

COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **15 (1913)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

<http://www.e-periodica.ch>

COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Congrès de l'enseignement mathématique; Paris, 6-8 avril 1914.

TRAVAUX PRÉPARATOIRES

La Commission Internationale de l'Enseignement mathématique se réunira à Paris, du 6 au 8 avril 1914, en un Congrès qui aura principalement pour objet l'étude des deux questions suivantes concernant, l'une l'enseignement moyen, l'autre l'enseignement supérieur.

A. — *Les résultats obtenus dans l'introduction du Calcul différentiel et intégral dans les classes supérieures de l'enseignement moyen.* Conférences et discussions. Rapporteur général : M. le Prof. E. BEKE (Budapest).

Sans parler ici des essais antérieurs ou des tentatives isolées, nous rappelons que ces notions ont été introduites officiellement dans les programmes français des Lycées, en 1902, sous le titre de « *calcul des dérivées et des fonctions primitives* ». Le mouvement s'est ensuite propagé dans d'autres pays. En raison de l'importance de la question, le Comité central a estimé, qu'après une expérience de plus de dix ans, il convenait d'examiner les méthodes suivies et les résultats obtenus dans les divers pays.

La discussion sera basée sur un rapport général qui va être rédigé par M. le professeur E. BEKE (Budapest), avec le concours d'une sous-commission comprenant des représentants des principaux pays. Les renseignements nécessaires seront réunis à l'aide d'un questionnaire, dont on trouvera ci-après le texte dans les quatre langues adoptées par les Congrès internationaux de mathématiciens.

B. — La seconde question donnera un aperçu *de la place et du rôle des mathématiques dans l'enseignement technique supérieur*. Rapporteur général : M. le Prof. P. STAECKEL.

Le questionnaire ci-dessous donne dès maintenant une idée du plan général de la discussion. Le rapport sera établi par M. le Prof. P. STAECKEL (Heidelberg), qui a enseigné successivement dans les Ecoles techniques supérieures de Hanovre et de Carlsruhe. Comme pour la question A, une sous-commission fournira au rapporteur les renseignements concernant les principaux pays.

Il va sans dire qu'il n'était pas possible d'élaborer un questionnaire s'adaptant exactement aux établissements des divers pays. Chaque délégation prendra dans ces deux questionnaires ce qu'elle juge utile, en le rédigeant éventuellement à nouveau suivant l'organisation locale.

Le programme général du Congrès de Paris, ainsi que les deux questionnaires ont été arrêtés par le Comité central dans une réunion tenue à Heidelberg du 21 au 23 juillet 1913 et à laquelle assistaient en outre les rapporteurs, MM. BEKE et STAECKEL, et M. C. BOURLET, qui avait bien voulu accepter de se charger de l'organisation matérielle du Congrès.

Un accident tragique vient de nous priver de notre éminent collègue français. M. Carlo BOURLET a succombé, le 12 août, à Annecy, aux suites d'un accident. Sa mort sera vivement ressentie dans notre Commission, qui perd en lui l'un de ses membres les plus actifs et les plus distingués. Que MM. les membres de la Sous-Commission française reçoivent ici l'expression de notre profonde sympathie.

Par suite de la mort subite de M. Bourlet, les travaux préparatoires concernant l'organisation du Congrès subiront nécessairement quelque retard; le programme détaillé ne pourra être publié qu'à la fin de l'automne. Toutefois nous pouvons annoncer dès maintenant qu'en dehors des réunions préparatoires destinées aux membres de la Commission et des sous-commissions A et B, le programme prévoit :

1) *deux séances publiques* consacrées, l'une à l'objet A, l'autre à l'objet B;

2) *des séances de discussions* réservées aux membres du Congrès. Les conditions de l'inscription en qualité de congressiste seront annoncées dans le programme général.

Août 1913.

Pour le Comité central :

Le Président, F. KLEIN, Göttingue ;

Le Secrétaire-général, H. FEHR, Genève.

QUESTIONNAIRE A

Questionnaire pour la Sous-Commission A sur l'introduction des premières notions de Calcul différentiel et intégral dans les Ecoles moyennes.

Remarques préliminaires. — 1. Le Comité central pose ces questions de manière à être renseigné sur les matières et la méthode d'exposition de cet important chapitre du plan d'études de l'enseignement moyen. Il tient à rappeler à nouveau qu'il ne prend pas parti pour une tendance déterminée, mais qu'il se propose avant tout de mettre en lumière les divers points de vue et les résultats obtenus.

2. — Nous entendons par écoles moyennes les établissements de l'enseignement secondaire supérieur désignés sous les noms de lycées, gymnases classiques ou réaux, ou établissements similaires des divers pays. Il serait utile d'avoir aussi des renseignements sur ce qui se fait dans les écoles normales d'instituteurs, s'il y a lieu.

1. — *Dans quelle mesure a-t-on introduit les premiers éléments de Calcul différentiel et intégral dans les écoles moyennes de votre pays ?*

Nous désirons notamment être renseignés sur les points suivants :

a) Le Calcul différentiel est-il limité aux fonctions d'une variable ou considère-t-on aussi des fonctions de plusieurs variables ?

b) Quelles sont les fonctions auxquelles on applique le Calcul différentiel ?

c) Fait-on du Calcul intégral ? si oui, suivant quel programme ?

d) Expose-t-on le théorème de Taylor ?

e) Résout-on des équations différentielles simples ? Lesquelles ?

II. — *Quel est le degré de rigueur dont on fait usage dans l'introduction des concepts fondamentaux et dans les démonstrations ?*

a) Se contente-t-on d'une introduction géométrique au Calcul

différentiel, sans adopter d'une façon expresse la notion de limite, ou utilise-t-on cette notion? Dans l'affirmative, est-ce que l'on présente une démonstration rigoureuse, ou envisage-t-on comme évidents des théorèmes tels que celui-ci : $\lim \frac{1}{a} = \frac{1}{\lim a}$?

b) Fait-on usage des différentielles? Dans l'affirmative présente-t-on le Calcul différentiel comme une sorte de calcul approximatif, ou calcule-t-on avec des infiniment petits comme avec des grandeurs existant effectivement?

c) Dans le théorème de Taylor tient-on compte du reste, ou non?

d) Signale-t-on l'existence de fonctions non dérivables?

e) La notion de nombre irrationnel est-elle présentée sous une forme rigoureuse, ou se contente-t-on de parler seulement occasionnellement des nombres irrationnels, par exemple à l'occasion du calcul des racines?

III. — *Quelles sont les considérations méthodiques que l'on suit dans l'introduction au Calcul différentiel et intégral?*

a) Cette introduction est-elle déjà préparée dans les classes précédentes par une étude appropriée des fonctions simples et de leur représentation graphique, de manière que ces nouvelles matières ne constituent pas un supplément au programme, mais comme un chapitre qui se rattache étroitement à ce qui a déjà été vu.

b) Emploie-t-on la notation différentielle de Leibniz, ou bien les dérivées et les intégrales sont-elles désignées autrement?

c) Commence-t-on l'exposé par le Calcul différentiel ou par le Calcul intégral, ou étudie-t-on simultanément les deux?

d) L'intégrale est-elle présentée comme limite d'une somme (intégrale définie) ou comme fonction primitive (intégrale indéfinie)? Si l'on fait les deux, dans quel ordre et dans quel lien expose-t-on ces deux notions?

e) Fait-on usage d'un manuel? Quels sont les ouvrages caractéristiques dont on tient compte? (Indication complète du titre, de l'éditeur et de l'édition).

IV. — *Quelles sont les applications du Calcul différentiel et intégral que l'on donne dans ce premier enseignement?* Telles questions d'analyse, de géométrie ou de physique utilisant la notion de limite et qui, par leur importance, se trouvaient déjà partiellement ou entièrement introduites dans l'enseignement, sont-elles maintenant attachées directement à l'étude du Calcul différentiel et intégral, de manière à obtenir un exposé plus économique des matières à étudier?

Nous signalons notamment les points suivants :

a) La théorie des maxima et minima.

b) Si l'on étudie la série de Taylor, quelles sont les fonctions dont on fait le développement en série entière?

c) Au cas où l'on tient compte du reste dans la série de Taylor, fait-on usage des séries entières pour l'interpolation, l'extrapolation ou pour le Calcul des erreurs ?

d) Au cas où l'on étudie le Calcul intégral, applique-t-on celui-ci au calcul des aires (par exemple de la parabole, de l'ellipse) et au calcul des volumes ?

e) Pour quels concepts fondamentaux de la Mécanique, (vitesse, accélération, travail, moment d'inertie, etc.) fait-on usage du Calcul différentiel et intégral ?

f) De la même manière en Physique, en particulier pour l'optique (courbes enveloppes, etc) et en Électrodynamique (lignes de force, etc).

V. — *L'introduction du Calcul différentiel et intégral a-t-elle amené un allègement du plan d'études en supprimant d'autres théories ? Dans l'affirmative, de quelle manière ?*

VI. — *Quels sont les résultats obtenus par l'introduction du Calcul différentiel et intégral ? Est-elle reconnue comme une réforme nécessaire ? Dans quelle mesure rencontre-t-elle de l'approbation ou de l'opposition ? En particulier quelle est l'opinion des représentants des mathématiques et de la physique ?*

Si vous avez à signaler d'autres observations ou remarques concernant l'enseignement du Calcul différentiel et intégral, veuillez en faire mention dans votre réponse à cette place.

Quels sont les passages des rapports publiés par votre sous-commission concernant la question de l'enseignement du Calcul différentiel et intégral ?

N. B. — On est prié d'adresser les réponses à ce questionnaire, avant le 1^{er} décembre 1913, au Rapporteur général, M. le Professeur E. BEKE, Bimbó utcza, 26, Budapest, II. — Prière de n'écrire que d'un seul côté de la feuille.

Le rapport sera présenté au Congrès de Paris en août 1914.

Fragebogen für die Subkommission A betreffend die Einführung der Elemente der Differential- und Integralrechnung in die höheren Schulen.

Vorbemerkungen. 1. — Das Zentralkomitee stellt diese Fragen, darunter mehrere Grenzfragen, um im Einzelnen zu erfahren, welcher Stoff aus der Diff. und Integralrechnung durchgenommen und in welcher Weise bei der Behandlung dieses neuen, für die mathematische Reform wichtigsten Gegenstandes verfahren wird. Das Zentralkomitee will nicht unterlassen, wiederholt zu erklären, dass es selbst nicht einen bestimmten Standpunkt bei diesen Fragen zu vertreten hat, sondern nur die wirklich vorliegenden Verhältnisse klar zu stellen wünscht.

2. — Unter höheren Schulen verstehen wir zunächst die Gymnasien, Realgymnasien, Realschulen, Lyzeen und ähnlichen Schulen der verschiedenen Länder. Es ist auch erwünscht, über Seminare für Volksschullehrer (Ecoles normales primaires) etwaige Auskunft zu bekommen.

I. — *In welchem Umfange hat man Differential- und Integralrechnung in dem Lande, über das Sie berichten, in die höheren Schulen eingeführt?*

Es ist jeweilig anzugeben, in welchen Arten von höheren Schulen (gymnasiale, reale) die genannten Gebiete betrieben werden; und zwar, ob nach amtlichem Lehrplan oder in der Weise, dass es dem Lehrer anheimgestellt bleibt (in diesem letzteren Falle ist Angabe des ungefähren Prozentsatzes der Schulen, in denen die Infinitesimalrechnung betrieben wird, erwünscht). Werden alle Schüler in diesen Gebieten unterrichtet oder nur einige irgendwie ausgewählte Schüler?

Insbesondere sind die Fragen zu beantworten:

a) Begnügt man sich in der Differentialrechnung mit Funktionen einer Variablen oder werden auch Funktionen mehrerer Variablen behandelt?

b) Auf welche Funktionen wird die Differentialrechnung angewandt?

c) Wird Integralrechnung getrieben? Wenn ja, in welchem Umfange?

d) Wird der Taylorsche Satz behandelt?

e) Werden einfache Differentialgleichungen gelöst? Welche?

II. — *Welcher Grad von Strenge wird bei der Einführung und Behandlung der Begriffe erstrebt?*

a) Begnügt man sich mit einer geometrischen Einführung in die Differentialrechnung, ohne den Grenzbegriff ausdrücklich zu benutzen, oder wird der Grenzbegriff benutzt? Wenn ja, wird eine strenge Beweisführung versucht, oder nimmt man Sätze wie $\lim \frac{1}{a} = \frac{1}{\lim a}$ als selbstverständlich an?

b) Werden Differentiale benutzt? Wenn ja, wird die Differentialrechnung ohne strenge Ableitung im einzelnen als eine Art Approximationsrechnung behandelt oder wird mit unendlich kleinen Grössen in methaphysischer Weise wie mit wirklich existierenden Grössen gerechnet?

c) Wird beim Taylorschen Satz das Restglied berücksichtigt oder nicht?

d) Wird darauf hingewiesen, dass es auch nicht differenzierbare Funktionen gibt?

e) Wird eine strenge Einführung in den Begriff der Irrationalzahl gegeben oder begnügt man sich damit, bei Gelegenheit (Wurzelrechnung) von irrationalen Zahlen zu sprechen?

III. — *Welche methodische Gesichtspunkte werden bei der Einführung der Differential- und Integralrechnung befolgt?*

a) Wird der Einführung durch eine geeignete Lehre der Funktionen und der graphischen Darstellungen schon in mittleren Klassen vorgearbeitet, so dass der neue Stoff nicht als eine Ergänzung dem bisherigen Lehrstoff angefügt, sondern in den früheren Lehrstoff eingearbeitet wird?

b) Werden die Leibnizschen Symbole benutzt, oder werden die Differentialquotienten und Integrale in irgend einer Weise umschrieben und wie?

c) Was wird zuerst behandelt, Differentialrechnung oder Integralrechnung, oder werden beide gleichzeitig gebracht?

d) Wird das Integral als Grenze einer Summe (bestimmtes Integral) oder als primitive Funktion (unbestimmtes Integral) eingeführt, und wenn beides, in welcher Reihenfolge und in welchem Zusammenhang miteinander?

e) Wird ein Lehrbuch beim Unterricht in der Differential- und Integralrechnung benutzt? Welches sind die charakteristischen Lehrbücher, die hier in Betracht kommen? (Genau Angabe von Titel, Verlag und Auflage!)

IV. — *Welchen Geltungsbereich gibt man der Differential- und Integralrechnung?* Werden solche Fragen der Analysis, der Geometrie oder der Physik, die den Grenzbegriff benutzen, und die wegen ihrer Wichtigkeit schon immer, oder doch vielfach, dem Schulunterricht eingefügt waren, jetzt an die zusammenhängende Lehre der Differential- und Integralrechnung angeschlossen, sodass damit eine ökonomischere Behandlung des bisherigen Lehrstoffes herbeigeführt wird? Insbesondere:

a) Die Lehre von den Maximis und Minimis?

b) Im Falle, dass die Taylorsche Reihe behandelt wird, welche Funktionen werden in Potenzreihen entwickelt?

c) Im Falle, dass die Taylorsche Reihe mit Restglied behandelt wird, werden die Potenzreihen zur Inter- und Extrapolation und zur Fehlerrechnung benutzt?

d) Im Falle, dass die Integralrechnung behandelt wird, wird sie zur Flächenberechnung (z. B. der Parabel, Ellipse) und zur Inhaltsberechnung benutzt?

e) Bei welchen Grundbegriffen der Mechanik (Geschwindigkeit, Beschleunigung, Arbeit, Trägheitsmoment u. s. f.) wird die Differential- und Integralrechnung benutzt?

f) Entsprechend für die Physik, also für die Optik (Umhüllungskurven u. s. f.), für die Elektrodynamik (Kraftlinien u. s. f.)

V. — *Ist bei der Einführung der Differential- und Integralrechnung in den Unterricht eine Entlastung des Lehrstoffes von anderen Stoffen eingetreten? Wenn ja, von welchen?*

VI. — *Welches sind die Ergebnisse der Einführung der Differen-*

tial und Integralrechnung? Empfindet man sie als einen entschiedenen Fortschritt? In welchem Masse findet sie Zustimmung und Widerspruch im allgemeinen? Wie im besonderen stellen sich die Vertreter der Mathematik und auch der Physik in dieser Hinsicht?

Sollten Sie noch von anderen eigenartigen und befolgenswerten Einzelheiten des Unterrichtsganges in der Differential- und Integralrechnung Kenntnis haben, so wird ersucht, solche in Ihrem Referate zu erwähnen.

An welchen Stellen der IMUK-Abhandlungen Ihres Landes findet man zusammenhängende Ausführungen über die Frage der Differential- und Integralrechnung?

N. B. — Man bittet dringend, die Antwort auf den Fragebogen bis spätestens zum 1. Dezember 1913 an den Haupt-Berichterstatter Herrn Prof. Dr. E. BEKE, Bimbó utca, 26, Budapest II, zu senden. — Es wird gebeten, bei den Antworten nur eine Seite der Bogen zu beschreiben.

Der Bericht wird im April 1914 zu Paris erstattet werden.

**Questions proposed by the Sub-Commission A,
with regard to the position now occupied by the Elements
of Differential & Integral Calculus in the programmes
of Public & Secondary Schools.**

Note 1. — The object of the Central Committee in formulating these inquiries has been solely that of acquiring information. The Committee does not itself take up any definite standpoint in the matter as to how far the teaching of the subject in the schools is desirable.

2. — By the term « Public & Secondary Schools » is to be understood those Day & Boarding Schools which correspond to the French Lycées & the German Gymnasia and Real-Gymnasia. Information is however also desired, whenever possible, with regard to what is being done in the Teachers' Training Colleges. The particular type or types of school in the district considered should always be mentioned, & it should be stated whether the Calculus is part of the official curriculum, or included, or not, at the option of the individual teacher. The percentage of schools in which the Calculus is taught should also be given. It should also be mentioned whether all the pupils are taught the subject, or only some of the more advanced ones.

I. — *How much of the Differential & Integral Calculus is taught in the Schools of the country under observation?*

In particular.

a) Is the Differential Calculus applied only to functions of a single variable, or are functions of several variables also treated?

b) To what specific functions is the Differential Calculus applied?

c) Is the Integral Calculus studied? If so, within what limits?

d) Is Taylor's Theorem discussed?

e) Are simple Differential Equations solved? If so, what?

II. — *How far is the treatment of the subject rigid, both as to the mode in which the fundamental concepts are introduced, & as to the demonstrations employed?*

a) Is it considered sufficient to introduce the notions of the Differential Calculus geometrically, without expressly using the idea of a limit, or is this idea explicitly employed? In the latter case, is there an attempt at a rigid presentation of the subject, or are theorems like $\text{Lt. } \frac{1}{a} = \frac{1}{\text{Lt. } a}$ taken for granted?

b) Are differentials used? If so, is the Differential Calculus employed as a sort of calculus of approximations, or are infinitely small quantities treated as if they were small quantities which really exist?

c) In Taylor's Theorem is the remainder considered, or not?

d) Is attention called to the fact that there are non-differentiable functions?

e) Is the idea of an irrational number logically & systematically introduced, or is it considered sufficient to speak incidentally of irrational numbers, for instance in the extraction of square roots?

III. — *How is the pupil introduced to the ideas of the Differential & Integral Calculus?*

a) Does he receive a preliminary training in the lower classes of the school, based on the study of appropriate simple functions & their graphs, so that the new matter appears to arise naturally out of the subjects already studied & not to constitute a supplementary course?

b) Is Leibniz's notation employed? If not, what symbols are used for the differential coefficient & integral?

c) Which is considered first, the Differential or the Integral Calculus, or are they taught simultaneously?

d) Is the integral introduced as the limit of a summation (definite integral), or as primitive function (inverse differential coefficient)? If in both senses, in what order & in what connection with one another are the two points of view considered?

e) Is a text-book used? If so, the exact title, publisher & edition should be quoted.

IV. — *What applications of the Differential & Integral Calculus are considered?*

What questions of analysis (Higher Algebra & Trigonometry),

geometry or physics involving the idea of a limit, otherwise wholly or partially present in the programmes of the schools are utilised to illustrate & explain the Differential & Integral Calculus, so that there may be an economy in the treatment of the subjects studied?

In particular

- a) Is the Calculus applied to the theory of maxima & minima?
- b) When Taylor's Theorem is considered, what are the functions whose developments in power series are obtained by means of it.
- c) In the cases where the remainder form of Taylor's Theorem is discussed, are power series used for purposes of interpolation, extrapolation & the calculation of errors?
- d) When the Integral Calculus is taught, is it applied to the calculation of areas (in the cases, for instance, of the parabola & ellipse), & of volumes?
- e) In connection with what fundamental concepts of Mechanics (velocity, acceleration, work, moment of inertia, etc.) is use made of the Differential & Integral Calculus?
- f) The corresponding questions for Physics, & in particular for Optics (curves envelopes, etc.) & for Electrodynamics (lines of force, etc.) should be answered.

V. — *Has the introduction of the Differential & Integral Calculus been at the expense of other branches of study? If so, of which?*

VI. — *What has been the result of the recent introduction of the Differential & Integral Calculus into the school programmes? Is the introduction felt to have been an inevitable advance? How far has it found support, or the contrary? In particular what is the attitude of mathematicians & physicists towards the innovation?*

Should any other details of interest concerning the teaching of the Differential & Integral Calculus have come to the knowledge of the observer, it is requested that they may be chronicled at this stage of the report.

A list should also be made of the passages in the reports published by the sub-commission in the country in question which relate to the teaching of the Differential & Integral Calculus.

N. B. — Answers to these questions are requested to be sent before December 1st, 1913, to the Reporter-in-Chief, Professor Dr. E. BEKE, Bimbó utcza, 26, Budapest II. — Please only write on one side of the paper.

The Report is to be presented in April 1914 at Paris.

**Questionario per la Sottocommissione A
concernente la introduzione degli elementi del calcolo differenziale
e integrale nelle scuole medie.**

Osservazione preliminare. — 1. Il Comitato Centrale propone le questioni seguenti. Il Comitato insiste nel dichiarare che esso non ha da sostenere una determinata tesi in proposito, ma desidera solo di porre in luce le questioni che effettivamente si presentano.

2. Per scuole medie intendiamo i licei classici e moderni, gli Istituti tecnici, e simili scuole. Si desidera qualche notizia anche sulle scuole normali.

I. — *Entro quali limiti viene introdotto l'insegnamento del calcolo differenziale e integrale nelle scuole medie del paese intorno al quale Ella riferisce?*

Si dichiarerà in quali scuole medie venga impartito l'insegnamento suddetto; se per effetto di un programma ufficiale, o per iniziativa lasciata all'insegnante; (in quest'ultimo caso si desidera la percentuale delle scuole dove il calcolo infinitesimale viene insegnato). Vengono istruiti in questo argomento tutti gli allievi, o solo una parte di essi?

Questioni particolari:

a) L'insegnamento del calcolo differenziale è limitato alle funzioni di una sola variabile, o sono anche considerate funzioni di più variabili?

b) A quali funzioni viene applicato il calcolo differenziale?

c) È trattato il calcolo integrale? In caso affermativo, entro quali limiti?

d) Si espone il teorema di Taylor?

e) Vengono integrate semplici equazioni differenziali? Quali?

II. — *Qual grado di rigore è adottato nella introduzione e nella trattazione dei vari concetti?*

a) Si limita l'insegnante a introdurre il calcolo differenziale con considerazioni geometriche, senza adoperare espressamente il concetto di limite, o viene adoperato quest'ultimo concetto? In caso affermativo, si danno dimostrazioni rigorose, o si riguardano evidenti teoremi come questo: $\lim \frac{1}{a} = \frac{1}{\lim a}$?

b) Si adoperano i differenziali? In caso affermativo, viene trattato il calcolo differenziale come una specie di calcolo di approssimazione, senza giustificazione rigorosa dei particolari, o si opera sugli infinitesimi come su grandezze effettivamente esistenti?

c) È messo in evidenza il resto nello sviluppo di Taylor, oppure no?

d) Vien rilevato che esistono funzioni non derivabili?

e) È introdotto in forma rigorosa il concetto del numero irrazionale, o l'insegnante si limita a parlare di irrazionali quando l'occasione si presenta (estrazione di radice)?

III. — *Quale metodo vien seguito nella introduzione del calcolo differenziale e integrale?*

a) La introduzione è preceduta nelle classi inferiori da uno studio appropriata delle funzioni e della rappresentazione grafica, in guisa che i nuovi argomenti appariscano, non come una sovrapposizione al programma già svolto, ma come una continuazione di questo?

b) Sono adoperati i simboli di Leibniz, o le derivate e gli integrali vengono designati altrimenti, e come?

c) Viene trattato prima il calcolo differenziale o l'integrale? oppure sono svolti contemporaneamente?

d) L'integrale è introdotto come limite di una somma (integrale definito), o come funzione primitiva (integrale indefinito)? e se si parla dell'uno e dell'altro, in quale ordine e con quale connessione si considerano?

e) È usato un libro di testo per lo studio del calcolo differenziale e integrale? Quali trattati vengono adottati? (indicazione esatta dell'autore, del titolo, e dell'editore).

IV. — *Quali applicazioni si fanno del calcolo differenziale e integrale?* Quelle questioni di analisi, di geometria o di fisica, ove comparisce il concetto di limite, e che per la loro importanza appartenevano già costantemente o frequentemente al programma scolastico, vengono ora connesse colle teorie affini del calcolo differenziale e integrale, in guisa da ottenere una trattazione più economica della materia studiata? In particolare:

a) La teoria dei massimi e minimi?

b) Nel caso che si tratti la serie di Taylor, quali funzioni vengono sviluppate in serie?

c) Nel caso che si introduca il resto nello sviluppo di Taylor, sono adoperate le serie di potenze nella interpolazione od estrapolazione, o per il calcolo degli errori?

d) Nel caso che sia trattato il calcolo integrale, viene esso applicato al calcolo di aree (ad es., parabola, ellisse) e al calcolo di volumi?

e) Per quali concetti fondamentali della meccanica (velocità, accelerazione, lavoro, momento di inerzia, ecc.) è adoperato il calcolo differenziale?

f) Analoga domanda per la Fisica, in particolare per l'Ottica (curve involuppo, ecc.), per l'Elettrodinamica (linee di forza, ecc.).

V. — *Colla introduzione del calcolo differenziale e integrale*

nell'insegnamento, fu possibile alleggerire il programma, sopprimendo altre teorie? se sì, quali?

VI. — *Quali risultati si ebbero dall'introduzione del calcolo differenziale e integrale? Viene questa riconosciuta come un necessario progresso? In qual misura trova essa consenso od opposizione? Quale opinione hanno in proposito i cultori di matematica e di fisica?*

Il relatore, che avesse da segnalare altre particolarità importanti relative all'insegnamento del calcolo differenziale e integrale, voglia parlarne nel suo rapporto. Voglia altresì indicare in qual posto delle relazioni della Commissione Internazionale dell'Insegnamento Matematico del proprio paese si trovino notizie sopra la questione del calcolo differenziale e integrale.

N. B. — Si prega di scrivere sopra una faccia del foglio e di inviare le risposte al presente questionario, non più tardi del primo dicembre 1913, al Sig. Prof. D^r E. BEKE, Bimbó utcza, 26, Budapest, II.

QUESTIONNAIRE B

Questionnaire pour la Sous-commission B au sujet de la formation mathématique des Ingénieurs.

I. *Généralités.* — Comment la formation en vue d'une carrière d'Ingénieur est-elle organisée dans l'Enseignement supérieur? — L'entrée aux Ecoles supérieures est-elle précédée d'un enseignement particulier, comme les Mathématiques spéciales en France? — Existe-t-il des établissements particuliers (écoles techniques supérieures) pour l'instruction des élèves-ingénieurs, ou n'y a-t-il, dans ce but, que des subdivisions spéciales dans les Universités, ou bien les deux modes existent-ils simultanément? — Une partie de la formation, en particulier la formation mathématique est-elle commune avec d'autres étudiants, par exemple avec les étudiants en Mathématiques ou en Sciences naturelles?

II. *Nature de l'Enseignement.* — L'enseignement mathématique vise-t-il une formation générale et est-il identique pour les étudiants des diverses branches techniques, ou bien y a-t-il une séparation suivant les diverses branches et en même temps une adaptation de l'enseignement aux besoins particuliers de chaque catégorie?

III. *Scolarité.* — Combien de temps accorde-t-on à l'instruction mathématique des élèves-ingénieurs? — Existe-t-il des cours et travaux pratiques, bien définis par un programme détaillé, dont la fréquentation est obligatoire et contrôlée, ou bien l'enseignement

a-t-il pour base une liberté universitaire qui, dans certaines limites, laisse aux professeurs le choix des matières et des méthodes, aux élèves le choix des cours et la participation effective à l'enseignement? — Comment traite-t-on les exercices mathématiques?

IV. *Matières et méthodes.* — Jusqu'où pousse-t-on l'enseignement des mathématiques aux élèves-ingénieurs? (Dans quelles limites, par exemple, traite-t-on des équations différentielles?) — Jusqu'à quel point pousse-t-on la rigueur dans les définitions et les démonstrations? — Emploie-t-on des modèles et des appareils pour l'enseignement? — Les nouvelles méthodes d'approximation sont-elles prises en considération? — La formation des étudiants est-elle complétée, pour certaines catégories, par exemple pour les électriciens, par des cours spéciaux de Mathématiques supérieures? — La Géométrie analytique et l'Analyse supérieure sont-elles traitées séparément ou bien réunies en un grand cours unique qui embrasse tout le Calcul dans les Mathématiques supérieures? — Quelles sont la place et l'importance des méthodes graphiques dans l'enseignement mathématique? — Quel est le développement donné à l'enseignement de la Géométrie descriptive? — Y a-t-il un cours particulier de Mécanique analytique, ou bien la Mécanique est-elle enseignée aux élèves-ingénieurs sous forme de Mécanique appliquée? — Quels sont les rapports de l'Arpentage et de la Géodésie avec les Mathématiques?

V. *Livres.* — Quels sont les ouvrages d'enseignement en usage parmi les étudiants? (Caractériser les ouvrages suivant les points de vue indiqués à la question II.)

VI. *Corps enseignant.* — Les maîtres qui enseignent les mathématiques sont-ils mathématiciens de carrière? — Sont-ce des mathématiciens purs ou des mathématiciens ayant des connaissances dans une ou plusieurs branches de la Science appliquée? — Sont-ce des ingénieurs autodidactes qui, ne possédant que les connaissances mathématiques qu'ils ont reçues comme étudiants, ont complété eux-mêmes leur instruction?

VII. *Compléments.* — Au cas où vous jugeriez utile d'ajouter des remarques relatives à des sujets qui n'ont pas été signalés dans ce questionnaire, nous vous prions de les placer dans un septième paragraphe. — Veuillez également signaler, dans les publications de votre pays pour la Commission Internationale de l'Enseignement mathématique, tous les articles qui ont trait à l'instruction mathématique des élèves-ingénieurs.

VIII. *Statistique.* — Prière de joindre, aux réponses à ce questionnaire, une liste des cours de Mathématiques pour les élèves-ingénieurs qui ont eu lieu dans les principaux établissements de votre pays pendant l'année dernière. (Nom du cours, nombre des heures du cours proprement dit ainsi que des travaux pratiques.)

N. B. — On est prié d'adresser la réponse à ce questionnaire avant le 1^{er} décembre 1913, au Rapporteur général, M. le Professeur STÄCKEL, *Scheffelstr. 7, Heidelberg (Allemagne)*. — Prière de n'écrire que d'un seul côté de la feuille

Le rapport de la Sous-Commission B sera donné au Congrès à Paris en avril 1914.

Fragebogen für die Subkommission B betreffend mathematische Ausbildung der Ingenieure.

I. *Allgemeines.* — Wie ist die Ausbildung für die höheren technischen Berufe in das höhere Unterrichtswesen eingegliedert? — Geht dem Besuch der Hochschule ein besonderer Unterrichtsgang voraus, wie die « Mathématiques spéciales » in Frankreich? — Sind besondere Anstalten (technische Hochschulen) für die Studierenden der Technik vorhanden, oder nur besondere Abteilungen an Universitäten, oder beides zugleich? — Erfolgt ein Teil der Ausbildung, im besonderen der mathematischen Ausbildung, gemeinsam mit anderen Studierenden, etwa der Mathematik oder der Naturwissenschaften?

II. *Zweck und Ziel des Unterrichts.* — Bezweckt der mathematische Unterricht eine allgemeine mathematische Ausbildung und hat für die Studierenden der verschiedenen technischen Fächer dieselbe Gestalt, oder findet eine Trennung nach Fachrichtungen und zugleich eine Anpassung des Unterrichts an die besonderen Bedürfnisse der einzelnen Fachrichtungen statt?

III. *Art des Unterrichts.* — Wieviel Zeit ist dem mathematischen Unterricht der Ingenieure zugemessen? — Sind bestimmte mathematische Vorlesungen und Uebungen auf Grund eines ausführlichen Programms vorgeschrieben, deren regelmässiger Besuch gefordert und kontrolliert wird, oder gilt der Grundsatz der akademischen Freiheit, der in gewissen Grenzen den Professoren die Wahl und die Behandlungsweise des Stoffes, den Studierenden die Wahl der Vorlesungen und die wirkliche Teilnahme am Unterricht anheimstellt? — In welcher Weise werden die mathematischen Uebungen betrieben?

IV. *Stoff Methode und Ausdehnung des Unterrichts.* — Wie weit wird der mathematische Unterricht der Ingenieure geführt? (In welchem Umfange werden zum Beispiel Differentialgleichungen behandelt?) — Welche Forderungen stellt man an die Strenge bei der Begriffsbildung und Beweisführung? — Werden Modelle und Apparate für den Unterricht benutzt? — Finden die neueren Näherungsmethoden Berücksichtigung? — Wird die Ausbildung bei einzelnen Fächern, etwa der Elektrotechnik, durch besondere höhere Vorlesungen ergänzt? — Werden die analytische Geo-

metrie und die höhere Analysis als getrennte Fächer behandelt oder beide zu einer grossen einheitlichen Vorlesung zusammengefasst, die den gesamten rechnenden Teil der höheren Mathematik umfasst? — Welche Stellung nehmen im Unterricht die graphischen Methoden ein? — In welchem Umfange wird darstellende Geometrie gelehrt? — Gibt es besondere Vorlesungen über analytische Mechanik, oder wird die Mechanik nur von Ingenieuren als angewandte Mechanik vorgetragen? — Welche Beziehungen hat die niedere und höhere Geodäsie zur Mathematik?

V. *Lehrbücher.* — Welche Lehrbücher werden von den Studierenden benutzt? (Charakterisierung der Lehrbücher nach den in der Frage II dargelegten Gesichtspunkten.)

VI. *Lehrkörper.* — Sind die Dozenten der Mathematik Mathematiker von Fach? — Sind sie Mathematiker der abstrakten Richtung oder Mathematiker mit Erfahrungen auf einem oder mehreren Gebieten der Anwendungen? — Sind es Ingenieure, die ein besonderes Studium der Mathematik durchgemacht haben, oder Ingenieure, die lediglich mit den mathematischen Kenntnissen aus der eigenen Studienzeit ausgerüstet auf autodidaktische Weiterbildung angewiesen sind?

VII. *Weitere Auskunft.* — Sollten Sie Bemerkungen für nützlich halten, die in diesem Fragebogen nicht erwähnte Gegenstände betreffen, so werden Sie ersucht, diese unter Nummer VII vorzubringen. — An welchen Stellen der IMUK-Abhandlungen Ihres Landes findet man Ausführungen, die mit dem mathematischen Unterricht der Ingenieure in Beziehung stehen?

VIII. *Verzeichnis der mathematischen Vorlesungen.* — Es wird gebeten, dem Bericht ein Verzeichnis der mathematischen Vorlesungen für Ingenieure (Titel der Vorlesung, Anzahl der Stunden, Anzahl der zugehörigen Uebungsstunden) hinzuzufügen, die während des letzten Jahres an den hauptsächlichen Hochschulen gehalten worden sind.

Man bittet dringend, die Antwort auf den Fragebogen bis spätestens zum 1. Dezember 1913 an den Haupt-Berichterstatter Herrn Prof. Dr. P. STÄCKEL, Heidelberg, Scheffelstr. 7, zu senden.

Es wird gebeten, bei den Antworten nur eine Seite der Bogen zu beschreiben.

Der Bericht der Subkommission B wird im April 1914 zu Paris erstattet werden.

**The Mathematical Training of Engineers.
Inquiries on behalf of Subcommittee B, of the International
Commission on the Teaching of Mathematics.**

I. *General Inquiry.* — How is the training for technical professions organized in the higher educational institutions of your

country? — Does entrance to these institutions require the completion of a special course, as the class of *mathématiques spéciales* in France? — Are there special higher technical schools (*technische Hochschulen, écoles techniques supérieures*) for the training of students for advanced technical work, or is this training given in special departments of the universities, or are both plans followed? — Is a part of the training, in particular the training in mathematics, given in the same classes attended by students in other lines, for example in mathematics and the natural sciences?

II. *Purpose.* — Is general training in mathematics the purpose of the instruction in this science, and is it the same for all students in the various technical branches, or is there tendency to differentiate the courses according to the peculiar needs of students in special technical departments?

III. *Nature of the Teaching.* — How much time is allotted to the work in mathematics in the training of the engineer? — Are definite lectures and exercises in mathematics prescribed as part of a fixed course of study, regular attendance being required, or does there prevail a spirit of academic freedom which, within certain limits, allows the instructor to select his material and treat it as he may think best, and the student to arrange his own course and determine the extent of his participation in the work?

IV. *Material, Method and Extent.* — In the training of the engineer, how far is the instruction in mathematics carried? (For example, the work in differential equations). — What attention is paid to the question of rigour in the treatment of the subject? — Are models and apparatus used? — Is attention paid to the use of the modern methods of approximation? — In the training of students in special technical lines, such as electrotechnics, does the work close with special courses in higher mathematics? — Are analytical geometry and higher analysis treated as separate subjects, or are the two combined in a single extended and unified course, and does this course include the computations of higher mathematics? — What is the status of graphical methods in the course? — What is the status of descriptive geometry? — Are there special courses in analytical mechanics, or is the work in mechanics given by engineers as a part of the course in applied mechanics? — What are the relations of elementary and advanced geodesy to mathematics?

V. *Textbooks.* — What textbooks are in the hands of the students? (Characterise these books from the standpoint of Question II.)

VI. *The Teaching Body.* — Are the instructors in mathematics primarily mathematicians? — Are they devoted chiefly to pure mathematics, or are they interested principally in mathematics as

applied to one or more particular fields? — Are they engineers who have made a special study of mathematics, or are they self-taught engineers who, possessing only the knowledge of mathematics which they acquired as students, have carried on their further education independently?

VII. *Further Information.* — If there occur to you any points not covered in the above inquiry, which seem to you important to the investigation, kindly mention them under this heading (VII), giving such information as will be of assistance to the Committee. — The Committee would also like to have you add exact references to such parts of the report of the International Commission on the Teaching of Mathematics as relate to the mathematical training of engineers in your country.

VIII. *List of Courses.* — Please send a list of the courses in mathematics for engineers (title, number of hours of lectures, number of hours devoted to exercises) given in typical institutions in your country during the past year.

You are earnestly requested to send the reply to this Inquiry not later than December 1, 1913, to the Reporter-in-Chief Prof. P. STÄCKEL Scheffelstr. 7, Heidelberg. — Please only write on one side of the paper.

The report of Subcommittee B will be made at the Paris meeting, in April, 1914.

Quesiti proposti alla Sotto-Commissione B circa la preparazione matematica degli ingegneri.

I. *Generalità.* — Come è organizzato l'avviamento all'ingegneria nell'istruzione superiore? L'ammissione alle scuole superiori è preceduta da corsi speciali come quello di « Mathématiques spéciales » in Francia? — Esistono apposite istituzioni (politecnici) per l'istruzione degli allievi ingegneri, o vi sono soltanto sezioni delle Università, aventi questo fine? oppure coesistono i due sistemi? — Una parte della preparazione, quella matematica in particolare, è comune con altre categorie di studenti, per es., di matematica pura o di scienze?

II. *Natura dell'insegnamento.* — L'insegnamento matematico ha indirizzo di coltura generale ed è identico per gli studenti dei diversi rami della tecnica, o è tenuto distinto, onde potersi meglio adattare ai bisogni particolari di ciascun ramo?

III. *Ordine degli studi.* — Quanto tempo è dedicato alla preparazione matematica degli allievi-ingegneri? — Esistono corsi ed esercitazioni pratiche con programma ben definito, obbligatori per gli studenti, sotto controllo di prove finali o d'altre sanzioni, o vige invece il principio della libertà universitaria, lasciandosi

ai professori la formulazione dei programmi e la scelta dei metodi, agli allievi libertà nella scelta dei corsi e nella effettiva frequenza alle lezioni? — Come sono organizzate le esercitazioni matematiche?

IV. *Materie e metodi.* — Fino a qual punto arriva l'insegnamento delle matematiche destinato agli ingegneri? (per es., entro quali limiti è contenuta la trattazione delle equazioni differenziali?) — In che senso e in quale misura si intende il rigore nelle definizioni e nelle dimostrazioni? — Si fa uso di modelli e di apparecchi dimostrativi? — Trovano posto i nuovi metodi di approssimazione? — Sono istituiti corsi speciali di matematiche superiori a complemento della preparazione di certe categorie di studenti, per es., di quelli che si avviano all'elettrotecnica? — La geometria analitica e l'analisi sono impartite come insegnamenti separati o raccolte in un vasto e unico corso che abbraccia anche tutto il calcolo? — Quale è il posto e quale l'importanza dei metodi grafici nell'insegnamento matematico? — Quale lo sviluppo dato alla geometria descrittiva? — Esiste un corso specifico di meccanica analitica, ovvero la meccanica per gli allievi-ingegneri rimane inclusa in uno o più corsi di meccanica applicata? — Quali sono i rapporti della topografia e della geodesia colle matematiche?

V. *Libri.* — Quali sono i testi cui ricorrono gli studenti? (Caratterizzarli secondo i punti di vista indicati sub II).

VI. *Personale insegnante.* — Gli insegnanti di matematica sono dei matematici di professione? Matematici puri o competenti almeno in qualche ramo dell'indirizzo applicativo? Sono essi ingegneri che hanno anche fatto studi regolari di matematica, o ingegneri che hanno completato la loro coltura matematica per iniziativa personale, in base alle sole nozioni acquisite da studenti?

VII. *Complementi.* — Qualora Ella ritenga utile aggiungere qualche osservazione su argomenti non contemplati dal presente questionario, si compiaccia di farne cenno sub VII. Voglia ancora segnalare, fra le pubblicazioni (concernenti il Suo paese) della Commissione Internazionale per l'insegnamento matematico, tutti gli articoli che hanno attinenza alla preparazione matematica degli allievi-ingegneri.

VIII. *Statistica.* — Si prega di allegare alle risposte ai vari quesiti una lista dei corsi di matematica per gli allievi-ingegneri, tenuti (nel rispettivo stato) durante l'anno scolastico ultimo scorso. (Designazione del corso, numero delle ore settimanali così delle lezioni propriamente dette, come degli esercizi).

N. B. — Gli Autori sono pregati di scrivere sopra una faccia del foglio. — Si prega di rispondere *prima del primo dicembre 1913*, indirizzando al Relatore Generale, Prof. P. STÄCKEL, *Scheffelstr. 7, Heidelberg* (Germania).