Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 15 (1913)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Société mathématique suisse.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

elles ne nécessitent pas l'emploi du stéréoscope. En effet, les deux images étant dessinées l'une en rouge, l'autre en vert, il suffit de les regarder avec un lorgnon rouge et vert pour que les figures, qui semblent d'abord offrir une grande confusion, produisent une image très nette en noir, présentant un relief tout à fait remarquable

Le principe des couleurs complémentaires avait déjà été employé par Rollmann et par Ducos du Hauron. M. Richard a le mérite de l'avoir appliqué à la représentation des figures de la géométrie dans l'espace. Ces vues stéréoscopiques sont exécutées par le dessin, à l'aide de calculs très simples. On trouvera quelques développements à ce sujet, avec près de 30 vues, dans la petite brochure de M. H. Vuibert intitulée « Les Anaglyphes géométriques »[1]. Il est certain que ces vues stéréoscopiques sont appelées à jouer un rôle utile dans l'enseignement de la géométrie. Leur emploi contribuera à développer chez les élèves l'intuition des figures dans l'espace.

MM. Richard et Vuibert se proposent de faire des collections d'anaglyphes, groupés méthodiquement, à l'usage des divers enseignements. Il y aura notamment une série consacrée à la géométrie descriptive. H. F.

CHRONIQUE

Société mathématique suisse.

3me Réunion ordinaire ; Altdorf, 10 septembre 1912.

La Société mathématique suisse a tenu sa troisième réunion ordinaire à *Altdorf*, le 10 septembre 1912, sous la présidence de M. le Prof. R. Fueter (Bâle), comme section de la *95me Réunion annuelle* de la Société helvétique des sciences naturelles.

Après avoir jeté un rapide aperçu sur l'activité de la Société pendant l'année écoulée, le président rappelle le souvenir des membres décédés pendant l'année : M. le prof. Von der Mühll (Bâle), un des membres fondateurs de la Société et M. Droz-Farny (Porrentruy). Sur la proposition des vérificateurs des comptes, MM. Plancherel et Spiess, la Société approuve le rapport du cais-

[1] 1 broch. in-8°, 32 p. ; 1 fr. 50 ; librairie Vuibert, Paris.

sier; les recettes se montent à Fr. 954,10, les dépenses à Fr. 229,10, d'où un solde créditeur de Fr. 725. Le nombre des membres est actuellement de 121, dont 27 membres à vie.

La Société constitue comme suit son Comité pour la période 1913-1914 : MM. H. Fehr (Genève), président; M. Grossmann (Zurich), vice-président; M. Plancherel (Fribourg), secrétaire-caissier. Le nouveau président remercie ensuite au nom de la Société son prédécesseur, M. le Prof. Fueter, pour l'activité avec laquelle il a présidé à l'heureux développement de la Société pendant cette première période.

La *séance scientifique* comprenait les 13 communications suivantes :

1. — M. le Prof. R. Fueter (Bâle). *Sur la répartition en genres des classes d'idéaux.* — La répartition en genres des classes d'idéaux d'un corps algébrique K, abélien dans un certain domaine k, reposait jusqu'à présent sur l'introduction de certains symboles et exigeait que k contînt des racines de l'unité. Les notions de *rayon* (Zahlstrahl) et de *classe de rayons* (Strahlklasse) permettent de donner une définition très simple et complètement générale du genre dans le corps K. En effet, tout corps K, abélien relatif par rapport à k, détermine dans k par son discriminant relatif un rayon (f) lié très étroitement à K, comme le conférencier l'a montré dans des travaux antérieurs. *Toutes les classes d'idéaux, dont la norme relative par rapport à* k *appartient à la même classe de rayons de* (f), *constituent un genre.* On peut démontrer que tous les genres possibles n'existent pas, c'est-à-dire qu'il existe des classes de rayons qui ne sont pas normes relatives de classes du corps supérieur. Le conférencier développe ce qui précède sur l'exemple simple des 7mes racines de l'unité.

Discussion : M. Plancherel.

2. — M. le Dr F. Bützberger (Zurich). *Sur les polygones bicentriques.* — Après un court aperçu sur les travaux fondamentaux d'*Euler, Fuss, Poncelet, Feuerbach, Steiner et Jacobi,* le conférencier rappelle la remarquable loi empirique énoncée par *Hagge*[1]. Soit r le rayon du cercle extérieur de centre M, ϱ celui du cercle intérieur de centre N d'un polygone bicentrique à n sommets et $MN = c$ la distance des centres; r, ϱ, c, vérifient une certaine équation. *Hagge* remarque que si l'on fait $r = 2$, $c = 1$ dans cette équation, on obtient toujours pour ϱ une équation algébrique à coefficients entiers de somme égale à 1.

Pour déduire cette équation d'une manière élémentaire, on peut, avec Fuss et Steiner, se servir de la somme des angles; il est préférable de projeter normalement les rayons des sommets

[1] *Zeitschrift f. math. u. naturw. Unterricht ;* 1911, p. 98 et 1912, p. 375.

et la ligne des centres sur les rayons de contact correspondants ou la ligne des centres sur les côtés du polygone. Il est important de remarquer qu'il existe, soit pour n pair, soit pour n impair deux polygones symétriques et que, dans le premier cas, tantôt l'un tantôt l'autre conduit plus rapidement au but. Tout côté est divisé par son point de contact en deux segments. Deux segments issus d'un sommet sont égaux. Désigne-t-on, pour n pair, les segments situés de la même manière à gauche et à droite par les mêmes lettres x, x' ; y, y' ; z, z',... on obtient l'expression du segment accentué en remplaçant ϱ par $-\varrho$ dans l'expression du segment non accentué et l'on a la loi générale $xx' = yy' = zz' = \ldots$ On trouve de la sorte les équations déjà connues, sous une forme plus simple et plus symétrique, sans accompagnement de facteurs parasites et l'on peut y ajouter facilement les équations relatives à $n = 9, 10, \ldots$ que le conférencier écrit explicitement et sur lesquelles il vérifie la loi de Hagge.

Si, à la place du cercle intérieur, on considère un cercle tangent extérieurement ou si le polygone bicentrique à n sommets est étoilé avec deux ou plusieurs circulations, les formules données comprennent encore tous les cas pour n pair ; si, par contre, n est impair, elles ne sont vraies que pour les polygones à nombre impair de circulations ; pour les autres il faut remplacer ϱ par $-\varrho$.

Enfin, la généralisation de la théorie des quadrangles bicentriques conduit à des faisceaux remarquables de courbes et de surfaces du 4me ordre. Une exposition détaillée de ces recherches paraîtra comme supplément au programme de l'Ecole cantonale de Zurich 1913.

Discussion : M. Spiess.

3. — M. le Prof. M. Grossmann (Zurich). *Démonstration projective de la construction absolue des parallèles de Lobatschefskij.* — Soit ABCD un quadrangle plan, rectangle en A, B, D. L'angle en C est alors aigu, droit ou obtus selon que l'on se trouve dans la géométrie de *Lobatschefskij*, d'*Euclide* ou de *Riemann*, et simultanément BC est plus grand, égal ou plus petit que AD. Dans le premier cas, le cercle de centre A et de rayon BC $= r$ coupe la droite CD en deux points S, T et l'on peut montrer, par une voie trigonométrique, que les droites AS, AT sont les parallèles menées par A à BC.

On a essayé souvent d'établir d'une manière purement géométrique cette construction des parallèles, mais les démonstrations existantes sont loin d'être simples ; elles ne sont au fond que des vérifications postérieures qui ne laissent pas reconnaître les connexions profondes de cette construction. La métrique projective de *Cayley* et de *Klein* permet de donner une démonstration simple et très claire.

Soit ω la conique absolue, A un point ordinaire quelconque, k le cercle de centre A et de rayon quelconque r, a l'équidistante relative à un diamètre quelconque x du cercle, c'est-à-dire le lieu des points qui sont à la distance r de x.

Entre ces 3 coniques existent les relations suivantes : 1° ω et k ont un double contact aux points d'intersections imaginaires avec la polaire absolue de A ; 2° ω et a ont un double contact aux points d'intersection avec l'axe x de l'équidistante a ; 3° k et a ont un double contact aux points d'intersection avec le diamètre y, mené perpendiculairement à x par le point A.

Soit maintenant C un point quelconque de l'équidistante a, B et D ses projections normales sur les diamètres x et y, S l'intersection de CD avec le cercle k. Il faut démontrer que AS et BC

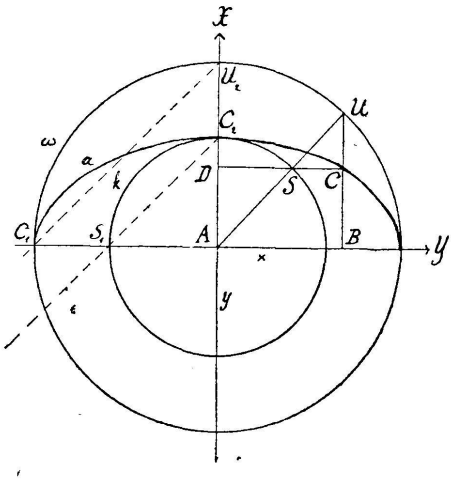

Fig. 1.

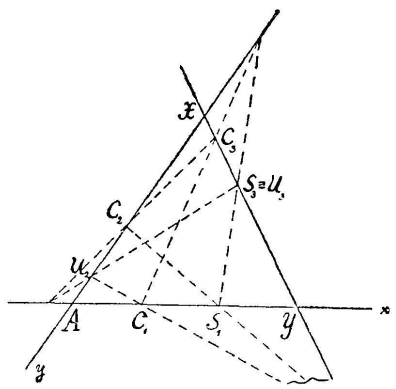

Fig. 2.

sont parallèles, c'est-à-dire que leur intersection est un point U de la conique absolue ω[1].

S et C se correspondent dans la collinéation C_{ka} d'axe y et de centre Y pôle de y qui transforme k en a. C et U se correspondent dans la collinéation $C_{a\omega}$, d'axe x et de centre X pôle de x, qui transforme a en ω. La démonstration revient à faire voir que S et U sont en ligne droite avec A, c'est-à-dire se correspondent dans la collinéation $C_{k\omega}$ qui transforme k en ω et qui a A comme centre et XY comme axe.

Les collinéations C_{ka} et $C_{a\omega}$ ne sont pas indépendantes, car d'abord le centre de l'une se trouve sur l'axe de l'autre et ensuite leurs caractéristiques sont égales, car

$$YAS_1C_1 \barwedge XAC_2U_2 \qquad (1)$$

[1] Si l'on représente ω par un cercle de la *géométrie euclidienne* et si l'on place A au centre de ce cercle, k devient un cercle de centre A, l'équidistante devient une ellipse dont ω et k sont les cercles construits sur les axes principaux comme diamètres. La figure représente alors la construction connue d'une ellipse au moyen de ces deux cercles.

puisque les droites S_1C_2 et C_1U_2 se coupent sur XY. Le produit des deux collinéations est par suite une collinéation qui a A comme point double, XY comme droite double. Il suffit donc de montrer que A est un centre ou que XY est un axe de cette collinéation, c'est-à-dire que tout point de XY est un point double.

Soit donc C_{ka} donné par son centre Y, l'axe y, le couple S_1, C_1. Soit de plus $C_{a\omega}$ donnée par son centre X, son axe x et le couple C_2U_2, tel que la projectivité (1) soit satisfaite. Soit S_3 un point quelconque de XY. Si l'on construit C_3 au moyen du couple S_1C_1, puis U_3 à partir de C_3 au moyen du couple C_2U_2, on trouve $U_3 \equiv S_3$. Car, on a

$$YAS_1C_1 \barwedge YXS_3C_3 , \qquad XAC_2U_2 \barwedge XYC_3U_3 ,$$

et donc, à cause de (1)

$$YXS_3C_3 \barwedge XYC_3U_3 \barwedge YXU_3C_3$$

d'où

$$U_3 \equiv S_3 .$$

Discussion : MM. Meissner et Grossmann.

4. — M. le Dr D. Mirimanoff (Genève). *Sur quelques problèmes concernant le jeu de trente et quarante.* En l'absence du conférencier, la communication est présentée par M. H. Fehr. — Les problèmes fondamentaux du jeu de trente et quarante ont été traités par Poisson, Oettinger, Bertrand. Les déductions de ces auteurs présentent des lacunes et certains de leurs résultats sont inexacts. L'étude de M. Mirimanoff permet de combler ces lacunes et d'obtenir une solution exacte et complète du problème. Elle sera publiée dans un prochain numéro de l'*Enseignement mathématique.*

5. — M. le Prof. O. Spiess (Bâle). *Sur certains groupes de fonctions algébriques.* — Soit $R_n(x)$ une fonction rationnelle de degré n, l'équation

$$R_n(y) - R_n(x) = 0 \qquad (1)$$

possède comme racines n fonctions algébriques $y = x$, $y_1(x)$, ... $y_{n-1}(x)$ qui forment un groupe, puisque $y_k(y_h) = y_l$. Inversement, toutes les fonctions algébriques qui forment un groupe fini sont les racines d'une équation de la forme (1). Considérons, par exemple, un groupe qui résulte de l'itération d'une seule fonction à ν déterminations (groupe monogène). A un point x du plan de la variable complexe correspondent alors ν points, à l'ensemble de ces ν points en correspondent ν^2 autres qui peuvent coïncider en partie,... etc... Si le nombre des points qui dérivent ainsi de x est fini, nous

avons devant nous un groupe fini. Joignant chaque point avec les ν points qui en dérivent par des lignes dirigées, on obtient un réseau de lignes (polygramme) comme image du groupe. Comme seule la connexion de ces lignes importe, on peut les détacher du plan et les supposer menées dans un espace quelconque. Par exemple, les modèles à arêtes des polyèdres réguliers et mi-réguliers donnent des images de tels groupes.

On peut se poser le *problème* de déterminer l'équation la plus générale de la forme (1) appartenant à un polygramme donné. En faisant décrire au sommet x un contour fermé et en considérant les permutations correspondantes des autres sommets, on peut résoudre le problème d'une manière complète dans beaucoup de cas. Par exemple, à l'octaèdre appartient la fonction du 6me degré $R_6(x) = R_3(S_2(x))$ où $S_2(x)$ admet une substitution linéaire de cycle 2. Ces recherches se laissent naturellement étendre aux groupes infinis.

Discussion : MM. Plancherel, Meissner, Grossmann, Fueter.

6. — M. le Prof. J. Andrade (Besançon). *Nouveaux modèles de mouvement pour l'enseignement de la géométrie.* — Le conférencier présente six modèles construits en vue de l'enseignement géométrique dans les écoles techniques professionnelles. Ces modèles concernent la géométrie qualitative, la seule qui offre aux débutants une réelle difficulté ; ce sont des modèles de mouvement ou d'assemblage, matérialisant les premiers concepts de la géométrie, qui sont non des concepts de forme, mais des concepts de mouvement.

Discussion : M. Fueter.

7. — M. le Dr G. Dumas (Zurich). *Sur les singularités des surfaces.* — L'auteur rappelle d'abord en quelques mots, comment se pose le problème de la résolution des singularités des surfaces, puis dans un exposé d'un caractère tout à fait général, développe sa méthode, en résolvant d'une manière complète la singularité que la surface

$$z^{10} - 4y^{12} + 4x^3y^8 + x^6y^4 - x^9 + Ax^4y^5z^2 = 0 \qquad (1)$$

présente au point

$$x = y = z = 0 \qquad (2)$$

Son procédé le conduit à faire correspondre aux points singuliers considérés certains polyèdres analogues aux polygones de Newton utilisés pour les courbes algébriques planes.

Dans l'exemple ci-dessus, le polyèdre comporte une seule face finie, triangulaire, T. La résolution complète de la singularité

s'effectue en partant de trois substitutions se rattachant respectivement à chacune des arêtes de T, et de la forme :

$$\begin{cases} x = \xi^a \eta^{a'} u^{a''} \\ y = \xi^b \eta^{b'} u^{b''} \\ z = \xi^c \eta^{c'} u^{c''} \end{cases} \qquad (3)$$

Les exposants a, b, c, etc., sont des entiers positifs ; quelques-uns d'entre eux peuvent être nuls. Leur déterminant, pris en valeur absolue, doit se réduire à l'unité.

Par l'intermédiaire des substitutions (3) on obtient des représentations holomorphes de portions de la surface (1), dans le voisinage du point (2), qui, dans leur ensemble, représentent complètement cette surface (1) dans le voisinage de ce même point (2).

Pour atteindre ce dernier résultat, il suffit d'ailleurs d'un nombre fini de ces représentations[1].

M. G. Dumas montre ensuite que le polyèdre permet de distinguer les uns des autres les différents *cycles* ou, ce qui revient au même, les diverses nappes qu'une surface présente dans le voisinage d'un point singulier, et, termine en donnant quelques indications relatives à différents polyèdres rencontrés dans le cours de ses recherches.

Discussion : MM. Grossmann et Fueter.

8. — M. le Prof. M. Plancherel (Fribourg). *Unicité du développement d'une fonction en série de polynômes de Legendre et expression analytique des coefficients de ce développement.* — $P_n(x)$ désignant le polynôme de Legendre $\frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n$, nous appellerons *série de polynômes de Legendre* toute série de la forme $\sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(x)$. $f(x)$ étant une fonction sommable dans l'intervalle $(-1, +1)$, on peut former les *coefficients de Legendre* $f_n = \frac{2n+1}{2}\int_{-1}^{+1} f(x) P_n(x)\,dx$. La série $\sum_{n=0}^{\infty} f_n P_n(x)$ formée au moyen de ces coefficients n'est pas nécessairement convergente ; nous l'appellerons la *série de Legendre* de $f(x)$; $f(x)$ en sera dite la *génératrice*.

On peut se poser au sujet de ces séries des questions analogues

[1] Pour de plus amples renseignements sur la résolution de la singularité considérée, voir, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. 154, p. 1495, séance du 3 juin 1912.

à celles que *G. Cantor* et *Dubois-Reymond* ont posées et partiellement résolues dans la théorie des séries trigonométriques. Les théorèmes suivants constituent une réponse partielle à ces questions.

I. *La condition nécessaire et suffisante pour que, dans tout l'intervalle* $(-1, +1)$, *à l'exception au plus d'un ensemble réductible de points,* $\sum a_n P_n(x)$ *converge vers zéro est que* $a_n = 0$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$[1].

II. *Si la série* $\sum a_n P_n(x)$ *converge dans tout l'intervalle* $(-1, +1)$, *à l'exception au plus d'un ensemble réductible de points, vers une fonction* $f(x)$ *bornée, c'est une série de Legendre, dont* $f(x)$ *est la génératrice.*

III. *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une série* $\sum a_n P_n(x)$ *ait pour génératrice la fonction* $f(x)$ *est que* $\sum a_n \int_{-1}^{x} P_n(x)\,dx$ *converge dans tout l'intervalle* $(-1, +1)$ *vers* $\int_{-1}^{x} f(x)\,dx$.

Dans les théorèmes analogues de Cantor et de Dubois-Reymond, l'élément analytique qui joue un grand rôle dans la démonstration est l'expression

$$\Delta_2 f(x, h) = \frac{f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)}{h^2}$$

dont la limite pour $h = 0$ donne la dérivée seconde généralisée de $f(x)$. Pour trouver l'analogue ici, considérons une fonction $F(\vartheta, \varphi)$ d'un point sur la sphère unité. Décrivant autour du point (ϑ, φ) comme centre un petit cercle de rayon sphérique h, appelant (ϑ', φ') les points de ce petit cercle, ds' l'élément d'arc et s' le périmètre du petit cercle, nous formerons l'expression

$$\Delta_2 F(\vartheta, \varphi; h) = \frac{1}{\sin^2 \frac{h}{2}} \left[\frac{1}{s'} \int F(\vartheta', \varphi')\,ds' - F(\vartheta, \varphi) \right]$$

Sa limite pour $h = 0$ sera ce que nous noterons $\Delta_2 F(\vartheta, \varphi)$. Lorsque $F(\vartheta, \varphi)$ possède une différentielle seconde, on a

$$\Delta_2 F(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial F}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2}.$$

---

[1] Ce théorème est dû à M. *Dini*. Les considérations qui conduisent aux théorèmes suivants en donnent une démonstration plus simple.

$\Delta_2 F(\vartheta, \varphi; h)$ jouit de propriétés d'extrémum analogues à celles de $\Delta_2 f(x, h)$. Faisant correspondre par la substitution $x = \cos\vartheta$ à toute série $\sum a_n P_n(x)$ une fonction $F(\vartheta, \varphi) = -\sum_1^\infty \frac{a_n}{n(n+1)} P_n(\cos\vartheta)$, on démontre que

$$\lim_{h=0} \sin\frac{h}{2} \Delta_2 F(\vartheta, \varphi; h) = 0$$

et qu'en tout point de convergence de la série $\sum_0^\infty a_n P_n(x)$

$$\Delta_2 F(\vartheta, \varphi) + a_0 = \sum_1^\infty a_n P_n(\cos\vartheta) .$$

L'utilisation de ces propriétés conduit sans grandes difficultés aux théorèmes énoncés plus haut.

Discussion : MM. Fueter, Dumas.

9. — M. le Prof. Meissner (Zurich). *Recherches cinématiques.* — Le problème de l'étayage d'un corps solide par des plans conduit entre autres à la question de l'existence de surfaces polyédrales. Ce sont des surfaces convexes pouvant se mouvoir avec trois degrés de liberté à l'intérieur d'un polyèdre régulier, de telle façon qu'elles touchent toujours toutes les faces du polyèdre. Leur détermination conduit à des équations fonctionnelles linéaires auxquelles doit satisfaire une fonction uniforme d'un point sur la sphère-unité. Suivant l'espèce du polyèdre enveloppant, il y a à distinguer cinq types de telles surfaces et l'on peut se demander si, à part la sphère, il existe des surfaces de chaque type.

Les surfaces polyédrales relatives au cube sont identiques aux surfaces d'égale épaisseur. Le conférencier a pu, par une certaine méthode, construire des exemples de surfaces tétraédrales et octaédrales. Malheureusement cette méthode ne conduit qu'à la sphère dans le cas du dodécaèdre et de l'icosaèdre.

Pour terminer, il est démontré le théorème suivant : la sphère est la seule solution du problème, si l'on remplace le polyèdre régulier par un prisme triangulaire régulier. Ceci est d'autant plus intéressant que l'équation fonctionnelle à résoudre est complètement analogue à celle du cas du tétraèdre.

Discussion : MM. Spiess, Fueter, Dumas, Plancherel.

10. — M. le Prof. A. Emch (Urbana, U. S. A). *Sur une certaine transformation conforme rationnelle dans le plan.* — En l'absence du conférencier, la communication est présentée par M. le Prof. Grossmann. De la correspondance générale de Steiner découle une théorie des courbes du 3me ordre ; de même, de l'étude des

correspondances involutives de cercles découle tout aussi naturellement une théorie des courbes circulaires du 3me ordre. M. Emch montre comment cette correspondance peut être généralisée, comment l'on peut trouver son expression dans le plan complexe et comment il en résulte une théorie des courbes circulaires d'ordre plus élevé. Il se sert dans ces recherches d'un certain nombre de théorèmes concernant les groupes de points associés et la géométrie des polynômes.

11. — M. R. de Saussure (Berne) *a) Sur le mouvement le plus général d'un fluide dans l'espace.* — Le mouvement le plus général d'un fluide dans un plan (à un instant donné) est le mouvement défini par le système de tous les cercles tangents en un même point M_0 à une même droite D_0. Ce système est la forme fondamentale de la géométrie des flèches dans un plan, c'est-à-dire de la géométrie où l'on prend comme élément spatial primitif une flèche (ensemble d'un point M et d'une droite D passant par ce point et affectée d'un sens).

A la géométrie des flèches dans le plan correspond dans l'espace à 3 dimensions la géométrie des *feuillets* (ensemble d'un point M, d'une droite dirigée D passant par M, et d'un plan P passant par M et par D, et dont les faces sont différenciées par les signes + et —). Les systèmes de feuillets sont analogues aux systèmes de droites, donc la géométrie des feuillets est analogue à la géométrie réglée, avec cette différence qu'un feuillet dépend de 6 coordonnées, tandis qu'une droite ne dépend que de 4 coordonnées [1].

Si l'on affecte un feuillet MDP d'un coefficient numérique a on obtient un *feuillet coté*. D'autre part une droite affectée d'un coefficient numérique *(droite cotée)* n'est pas autre chose, au point de vue géométrique, que l'élément appelé par R.-S. Ball : une *vis (screw)*. Donc les systèmes de feuillets cotés sont analogues aux systèmes de vis de Ball. On trouve en effet que le système *linéaire* de feuillets cotés ∞^1 est complètement déterminé par 2 feuillets cotés ; le système linéaire ∞^2, par 3 feuillets cotés ; le système linéaire ∞^3, par 4 feuillets cotés, etc.

C'est ce système linéaire (∞^3) de feuillets cotés qui représentera le mouvement le plus général d'un fluide dans l'espace (à un moment donné), car ce système remplit tout l'espace de telle façon qu'en un point quelconque se trouve un feuillet et un seul, lequel feuillet définit le mouvement de la molécule fluide située en ce point.

b) Continuité et discontinuité. — La continuité est une propriété essentielle et inhérente à la notion d'espace, de même que la dis-

[1] Voir *Exposé résumé de la géométrie des feuillets*, par R. de Saussure. Mémoires de la Soc. de Physique de Genève, Vol. 36.

continuité est inhérente à la notion de nombre. Les nombres sont des points isolés et ce n'est que par un procédé artificiel et purement intellectuel que l'on arrive à la notion du *continu mathématique*. Au contraire, dans le continu physique, tel que l'espace, ce qui est réel c'est la continuité et le *point* est une notion purement intellectuelle ne correspondant à aucune réalité. En d'autres termes : les nombres sont des points isolés sans pont pour les réunir, au contraire l'espace est un pont continu qui n'a pas d'extrémités. On ne doit donc pas définir (comme le fait par exemple M. Poincaré dans *La valeur de la science*) le continu physique comme on définit le continu mathématique, car cette définition suppose l'existence d'éléments, discernables ou indiscernables, qui n'existent pas dans l'espace. Ce qu'il faut définir dans le nombre, c'est la continuité théorique entre des points isolés que l'on rapproche toujours davantage ; au contraire, dans l'espace la continuité est la chose primitivement donnée, et ce qu'il faut définir, c'est l'existence théorique de points, lignes, surfaces, servant à limiter la continuité de l'espace.

Le nombre et l'espace sont deux entités inadéquates l'une à l'autre, car ce qui existe dans l'une, n'existe pas dans l'autre et réciproquement. Mais l'esprit humain est parvenu à les rendre adéquats artificiellement, en créant d'une part un pont continu entre les nombres, et d'autre part des points dans l'espace pour le limiter. Tel est le double artifice qui permet d'appliquer le nombre à l'espace.

12. — M. le Prof. F. Rudio (Zurich). *L'état actuel de la publication des œuvres de Leonhard Euler.* — Cinq volumes ont déjà paru. Trois autres sont sous presse. Le fait que le format des caractères définitivement choisis pour l'impression est plus grand que celui mis primitivement à la base des premiers calculs augmente considérablement le prix de revient de chaque volume et oblige à ne pas éditer des volumes contenant en moyenne plus de 60 feuilles, sans quoi toute l'entreprise risquerait d'être gravement atteinte. Une augmentation du nombre primitivement prévu des volumes ne peut donc être évitée.

L'énorme correspondance que l'Académie de St-Pétersbourg a libéralement mise à disposition et envoyée à Zurich promet une riche moisson de faits intéressants. L'examen en est confié à M. G. Eneström (Stockholm).

13. — M. le Prof. H. Fehr (Genève). *L'état des travaux de la Commission internationale de l'enseignement mathématique et de la sous-commission suisse.* — M. Fehr rend d'abord brièvement compte des séances que la Commission vient de tenir à Cambridge à l'occasion du 5me Congrès international des mathématiciens. En

Suisse les rapports entrepris par la sous-commission sont terminés depuis plus de six mois. Au nombre de douze ils forment un beau volume de plus de 750 pages et renferment un ensemble de documents fort précieux. Ces travaux ne constituent en réalité qu'une première étape. Il y aura lieu d'en tirer parti et d'examiner les progrès à réaliser dans l'enseignement aux divers degrés. La sous-commission vient d'étudier un certain nombre de propositions de réformes qu'elle transmettra aux autorités. En outre elle a établi une série de questions qu'il serait utile de mettre en discussion dans les conférences scolaires et les sociétés de professeurs.

Pour ce qui concerne plus particulièrement l'enseignement supérieur, la sous-commission estime que le nombre des chaires ordinaires de mathématiques est insuffisant dans toutes les universités suisses. Il est désirable que chaque université possède au moins trois chaires[1] de mathématiques pures, une chaire d'astronomie, une chaire de mécanique et une chaire de physique mathématique. En outre, il y a lieu de développer non seulement les séminaires consacrés aux recherches, mais de créer ou de compléter les séminaires destinés plus spécialement à la préparation des professeurs de mathématiques.

Association britannique pour l'avancement des Sciences.

L'Association britannique pour l'avancement des Sciences a tenu sa 82e réunion annuelle à *Dundee*, en Ecosse, du 4 au 11 septembre, sous la présidence de M. le professeur E.-A. Schäfer. Les travaux ont été répartis sur 12 sections. La section A, comprenant les mathématiques et la physique, a été présidée par M. H.-L. Callandar. Les communications suivantes ont été présentées à cette section.

H.-L. Callandar : « The natur of heat ». — E. Rutherford and H. Robinson : « The heating effect of radium emanation and its products ». — R.-A. Millikan : « On the discharge of ultraviolet light of high-speed electrons ». — M.-A. Gérardin : « Sur une nouvelle machine algébrique ». — A. Cunningham : *a)* « On Mersenne's numbers » ; *b)* « On arithmetic factors of the Pellian terms ». — F.-A. Lindemann : « Atomic heat of solids ». — P.-A. MacMahon : « The Algebric numbers derived from the permutations of any assemblage of objects ». — E.-H. Moore : « A mode of composition of positive quadratic forms ». — J.-C. Fields :

[1] I, calcul différentiel et intégral ; analyse supérieure. — II, Algèbre supérieure, théorie des nombres ; calculs des probabilités. — III, géométrie analytique ; géométrie descriptive ; géométrie supérieure.