autres résidus donnés. En choisissant convenablement les bases  $B$  et  $A$ , et à l'aide d'un petit perfectionnement, on construit une Table allant jusqu'à 100 millions, et comprenant 593 166 nombres de 4 chiffres au plus, par conséquent, moins volumineux qu'une Table de Lebesgue allant seulement jusqu'à 2 600 000.

8. — M. Ernest LEBON, de Paris, fait ensuite une intéressante présentation de ses tables, avec réussite instantanée de décompositions de nombres de huit chiffres choisis au hasard.

*Sur la Table de base 510510 donnant les facteurs premiers des nombres depuis 1 jusqu'à 100 millions* — J'ai fait établir 17 Tableaux, pour les indicateurs 1, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, avec la base  $B = 510510$ , à l'aide desquels on trouve, presque immédiatement, les facteurs premiers des nombres compris dans les 17 progressions arithmétiques de terme général  $Bk + I$ ,  $k$  étant le quotient (caractéristique) et  $I$  étant le reste (indicateur), obtenu en divisant un nombre  $N$  par  $B$ . La Table complète occuperait plus de cinq fois moins de place que la Table qui serait construite par les procédés adoptés jusqu'ici.

Les principes sur lesquels cette Table repose ont été communiqués à l'Académie des Sciences de Paris (séance du 3 juillet 1905), développés dans un Mémoire (1<sup>er</sup> août 1905) que l'Académie des Sciences de Lisbonne a publié dans son *Jornal* (2<sup>e</sup> s., t. VII, n° 29, 1906), appliqués dans le Volume intitulé : *Table de Caractéristiques relatives à la base 2310* (Delalain, Paris, 1906), communiqués de nouveaux, avec de notables simplifications de disposition des Eléments, au Congrès de l'Association française pour l'Avancement des Sciences, tenu à Clermont-Ferrand en août 1908, et au Congrès des Sociétés Savantes (Ministère de l'Instruction publique), tenu à Caen en avril 1911.

Je tiens à remercier publiquement l'Association française pour l'Avancement des Sciences d'avoir bien voulu m'accorder une Subvention, qui me permet de montrer amplement la disposition de la Table que je construis et d'en faire juger les avantages sur celles qui ont été jusqu'ici publiées.

Dans cette Table, de base  $B$ , de diviseurs premiers, il y a un nombre de Tableaux égal à la moitié du nombre des indicateurs  $I$ . J'ai trouvé une méthode qui permet de n'employer que deux Tableaux se rapportant aux indicateurs  $\pm 1$ . Pour construire ces Tableaux, je résous d'abord les deux équations indéterminées

$$Ix - By = \pm 1 ,$$

pour construire un Tableau où sont les valeurs des premières solutions  $y = K_1$  et  $y = K_{-1}$ , relative aux  $I < \frac{1}{2} B$ . Ce Tableau permet de résoudre presque immédiatement les deux équations

$$Ix + By = \pm I .$$

A l'aide du système de solutions  $x, y$ , on trouve des valeurs de la caractéristique  $K$  qui se trouvent dans les deux Tableaux d'indicateurs  $\pm 1$ . J'explique dans le Mémoire comment, à l'aide de ces deux Tableaux d'indicateurs  $\pm 1$  on peut reconnaître si un nombre donné est premier ou composé.

9. — M. A. PELLET, de Clermont-Ferrand, expose ensuite sa théorie

*Sur les équations aux dérivées partielles.* — Soit un système de  $n$  équations entre les  $n$  fonctions  $u_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) des deux variables indépendantes  $x$  et  $y$ , et leurs dérivées partielles, le nombre des dérivations pour  $u_i$  étant par rapport à  $x$  au plus égal à  $\alpha_i$  et par rapport à  $y$  au plus égal à  $\beta_i$ , de sorte que, pour cette fonction  $u_i$  le nombre des dérivées qui entrent dans les équations est  $(\alpha_i + 1)(\beta_i + 1) - 1$ , mis sous la forme

$$v_i = f_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) ,$$

$v_i$  ne contenant qu'un seul terme, la dérivée

$$\frac{d^{\alpha_i + \beta_i} u_i}{dx^{\alpha_i} dy^{\beta_i}} ,$$

et les seconds membres  $f$  étant des fonctions holomorphes des  $n$  fonctions  $u$  et de leurs dérivées ne figurant pas dans les premiers membres, à coefficients fonctions continues de  $x$  et  $y$ . Ce système d'équations admet toujours un système de solutions qui est unique, pour lequel on a

$$u_i = \int_0^y \dots \int_0^y \int_0^x \dots \int_0^x v_i dx^{\alpha_i} dy^{\beta_i} ,$$

les intégrales par rapport à  $x$  prises successivement  $\alpha_i$  fois entre les limites 0 et  $x$ , et celles par rapport à  $y$   $\beta_i$  fois entre les limites 0 et  $y$ . Extension au cas d'un nombre quelconque de variables.

10. — Présentation d'un mémoire de M. C.-A. LAISANT, *sur les tables de diviseurs.*

En 1891, j'avais indiqué les principes de la construction possible d'une Table de diviseurs des nombres, jusqu'à une limite assez étendue, et reposant sur l'emploi de moyens graphiques. La question est liée aux progrès

futurs de l'arithmétique et a provoqué de nouveaux travaux de mathématiciens connus.

Mes premiers procédés étaient peu pratiques, car les Tables étaient trop étendues. Actuellement, chaque page représentant 10 cm de largeur sur 20 cm. de hauteur, soit 14 sur 22 en faisant la part des titres et des chiffres, la lecture graphique, avec un millimètre comme unité, ne serait pas pénible. Pour aller jusqu'à 100 millions, on pourrait avec environ 1300 pages, et cela sans calculs auxiliaires, d'une façon directe, déterminer les facteurs de chaque nombre.

Un exemple des Tables et des explications très claires se trouvent dans le Mémoire.

#### 11. — M. A. GÉRARDIN, de Nancy, expose ensuite sa

*Nouvelle machine algébrique.* — Nous présentons un modèle d'étude pour cette machine déjà annoncée dans notre Rapport. Le modèle définitif est au point ; nous pouvons déjà montrer l'intérêt du dispositif actuel. Le principe est simple ; il faudra d'abord ramener les problèmes donnés à des équations de la forme

$$a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 \dots = y^2 .$$

Comme exemple, nous prendrons un problème d'Hermite à propos des surfaces osculatrices (*Cours d'analyse*, p. 145) qui se ramène à trouver les nombres  $m$  et  $n$  tels que la somme des  $(m + 1)$  premiers triangulaires doit évaluer l'unité plus un triangulaire de base  $(n + 1)$ .

Hermite a donné  $m = 5$  ; E. de Jonquières, en 1884, a cité  $m = 1$  et 20. Hermite ajoute : « Il y aurait lieu ainsi de rechercher toutes les solutions en nombres entiers et positifs pour  $m$  et  $n$ . Mais l'Arithmétique supérieure ne donne à cet égard aucune méthode. »

Notre procédé qui donne toutes les solutions nous indique en quelques minutes  $m = 425\ 776$  et  $n = 160\ 403\ 631$ , par la solution en nombres entiers de

$$36t^3 + 108t^2 + 104t + 25 = Z^2$$

avec

$$t = 141\ 925 .$$

La décomposition des grands nombres, l'analyse indéterminée, certains problèmes de Géométrie et combien d'autres questions seront le champ d'investigation de ce nouveau moyen de calcul.

Je vais présenter d'autres modèles de cette machine au congrès de Cambridge (21-28 août) et Dundee (4-11 septembre), mais je tiens à remercier auparavant deux collaborateurs dévoués qui m'ont livré un appareil compteur bien au point et un intéressant moyen de découvrir la solution ; ce sont MM. P. CARISSAN professeur au collège de Leskeven (Finistère) et M. le lieutenant CARISSAN de St-Brieuc qui d'ailleurs étudient d'autres modèles d'intéressantes machines arithmétiques.

12. — M. Ernest LEBON prie la section de mathématiques de voter que la ville de Nîmes veuille bien faire inscrire sur la maison n° 2, rue St-Castor, adossée à la Cathédrale, une inscription rappelant que M. Gaston Darboux, le grand géomètre français est né dans cette maison. Ce vœu a été aussi présenté le 6 août en assemblée générale, et voté par acclamations.

13. — Ensuite M. L. MONTANGERAND de Toulouse, présente quelques *Suggestions sur la carte photographique internationale du ciel et Idées nouvelles pour la découverte des étoiles variables.*

Les clichés de la carte astrophotographique peuvent donner lieu à de nombreuses recherches outre celles signalées au Congrès de 1910. Il est désirable, par exemple, d'inscrire au nombre des travaux à exécuter d'une manière systématique sur ces clichés la mesure des étoiles doubles ou multiples, mesure à faire de préférence en coordonnées rectilignes.

Quant à la reproduction même des clichés de la carte en vue des tirages définitifs sur papier, il serait précieux d'appliquer aux opérations de comparaison de correction le principe de l'appareil optique dit *la chambre claire*, cette application devant faciliter et perfectionner le travail et permettre de rapides investigations sidérales.

Pour la découverte des étoiles variables, on peut ajouter au moyen indiqué, en ce qui concernait les clichés de la carte, au Congrès de 1910, les suivants :

— examen des traînées d'étoiles obtenues sur cliché par dérèglement sensible de l'horlogerie de l'Instrument et sans conduite de la part de l'observateur, avec une durée d'exposition aussi longue que possible; à des journées différentes on peut poser sur la même plaque en plaçant en voisinage les traînées correspondantes des mêmes étoiles.

— examen des cercles stellaires obtenus, dans les mêmes conditions que pour les traînées en pratiquant l'extra-focalité de la plaque.

Pour la reconnaissance des étoiles variables, nombreuses dans les amas il sera pratique de faire des poses rapides et de leur comparer d'autres poses, de même durée ou non faites quelque temps après.

14. — M. L. MONTANGERAND expose ensuite : *Détermination de la valeur du diamètre apparent de la Lune par l'observation photographique des occultations d'étoiles.*

L'éclipse centrale de Soleil du 17 avril 1912 a montré l'importance considérable de la connaissance de la valeur précise du diamètre apparent de la Lune. Pour la prévision des circonstances exactes des éclipses, cette connaissance est, en effet, de toute nécessité.

Or, pour de nombreuses raisons tenant à la libration, l'irrégularité du bord lunaire, l'irradiation....., la mesure de cet élément géométrique qu'est le diamètre est assez incertaine. Finalement la meilleure détermination paraît consister dans l'observation des occultations d'étoiles, en temps ordinaire ou plutôt au moment des éclipses totales de Lune.

Jusqu'ici, on s'est contenté de faire ces dernières observations visuellement. Mais il est possible de les effectuer par la voie photographique. Il

suffit de prendre des clichés de la partie du ciel enveloppant la Lune, en dérégulant sensiblement l'horlogerie de l'instrument si l'astre éclipsé ne peut pas impressionner les plaques, ou en guidant sur un accident lunaire si l'astre conserve encore une luminosité photogénique.

Dans les deux cas, on aura des séries de traînées d'étoiles dont quelques-unes seront écourtées par la présence d'un cercle représentant la place de la Lune dans le champ, ou son disque visible, écourtement dû à une occultation.

En mesurant au micron près, les longueurs de ces traînées réduites par rapport à celles des traînées entières, on aura les moments des occultations et au dixième de seconde à condition, bien entendu, de connaître avec précision la durée des poses.

15, 16 et 17. — M. LÉON AUBRY, de Jouy-les-Reims, envoie 3 notes dont voici les titres : *Démonstration directe de  $4n + 1$  premier égal à une somme de deux carrés; méthode pour résoudre  $x^2 - ay^2 = 1$ ; méthode de décomposition des nombres.*

J'attire l'attention sur le théorème 6 qui semble très important surtout pour la résolution de l'équation de Fermat et peut-être pour la décomposition des nombres. Cette étude est la suite logique de celle envoyée en 1911 à l'Association Française pour l'Avancement des Sciences, et j'obtiens ainsi par une méthode uniforme et très simple les principaux résultats concernant les diviseurs des formes quadratiques.

Ma démonstration que tout nombre premier de la forme  $4n + 1$  est une somme de deux carrés est absolument directe et indépendante des fractions continues, et de l'équation de Fermat. Ma méthode permet d'ailleurs de se passer des fractions continues, ce qui n'est pas sans importance; j'espère pouvoir l'étendre à des suites de la forme  $Ax_i^2 - y_i^2 = E_i, E_{i+1}$ ; ceci permettrait sans doute de retrouver, ainsi que l'a fait Fermat, la démonstration de  $8n + 3$  égal à une somme de trois carrés sans s'appuyer sur le théorème de Lejeune-Dirichlet sur la progression arithmétique, ou sur la théorie des formes quadratiques.

18. — M. MAIRE, de Paris, envoie une communication sur

*Quelques lettres de H.-C. Schumacher adressées à François Arago.* — J'ai l'honneur de présenter quelques lettres que Henri-Christian Schumacher, directeur de l'Observatoire d'Altona, a adressées entre 1843 et 1849 à Fr. Arago et à F.-V. Mauvais, astronome à l'Observatoire de Paris, et une dernière lettre du neveu de Schumacher, écrite à Arago en 1850. Les documents paraissent inédits et enrichiront encore la correspondance d'Arago. Dans la première lettre adressée à Arago (28 mars 1843), Schumacher lui exprime tous ses remerciements pour la peine qu'il a prise d'écrire au Roi, afin de lui faciliter l'exécution de ses travaux astronomiques.

Dans la seconde lettre du vingt août 1843, l'astronome d'Altona recommande à Arago le Dr Hatter qui se rend pour la première fois à Paris.

La troisième lettre, la plus longue de toutes (26 juin 1849), est adressée à Arago en pleine révolution des duchés de Holstein et de Schleswig contre le Danemark. L'Ecole de Marine de Kiel réclame l'Observatoire d'Altona, mais le gouvernement des Duchés oppose un refus.



Schumacher se trouvant très embarrassé pour continuer ses travaux, expose ses ennuis à Arago, le sollicite pour que la France et l'Angleterre, chargées de régler la paix entre les belligérants, puissent obtenir que la question de l'Observatoire soit comprise dans les négociations.

La lettre que Schumacher écrit à Mauvais (22 juillet 1847), relate la découverte que Brorsen a faite sur les mouvements particuliers de la comète récemment découverte.

La dernière lettre, est écrite à Arago en 1850, par le neveu de Schumacher, après la mort de son oncle.

19. — On présente ensuite un mémoire de M. A. AUBRY, de Dijon, sur

*Les principes de la théorie des nombres complexes.* — Habituellement on établit, d'après Gauss, la théorie des nombres complexes, en supposant connue celle des nombres réels; elle peut cependant, et peut-être devrait-elle, se traiter directement, d'autant plus que c'est là qu'il faut chercher la véritable source de l'arithmétique quadratique. C'est ce qu'a exposé en partie Lejeune-Dirichlet en tête de ses *Recherches sur les f. quad. à coef. et ind. compl.* (Cr., 1842 et *Werke*, t. I, p. 539); puis, plus complètement, dans une suite de conférences faites à Berlin en 1853-1854 et consignées en 1863 dans un opuscule de G. Arendt, qui semble assez rare, car ni la *Zahlentheorie*, ni les *Werke*, de Lejeune-Dirichlet n'en parlent: je ne vois que Bachmann, dans sa *Kreistheilung*, qui y fasse allusion. Toutefois, il restait encore dans cette exposition un emprunt à la théorie élémentaire des nombres, le théorème de Fermat, qu'il convenait de traiter dans le même esprit. D'ailleurs il y avait lieu de revoir, de compléter et de simplifier le tout, de manière à le rendre accessible à tous les amateurs de l'arithmétique.

C'est dans ce but, que j'ai pensé à présenter une série d'articles sur ce sujet: le premier contiendra seulement les tout premiers éléments basés en grande partie sur le célèbre théorème de Fermat relatif à la décomposition des nombres premiers  $4 + 1$  en une somme de deux carrés, ce qui fait une démonstration nouvelle à ajouter à celles d'Euler, de Lagrange, de Legendre, de Gauss, de Smith et d'Ed. Lucas, que j'ai rappelées dans une Note insérée au Tome IV des *Œuvres* de Fermat, page 232.

20 et 21. — M. E. BELOT, de Paris, adresse deux communications intéressantes sur

*Les forces répulsives à l'origine des Mondes.* — Les cosmogonies modernes admettent en général ce postulat « que la loi de Newton et la Mécanique newtonienne doivent à elles seules expliquer l'origine d'un Monde ».

L'examen des phénomènes des comètes et des novæ, la théorie de la pression de radiation et l'analyse des formules de la cosmogonie tourbillonnaire montrent, au contraire, que *dans une nébuleuse en voie de condensation, la matière obéit d'abord aux forces répulsives avant d'obéir à l'attraction.*

Par là, on comprend comment la matière s'est étalée radicalement, aussi bien dans le système planétaire que dans les nébuleuses spirales.

*Les postulats dans la nouvelle cosmogonie de T. Séé.* — Les raisonnements qui contiennent des hypothèses cachées risquent fort d'être erronés.



La nouvelle cosmogonie, exposée par T. Sée dans son Livre récent : *The capture theory of cosmical evolution*, renferme un certain nombre de ces postulats non explicités. En les mettant en lumière, on voit nettement sur quelles bases fragiles est édiflée la théorie de l'évolution cosmique fondée sur l'idée de la capture des astres dans le milieu résistant d'une nébuleuse.

22. — M. L. FAVRE, de Paris, envoie une note sur une question à l'ordre du jour

*Erreurs de mathématiciens.* — Distinction à faire entre les solutions erronées et les raisonnements erronés. (On peut donner d'une proposition vraie une démonstration fautive ou sans valeur : les élèves le font parfois.)

Cas de certaines démonstrations le l'impossibilité du mouvement perpétuel. On donne une définition arbitraire du mouvement perpétuel, puis on démontre, avec raison, que l'objet défini est impossible à réaliser. Puis, à tort, on dit, on pense que la démonstration (valable pour le mouvement perpétuel du mathématicien) vaut aussi pour le mouvement perpétuel de l'ignorant qui cherche, alors que, en fait, ce dernier cherche quelque chose de tout différent de ce qui a été arbitrairement défini. (L'ignorant s'accommoderait fort bien d'un mouvement qui se perpétuerait avec intervention gratuite du milieu ambiant.) Le raisonnement qui fait appliquer à tort la démonstration est défectueux.

23. — M. L. TRIPIER envoie un mémoire

*Sur l'application de la méthode des approximations successives ; résolution des équations numériques.* — La méthode des approximations successives appliquée au calcul d'une valeur approchée d'une racine de l'équation

$$x = f(x)$$

donne une suite de valeurs convergentes si

$$\left| \frac{df}{dx} \right| < 1$$

dans le domaine de ces valeurs, condition nécessaire et suffisante

L'interprétation géométrique de cette application conduit immédiatement à l'introduction du facteur  $\lambda$  tel que la courbe

$$(1) \quad y = x + \lambda [f(x) - x]$$

donne

$$\left| \frac{dy}{dx} \right| < 1,$$

dans le cas où

$$\left| \frac{df}{dx} \right| > 1,$$

et à l'application de la méthode à la recherche des points communs à la droite

$$y = f(x)$$

et à la courbe

$$(1) \quad y = (1 - \lambda)x + \lambda fx ,$$

la présence du facteur  $\lambda \neq 1$  assurant la convergence des valeurs essayées.

24. — M. L. GARDÈS, de Montauban, envoie un mémoire

*Contribution à l'étude du solitaire.* — Ed. Lucas a fait une étude fort belle sur le jeu du SOLITAIRE (1<sup>er</sup> vol. de ses Récréations mathématiques); mais cette étude présente un semblant d'erreur et une lacune.

Lucas laisse entendre, sans le dire, qu'il a donné toutes les solutions possibles pour résoudre le problème consistant, une fiche étant ôtée, à enlever toutes les autres sauf une; cette affirmation n'est pas dans sa pensée, car elle serait fausse; le nombre des solutions est excessivement grand.

Puis ayant démontré que le problème est impossible pour 21 cases du jeu prises comme cases initiales, il ne va pas plus loin; c'est là une lacune, car si on enlève la fiche centrale 44 et une autre quelconque prise dans les 21 ci-dessus ou dans les 16 autres la réussite devient toujours possible. Elle l'est même le plus souvent lorsqu'on commence la réussite en enlevant deux fiches quelconques. *Le problème général et pour lequel il y a toujours possibilité de réussite est donc celui qui consiste à opérer sur le solitaire décentré.* Dans ce cas quelle que soit la fiche initiale choisie la réussite est toujours possible.

25. — M. E. N. BARISIEN, de Paris, envoie une note

*Sur quelques sommations et séries.* — Le but de cette Note est de présenter diverses sommes de fractions formées par des termes en progression arithmétique croissante, et d'en déduire diverses séries, dont quelques-unes sont peut-être inédites.

Ce travail m'a été suggéré comme généralisation de formules de ce genre, communiquées par M. l'abbé Cassin, curé de Domqueur, par Ailly-le-Haut-Clocher (Somme), qui est un spécialiste de l'étude des progressions.

26 à 34. — Les neuf communications suivantes ont ensuite été exposées: M. PELLET, *sur les lignes asymptotiques*; M. CHRÉTIEN, *Tables des polynômes de Legendre, Sur la distribution des étoiles dans les amas globulaires*; WELSCH, *Lignes diamétrales des courbes algébriques, Sur les cercles de Joachimsthal, Triangles inscrits dans un triangle donné, Sur le théorème de Fuss*; FARID BOULAD, *Sur les équations à 4 variables d'ordre nomographique 4*. WELSCH, *Polygones de Steiner inscrits dans une quartique. Rapprochement entre ces polygones et ceux de Poncelet. Remarques diverses.*

L'assemblée générale du 6 août a élu, par acclamations, Vice-Président, M. Armand GAUTIER, et Vice-Secrétaire, M. Ernest LEBON.

Le prochain congrès aura lieu à *Tunis* du 22 au 27 mars 1913 ;

le Président de la section mathématique sera M. MAINGROT de Tunis, le Secrétaire M. A. GÉRARDIN de Nancy.

Deux séances de projections ont été organisées par M. A. GÉRARDIN. Nous devons des remerciements spéciaux à MM. Maingaud et Marcelin de Nîmes, ainsi qu'à M. Bellieni, l'opticien bien connu de Nancy, qui avait bien voulu nous prêter de belles vues des Vosges et de l'éclipse de soleil du 17 avril 1912. La série de positifs projetés comprenait en outre des vues de Nîmes, Dijon, Tunis, Bretagne, Suisse, Italie...

### Lucien Lévy.

M. Lucien Lévy, examinateur des élèves à l'Ecole Polytechnique, vient de mourir à Fontainebleau, le 2 août dernier.

Triste nouvelle pour tous ceux qui ont connu ce géomètre savant et bon, qui, en sa carrière d'examinateur, savait apporter dans l'exécution stricte de ces délicates fonctions une affabilité et une délicatesse unanimement reconnues.

Né le 7 octobre 1853, Lucien Lévy, agrégé à 23 ans, débuta dans l'Université comme professeur au Lycée de Rennes. Il vint bientôt à Paris, au Lycée Louis-le-Grand, fut Directeur des études scientifiques à l'Ecole de Sainte-Barbe et, à partir de 1890, examinateur d'admission à l'Ecole polytechnique. C'est dans ce « poste de combat », suivant une expression employée par l'éminent combattant lui-même, qu'il sut merveilleusement allier le tact, la justice et la science ainsi qu'en témoignent d'innombrables élèves de toutes catégories.

Comme productions scientifiques originales, il laisse de remarquables travaux géométriques résumés en plusieurs endroits de l'ouvrage de M. Darboux sur la théorie des surfaces. Ces résultats concernent les équations aux dérivées partielles du type de Laplace auxquelles correspondent d'importantes propriétés des congruences et des réseaux conjugués.

Il fut particulièrement intéressé par la construction des systèmes triplement orthogonaux, notamment de ceux formés de surfaces qui, par des déplacements, donnent toute la famille de Lamé considérée (G. DARBOUX. *Leçons sur les systèmes orthogonaux*. Deuxième édition, p. 86). Son principal travail sur ce sujet fut couronné par l'Académie royale de Belgique et publié dans les *Mémoires des Savants étrangers* de ladite Académie (t. LIV). Il écrivit également un *Précis de la Théorie des fonctions elliptiques* qui présente très simplement cette théorie appuyée sur de nombreux exemples et exercices empruntés à la géométrie et à la mécanique. Enfin, en collaboration avec Rouché, il publia, en deux volumes, des *Eléments d'Analyse à l'usage des physiciens et ingé-*