Commission internationale de l'Enseignement mathématique.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **15 (1913)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

NOTES ET DOCUMENTS

Commission internationale de l'Enseignement mathématique.

Compte rendu des travaux des Sous-commissions nationales.

(11e article)

ALLEMAGNE

La géométrie dans l'enseignement élémentaire.

Stoff und Methode des Raumlehrunterrichts in Deutschland[1], *ein Literaturbericht von* Dr W. Lietzmann (Barmen). — Tous ceux qui liront le livre de M. Lietzmann admireront le talent avec lequel l'auteur développe d'une façon intéressante un sujet que l'on pourrait croire devoir être traité en quelques pages.

M. Lietzmann définit d'abord son sujet : « Nous entendons par étude de l'espace la géométrie élémentaire autant qu'elle se sert des méthodes d'observation et d'expérience, sans craindre d'introduire quelquefois certaines déductions logiques fort simples. »

Cette phrase est tout un programme de l'enseignement aux jeunes élèves, mon expérience personnelle m'invite à m'y rallier complètement.

Tous les temps ont connu des maîtres traitant de géométrie théorique comme Euclide et d'autres s'occupant surtout de ses applications depuis Héron jusqu'à Pestalozzi. — L'auteur nous fait l'exposé historique de cette double tendance — après quoi il montre la nécessité de bien définir les différentes expressions et dénominations employées et aussi celle d'apprendre aux enfants à les écrire correctement — il regrette le zèle avec lequel certains maîtres allemands ont remplacé des mots tels que ovale, pyramide, cylindre, par des expressions germaniques.

J'ai commencé mes études dans un gymnase lorrain, et mes maîtres, dont j'ai conservé le meilleur souvenir, étaient animés d'un patriotisme moins exclusif.

Dans le cinquième chapitre, nous apprenons le plan qui va présider aux onze derniers. L'auteur voudrait que l'enseignement de l'espace qui était livresque devienne un enseignement manuel, les élèves appliqueraient leur activité à décrire, à représenter, à mesurer et enfin à calculer.

Dans les jeux qui leur sont consacrés, les enfants peuvent déjà se familiariser avec les figures géométriques, puis les assemblages de bâtonnets,

[1] 1 fasc. in-8°, VIII - 88 p. ; 38 figures ; 2 M. 80 ; B. G. Teubner, Leipzig.

les boîtes de constructions, les combinaisons de cartons découpés (chapitre 8). Plus tard, lorsqu'ils seront en âge de comprendre, ils construiront eux-mêmes des cubes, des pyramides, on leur montrera l'usage du fil à plomb qui leur donnera le sens de directions perpendiculaires, directions obliques, etc. (chapitre 9).

Puis ils s'appliqueront à représenter des objets, d'abord des figures planes et ils se serviront de la règle et du compas ; plus tard on leur fera modeler des surfaces, des figures de l'espace « au moyen d'allumettes ou de cure-dents et de pois ramolins » (chapitre 10). On leur donnera des notions de perspective et ils seront en état de dessiner sur une feuille leurs modèles (chapitre 11).

On n'oubliera pas d'exercer les élèves aux mesures, ils devront savoir se servir du décamètre, savoir faire des visées, savoir évaluer des longueurs sur le terrain, et aussi faire des mesures millimétriques avec précision, et même toutes les fois qu'il sera possible on les familiarisera avec l'usage des instruments d'arpentage (chapitre 12).

Ils seront alors prêts à employer aussi les méthodes graphiques en usage pour mesurer des longueurs et des angles (chapitre 13).

Sachant mesurer des longueurs, ils pourront calculer des surfaces (chapitre 14) et des volumes (chapitre 15).

Tous ceux qui s'intéressent à la pédagogie liront avec plaisir le livre de M. Walther Lietzmann et lui sauront gré de l'avoir écrit.

A. Lévy (Paris).

Mathématiques et Philosophie.

Mathematik und philosophische Propädeutik[1], von Dr A. Wernicke (Braunschweig). — Cet ouvrage est remarquable par la richesse et la clarté de son exposé et témoigne d'une érudition sûre et bien informée, jointe à un sens très juste des problèmes philosophiques et pédagogiques. M. Wernicke commence par montrer comment est insuffisante dans l'enseignement de la philosophie la place qui est faite à la méthodologie scientifique. Les mathématiques en particulier sont sacrifiées. On ne met pas en lumière leur caractère propre en tant que science, ni le rôle capital qu'elles jouent dans la connaissance et la conquête de la nature. De grandes difficultés, il est vrai, surgissent lorsque l'on veut préciser ces questions, surtout lorsqu'il s'agit de fixer les rapports entre l'intuition et la pensée discursive, entre l'empirisme et les éléments dits à priori. Les philosophes et les mathématiciens, d'une façon générale, sont loin d'être d'accord sur les limites à établir entre leurs disciplines respectives.

La solution kantienne de ces problèmes que plusieurs penseurs considèrent, encore maintenant, comme définitive, ne répond plus à l'état actuel des mathématiques, car elle se heurte à tout un ensemble de découvertes nouvelles, comme les géométries non-euclidiennes.

M. Wernicke se trouve ainsi forcé d'aborder les plus graves questions philosophiques, telles que la nature des catégories et les rapports de la pensée discursive et de l'intuition. D'après lui toutefois la vraie solution du problème ne peut être entrevue qu'en étudiant sur le vif la façon dont pro-

[1] 1 vol. in-8°, 138 p.; 4 Mk.; B. G. Teubner, Leipzig.

cèdent les mathématiciens pour constituer leur science. On constate alors que dans l'élaboration des mathématiques une certaine expérimentation est nécessaire de même que dans les sciences physiques; seulement cette expérimentation porte non sur des objets matériels, mais sur des éléments psychiques. La déduction formelle n'intervient qu'après coup, et encore elle revêt un caractère spécial. Par conséquent, la logique formelle, même sous la forme de calcul logique, n'appartient pas au domaine des mathématiques (p. 69). Quant à l'objet même des mathématiques, il consiste essentiellement en une variété bien ordonnée, et les éléments qui constituent cette variété peuvent être explicités sous forme d'axiomes, de définitions, etc.

Après avoir traité ces difficiles questions, M, Wernicke indique comment elles peuvent être enseignées à l'école et de quelle façon. L'élève doit arriver à la conviction que les mathématiques représentent un système scientifique reposant sur des axiomes et que seules les mathématiques et les sciences qui en dépendent revêtent cette forme (p. 82). Les variétés forment partout l'objet propre des mathématiques et les opérations du calcul consistent à utiliser des rangées, des couples, des classes. De bonne heure, dans l'enseignement, des notions comme celles de la différentielle, du passage à la limite peuvent être introduites et cela d'une façon toute naturelle. Les mathématiques seront ensuite présentées à l'élève comme un moyen de connaître et de conquérir la nature; le professeur sera ainsi amené à passer en revue les éléments essentiels de toutes les sciences mathématiques depuis l'arithmétique jusqu'à la physique. Mais nous ne pouvons que signaler les pages substantielles consacrées par M. Wernicke à l'étude de ces questions.

Une bibliographie très complète, au moins en ce qui concerne les auteurs allemands, termine le volume.

Il est à souhaiter que les idées exprimées par M. Wernicke pénètrent peu à peu dans l'enseignement secondaire, car s'il est indispensable au philosophe de posséder une culture scientifique étendue, l'homme de science de son côté a besoin d'être initié à une philosophie compréhensive des problèmes qui se posent à l'heure actuelle. L'on affirme volontiers que les sciences doivent se développer d'une façon autonome et que dans ce développement la philosophie ne leur est d'aucun secours, si même elle ne leur est pas nuisible. L'histoire des mathématiques ne semble pas ratifier en tous points ce jugement. C'est certainement parce qu'il était philosophe que Descartes a compris toute l'importance des coordonnées que d'autres avaient employées avant ou en même temps que lui, et c'est en s'appuyant sur les principes de sa logique métaphysique que Leibniz est parvenu à donner aux notations différentielles la forme la mieux appropriée.

Arnold Reymond (Neuchâtel).

ILES BRITANNIQUES

N° 11. — Le premier enseignement de l'Arithmétique et de la Géométrie.

The Teaching of Mathematics to Young Children[1], by Miss Irene Stephens, Lecturer in Mathematics at the House of Education, Ambleside. — Si nous

[1] Fasc. de 19 p.; prix 1 1/2 d.; Wyman & Sons, Londres.

considérons l'éducation comme « une atmosphère, une discipline, une vie », nous voyons que l'enfant doit être éduqué dès sa plus tendre enfance. Mais, durant les premières années de son existence, cette éducation doit se faire par les moyens naturels, par son entourage, ses jeux, etc. L'enseignement scolaire proprement dit ne doit commencer qu'à l'âge de six ans accomplis.

Au début les leçons durent deux heures ou deux heures et demie chaque matin, avec une longue récréation. Vingt minutes par jour sont consacrées aux « nombres. » Durant les premières leçons on s'occupe successivement des nombres de 1 à 9 en les introduisant tout d'abord d'une façon concrète, à l'aide d'objets divers et d'exercices nombreux et variés, puis en opérant d'une façon abstraite. Les signes $+$, $-$ et $=$ sont ensuite expliqués et on les utilise à quelques petites opérations, pratiquées d'abord oralement puis par écrit. Au début cependant les exercices écrits devront se faire très rarement, le travail devant être presque exclusivement oral.

Le nombre 10 s'introduira tout d'abord comme les précédents, puis l'on s'arrêtera sur les notions d'unité et de dizaine. Le nombre 12 fournira l'occasion de nombreux exercices de conversion de pennies en shillings et sixpences et inversement et de petites opérations d'argent.

L'analyse des nombres de 1 à 100 fera l'objet de la première année. Les quatre règles et les tables se commencent dans la seconde année. Leur enseignement, tel qu'il se pratique aujourd'hui, n'a pas la prétention d'être original, il n'est qu'une modification des méthodes déjà existantes et est adopté par des manuels bien connus. En voici les principaux caractères :

1. L'analyse des nombres de 1 à 1000 est faite d'une manière très complète. Chaque nombre est envisagé sous tous ses aspects, et les applications sont nombreuses et variées (monnaies, poids et mesure, etc.).
2. Les quatre règles sont introduites dès le début, à l'aide de petits problèmes.
3. Tout un appareil, spécialement imaginé pour les besoins de l'instruction est à disposition.

Cet enseignement ainsi caractérisé présente cependant certains inconvénients de sorte que les modifications suivantes ont été adoptées :

1. On n'utilise pas l'appareil spécial cité plus haut ; car le jeune enfant aurait de la difficulté à séparer le fait qu'on tâche de lui inculquer de l'appareil compliqué qui sert à sa démonstration. Il est préférable d'utiliser à cet effet de simples objets tels que bâtons d'allumettes, boutons, etc.
2. Les exemples en usage, quoique intéressants, sont souvent beaucoup trop difficiles.
3. Il est préférable de renvoyer à plus tard l'étude des tables de poids et mesures de temps et de longueur.
4. Les signes $\times$ et $\neq$ (est contenu dans) ne sont pas introduits avant la table de la multiplication, et l'on évite d'employer des termes tels que soustrahende, addende.
5. On ne s'arrête pas si longtemps sur les nombres un peu élevés. Les enfants ne travaillent pas du tout à la maison et leur arithmétique se fait donc surtout oralement.

Passons maintenant aux opérations proprement dites :

Addition et soustraction. On débute par des exemples concrets sur des sommes d'argent, puis l'on passe aux opérations sur les nombres abstraits. L'analogie qui existe entre la transformation des pennies en shillings, shillings en pounds et celle des unités en dizaines et dizaines en centaines facilitera le travail. Certains exemples serviront à faire envisager la soustraction comme complément de l'addition; c'est la meilleure façon de la présenter aux débutants. Pour cette dernière opération la méthode par décomposition s'explique aisément, cependant certains maîtres lui préfèrent la méthode des additions égales (Equal Additions), parfois plus rapide. Viennent ensuite diverses applications à des exemples concrets et abstraits.

Multiplication et division. La multiplication s'introduira tout d'abord comme une extension de l'addition. Chaque enfant construira ensuite une table de multiplication, il se rendra ainsi mieux compte de son utilité. Il l'apprendra par cœur et s'en servira pour la résolution de problèmes variés, en commençant comme précédemment par des questions de nature concrète et passant ensuite aux opérations sur les nombres abstraits.

Avec la division, deux nouveaux points de vue s'introduisent: l'idée de soustractions consécutives et celle de parties aliquotes. On développera la première à l'aide de problèmes de partage. L'autre aspect de la division, qui suggère l'idée de fractions, pourra s'aborder également au moyen d'exemples concrets; on introduira quelques fractions très simples, mais ce sujet ne sera qu'effleuré, car c'est uniquement pour donner à l'enfant une notion complète de la division.

Poids et mesures. Le sujet constitue la fin du programme d'arithmétique élémentaire. Les élèves qui l'abordent commencent leur neuvième année en moyenne. L'enfant devra peser, mesurer et construire lui-même ses tables, en commençant par le système des poids et mesures anglais, et en les appliquant à de nombreux exercices oraux et écrits. On passe ensuite au système métrique. L'auteur fait remarquer combien l'adoption de ce système en Angleterre simplifierait les choses, étant donné son caractère plus rationnel et plus logique que le système anglais.

Mesure des aires et des volumes. A l'aide du papier quadrillé il sera facile de montrer à l'enfant comment on doit s'y prendre pour évaluer une surface. On lui fera construire une table de yards, feet et inches carrés, dont il se servira pour la mesure des aires. On procédera de même pour le système métrique. L'évaluation des volumes s'obtiendra tout d'abord à l'aide de petits cubes et se poursuivra d'une façon analogue.

Ce programme termine la quatrième année scolaire. Pendant la dernière année, il a commencé la géométrie d'une façon purement expérimentale et pratique. Pendant la sixième et la septième année qui se passent dans la classe I, il s'est exercé à la confection de modèles géométriques en carton.

Les leçons de géométrie comprennent tout d'abord de nombreux exercices sur les points et les lignes droites ou courbes, évaluation de longueurs, dessins de plans à l'échelle, mesure des distances sur les cartes, etc.; on s'occupe ensuite du cercle et des angles. Durant toute cette première étude, on évite autant que possible les procédés euclidiens, le travail n'étant qu'une simple préparation aux démonstrations logiques des propositions.

On peut constater deux tendances dans l'enseignement mathématique de ces dernières années qui consistent à

1. Préparer le travail futur de l'élève et lui constituer une base solide au cas où il poursuivrait ses études mathématiques.

2. Faire en sorte que, même dans le cas où le travail mathématique de l'élève finirait à sa neuvième année, son développement intellectuel lui soit un puissant auxiliaire dans sa vocation future.

N° 12. — Les mathématiques et les branches techniques dans l'enseignement moyen.

Mathematics with relation to engineering work in schools[1], by Mr. T. S. Usherwood, Head of the Manual Training School, Christ's Hospital, West Horsham. Dans la première partie de son rapport, l'auteur résume le travail qui se fait actuellement dans une école secondaire ordinaire (secondary school) possédant un laboratoire d'ingénieurs ; dans la seconde partie, il en propose la réorganisation. L'école dont il s'agit ici plus spécialement est St-Dunstan's College, Catford, comprenant une division supérieure, avec sections littéraire, commerciale et technique, et une division inférieure renfermant une section latine et une section non latine. A son entrée dans la section technique (Technical IV) l'élève est âgé de 13 ans environ. Il est sensé connaître l'arithmétique, un peu d'algèbre et de géométrie expérimentale. Le fait d'être dans cette section ne constitue pas à proprement parler une spécialisation, car six ou sept leçons par semaine seulement sont consacrées aux branches essentiellement techniques (Engineering), les autres leçons se prenant avec les élèves des autres sections.

Les branches techniques, enseignées par l'auteur, comprenaient le travail des métaux, la mécanique expérimentale et le dessin mécanique. La principale difficulté concernait l'enseignement de la mécanique expérimentale. Les sujets suivant furent choisis : Poids, mouvement, tension des fils, machines, frottement. La méthode de travail adoptée avait spécialement pour but de cultiver l'esprit scientifique de l'élève, chaque objet d'étude étant l'occasion de recherches analytiques et d'investigations appropriées. Pour nous donner une idée plus précise des procédés employés, l'auteur nous expose en détail les leçons sur le « mouvement ». On se rendra compte que dans cet enseignement le dessin mécanique et la mécanique expérimentale aussi bien que le travail manuel sont avant tout considérés comme l'occasion d'investigations mathématiques. L'élève comprendra l'importance de l'emploi des expressions algébriques, se familiarisera avec la notion de fonction et les représentations graphiques. L'étude des forces et de leur équilibre ainsi que celle du mouvement conduira à l'usage de la notation vectorielle. Cependant toute incursion dans le domaine des mathématiques pures se fait dans un but utilitaire, chaque problème étant posé de telle façon que l'élève en réalise l'importance pratique. Toute question est abordée sous son aspect concret, les méthodes déductives n'étant pratiquées que lorsque le développement mental de l'élève s'y prête. La promotion en Technical VI se fait à l'âge de 16 ans environ. A ce moment deux alternatives se présentent à l'élève : se préparer pour l'un ou l'autre des collèges techniques ou entrer directement dans quelque manufacture industrielle, chimique, ou autre, et poursuivre ses études théoriques dans les cours du soir. La première alternative est préférable, la seconde devant être considérée comme un surmenage. Le travail de la Technical VI consistait donc en une préparation à l'entrée d'un collège d'ingénieur. La répartition des heures était la suivante : branches d'ingénieurs 10, science 8, physique 4, chimie 4, mathématiques 7, branches littéraires 7. L'une des dix heures consa-

[1] fasc. de 26 p. ; prix : 2 d., Wyman & Sons, Londres.

crées aux branches d'ingénieurs fut affectée aux mathématiques pratiques, 5 au dessin géométrique et mécanique, 2 à la mécanique expérimentale, 2 au travail métallique. Durant les heures de dessin, certains détails de machines furent abordés, nécessitant une étude plus avancée de géométrie pratique plane et solide. La géométrie descriptive fut développée expérimentalement sous forme de problèmes de dessin mécanique. La mécanique expérimentale fut envisagée à un point de vue plus systématique, en combinant le côté expérimental et le côté théorique. Enfin le temps réservé aux mathématiques proprement dites fut principalement consacré à l'introduction naturelle du calcul vectoriel et du calcul différentiel et intégral. A ce propos, le rapport nous fournit une foule de détails que nous ne pouvons reproduire ici. Disons seulement qu'au bout de deux ans de travail, en y consacrant une leçon par semaine en moyenne, les connaissances acquises dans ces branches furent suffisantes pour permettre aux élèves d'en apprécier l'importance et l'utilité.

L'auteur présente ensuite quelques observations concernant le système actuel d'enseignement. Il arrive souvent, dans les conditions présentes, que le maître de mathématiques est obligé de négliger complètement certains aspects de son sujet ou de les introduire d'une façon purement mécanique sans que l'élève puisse se rendre compte de l'utilité de cette introduction. Or, au point de vue éducatif il importe au contraire que toute nouvelle question se présente naturellement à l'esprit de l'élève et soit motivée par son travail antérieur. Un autre fait à déplorer c'est l'usage des manuels dans les classes inférieures. Dans l'enseignement supérieur les manuels sont indispensables, mais il n'en est pas de même lorsqu'il s'agit d'élèves moins avancés; il est alors préférable que chacun fasse son propre manuel. Ce procédé a été adopté pour les branches scientifiques durant ces huit ou neuf dernières années et il en est résulté une amélioration sensible. On devrait aussi généraliser ce système dans l'enseignement mathématique des classes inférieures. Il faudrait également que les maîtres eussent une plus grande liberté dans le choix du sujet de leur enseignement et dans la façon de le présenter.

L'auteur propose une réorganisation des programmes où l'on réserverait une plus large place aux travaux manuels, spécialement dans l'enseignement inférieur. Par travail manuel il ne s'agit pas de simples exercices dans le maniement des outils, mais bien d'un travail intelligent, où l'esprit de l'élève est en jeu et dans lequel une certaine liberté lui est accordée dans le choix de ses méthodes.

Le programme concernant l'arithmétique pure devrait être simplifié et se réduire pratiquement à la multiplication, la division et aux proportions. En algèbre il serait nécessaire d'insister sur la notion de fonction et d'utiliser plus intelligemment les représentations graphiques. En géométrie, enfin, il y aurait avantage à réunir la stéréométrie et la planimétrie. Il serait alors possible d'introduire dans les classes avancées certains sujets négligés jusqu'à présent, ou traités superficiellement par suite du manque de temps (calcul infinitésimal, calcul vectoriel, analyse harmonique, théorème de Fourier, équations différentielles simples, etc.). Il s'agit simplement d'écarter les restrictions artificielles, d'encourager l'individualité et de favoriser les méthodes d'investigation.

N° 13. — L'Arithmétique dans les Ecoles secondaires.

The teaching of Arithmetic in Secondary Schools[1], by Mr. G. W. PALMER, Mathematical Master at Christ's Hospital, Horsham. — Ce rapport concerne plus spécialement les *Public Schools*, mais s'applique également d'une façon générale aux établissements secondaires. A son entrée à l'école, l'élève doit connaître au minimum la numération, les quatre règles, l'usage des nombres complexes, et les éléments des fractions ordinaires. Malheureusement, dans bien des écoles préparatoires cet enseignement préliminaire laisse beaucoup à désirer, ce qui rend plus difficile la tâche du maître secondaire. Dans les classes inférieures des écoles secondaires, l'arithmétique est enseignée généralement par un non-spécialiste. Cette remarque est importante, car un non-spécialiste, tout en étant peut-être un excellent maître, sera tout naturellement plus conservateur, moins enthousiaste des réformes que le mathématicien.

Afin de pouvoir mieux juger des tendances actuelles de l'enseignement de l'arithmétique, l'auteur nous fait une description de cet enseignement tel qu'il se pratiquait il y a 25 ans, puis il nous montre ce qu'il est devenu à l'heure actuelle. Il y a 25 ans, l'arithmétique était à la veille d'une importante transformation. Avant cette époque, elle s'était développée à un point de vue presque exclusivement commercial. Sa valeur éducative n'était pas reconnue et son enseignement se faisait d'une manière fort peu rationnelle ; il suffisait généralement d'avoir appris les règles et de pouvoir les appliquer. Plus tard, lorsque les mathématiques devinrent une partie importante de l'éducation générale, on cessa de considérer l'arithmétique comme une branche purement commerciale et l'on commença à tenir compte de son utilité comme base de l'enseignement mathématique futur et des services qu'elle est appelée à rendre dans d'autres domaines, particulièrement la physique.

L'auteur passe ensuite aux détails de cet enseignement d'il y a 25 ans et s'occupe successivement des différents chapitres d'une façon plus approfondie (numération, les quatre règles, nombres complexes, plus grand commun multiple, fractions, fractions décimales, fractions décimales périodiques, pratique, aires et volumes, méthode de réduction à l'unité, pourcentage, profits et pertes, intérêts, escompte, etc., racines carrée et cubique, moyennes, alliages, partages proportionnels, etc.).

Après cela nous abordons l'arithmétique moderne. C'est la « Mathematical Association », société de maîtres de mathématiques qui, en fait, a pris la direction des réformes récentes. En 1902, cette association publia un rapport où étaient indiquées les transformations les plus urgentes à introduire dans l'enseignement mathématique. Dans la partie concernant l'arithmétique et l'algèbre, on signalait en particulier le danger qu'il y avait de sacrifier la compréhension claire du sujet à l'habileté mécanique, tendance fort nuisible à la véritable valeur éducative de ces sujets. Pour combattre cet état de chose, on y faisait les recommandations suivantes : pratiquer fréquemment des exercices de vive voix, insister sur l'importance des principes fondamentaux, généraliser les règles en s'appuyant autant que possible sur la propre

[1] 1 fasc. de 33 p. prix : 2 1/2 d. ; Wyman & Sons, Londres.

expérience des élèves, appliquer la géométrie, en particulier les représentations graphiques, à l'arithmétique et à l'algèbre, remettre à plus tard les règles trop difficiles et les exercices trop compliqués.

Après diverses remarques concernant ces observations générales, l'auteur s'occupe plus spécialement des différents chapitres de l'arithmétique moderne (numération, les quatre règles, les nombres complexes, système métrique et fractions décimales, facteurs et multiples, fractions ordinaires, parenthèses, méthode de réduction à l'unité, proportions, variations, pourcentages, racine carrée, aires et volumes de figures rectangulaires, mesures, approximation, logarithmes, méthodes de calcul, intérêts simples, intérêts composés, escompte, etc., représentations graphiques, problèmes).

En résumé, les *tendances modernes* concernant l'enseignement de l'arithmétique sont les suivantes : Ecarter du programme bon nombre de chapitres dont on peut parfaitement se dispenser, éliminer également tout développement compliqué et d'un caractère purement artificiel. Cette élimination permettrait d'insister par contre sur les parties plus importantes et d'introduire plus tôt d'autres domaines des mathématiques, par exemple la trigonométrie. Rendre les notions nouvelles aussi réelles que possible à l'aide d'applications concrètes (point de vue géométrique, diagrammes, représentations graphiques, travail de laboratoire).

Les commissions d'examens peuvent contribuer pour une large part à la réalisation de ces réformes. Mais actuellement, il faut le constater, la majorité des questions d'examens constituent un sérieux obstacle aux changements qui devraient se faire dans l'enseignement mathématique.

N° 14. — Scholarships (Bourses d'études).

Examinations for Mathematical Scholarships [1], by Dr. F. S. Macaulay, Assistant Master at St Paul's School, London, and Mr. W. J. Greenstreet, Editor of the « Mathematical Gazette » and late Head Master of the Marling Endowed School, Stroud. — Actuellement les universités, collèges et établissements publics des Iles Britanniques ont à leur disposition des bourses permettant aux jeunes gens non fortunés de poursuivre leurs études s'ils ont fait preuve de capacités suffisantes. Autrefois ces bourses étaient dues à la générosité de certains donateurs particuliers, mais à l'heure qu'il est, l'Etat lui-même y prend part de plus en plus. Ce sont naturellement les meilleurs candidats qui ont droit à ces facilités leur permettant l'entrée à Cambridge, Oxford, etc. Il en est résulté que l'obtention de ces bourses constitua de plus en plus un honneur pour l'école d'où sortait le candidat. Peu à peu le travail même de l'école s'en ressentit, il se régla en vue précisément de ces examens d'entrée aux universités et l'on put dire que l'école secondaire n'était que le vestibule de l'université. Cette façon de procéder présentait de graves inconvénients. Il n'était pas juste de sacrifier les intérêts de la majorité à ceux de quelques-uns se proposant d'achever leurs études à l'université. Actuellement, grâce au « Board of Education » cet état de chose a été modifié. Dans le domaine des mathématiques, spécialement, une distinction est faite entre le mathématicien professionnel et les élèves

[1] 1 fasc. de 53 p.; prix : 3 d.; Wyman & Sons, Londres.

qui n'ont pas l'intention de continuer à l'université ; le programme n'est pas non plus le même pour les garçons et les filles.

Il existe plusieurs sortes de bourses : Foundation Scholarships, Scholarships, Major Scholarships, Minor Scholarships, Exhibitions, Sizarships, Bursaries, selon leur provenance ou leur montant.

Cet argent est fourni par les universités elles-mêmes, par les écoles et par le gouvernement, les « County Councils » et autres corps publics. En Ecosse, les « bursaries » sont délivrées à la suite d'examens généraux comprenant les mathématiques comme branche obligatoire. L'entrée à l'université (Edinburgh, Glascow, Aberdeen, St-Andrews) se fait plus tôt qu'en Angleterre. En Irlande, la « Queen's University of Belfast » et la « National University of Ireland » disposent de quelques bourses ; l'Université de Dublin en délivre un plus grand nombre, mais le système qui en règle la distribution laisse plutôt à désirer ; ainsi les connaissances mathématiques que l'on exige de la part des candidats sont insuffisantes. En Angleterre proprement dite, les petites universités et l'Université de Wales ne possèdent qu'un nombre restreint de « Scholarships » ; l'Université de Londres n'en a aussi que relativement peu. En juin, des candidats âgés de moins de 18 ans peuvent se présenter à un examen pour l'obtention de 5 bourses de 40 l. par an, valables pour deux ans. L'une de celles-ci concerne les mathématiques combinées à une branche accessoire. En juillet également, 19 « scholarships » de 50 l. valables pour une année sont mises en compétition, dont 3 pour les mathématiques. A Oxford et Cambridge, les examens qui permettent d'obtenir les « scholarships » sont pratiquement identiques. A Cambridge on délivre chaque année une cinquantaine de bourses diverses pour les mathématiques, dont le montant varie de 30 l. à 80 l. ; à Oxford une trentaine. Les branches exigées sont la géométrie, l'algèbre, la trigonométrie, le calcul différientiel et intégral et la mécanique.

A Cambridge, ces examens peuvent être divisés en deux groupes : le « Trinity College group » comprenant cinq collèges et le « Pembroke and St-John's group » qui en comprend sept. Pour les deux groupes, les examens se passent en même temps, au mois de décembre, de sorte qu'il n'est pas possible au candidat de se représenter la même année s'il ne réussit pas la première fois.

Il y a vingt ou trente ans, les questions d'examen se répartissaient à peu près également en questions théoriques et questions pratiques. Plus tard la théorie a été supprimée, car on pensait que ce n'était qu'une affaire de mémoire et que seuls les problèmes rendaient possible l'appréciation exacte de la valeur d'un candidat. Aujourd'hui on en est revenu, et l'on estime que certaines questions théoriques peuvent être introduites avantageusement dans les examens, car elles présentent de l'intérêt par la façon originale dont elles peuvent être traitées et parce qu'elles permettent de juger si le candidat est capable de s'exprimer d'une manière intelligible.

Dans le « Trinity group » les questions d'examens présentent une grande variété ; celles du « Pembroke group », par contre, sont plus uniformes. L'auteur formule quelques critiques personnelles concernant ces questions d'examens et relativement aux diverses branches sur lesquelles elles roulent. Pour l'algèbre, les questions sont en nombre insuffisant étant donné la grande variété de sujets qui s'y trouvent renfermés (convergence des séries, fractions continues, déterminants, probabilités, théorie des nombres, théorie des équations). L'examen de géométrie ne devrait pas rouler exclusivement sur la géométrie moderne, mais devrait comprendre également des applications géométriques du calcul différentiel et intégral. Il faut féliciter Cambridge et Oxford d'avoir refusé d'accorder aux méthodes graphiques plus d'importance qu'elles n'en méritent, et cela malgré l'insistance avec laquelle certains enthousiastes chantent leurs merveilles. Les méthodes graphiques appliquées à la résolution de questions de statiques sont utiles à l'ingénieur, mais ne présentent que peu d'importance pour le mathématicien. Les questions des examens de statique et de dynamique présentent un réel progrès sur celles du passé, car elles n'étaient autrefois qu'une source de perplexité pour l'étudiant.

Un point sur lequel l'auteur insiste tout spécialement, c'est l'importance de la géométrie pure dont les méthodes ne présentent pas l'aridité de celles de l'analyse élémentaire.

L'un des inconvénients inévitables d'un système d'examens c'est la publication de manuels écrits spécialement à leur effet. Il existe pourtant d'excellents manuels n'ayant en vue aucun examen particulier, mais ils n'ont pas obtenu jusqu'à présent le succès qu'ils mériteraient.

Le jury chargé de la décision des questions d'examens devrait être composé d'experts suffisamment nombreux et vraiment capables. Toute question artificielle, ou dont la solution ne dépend pas de quelque méthode ou principe important, devrait être éliminée sans scrupule.

On trouvera en appendice deux rapports publiés par la « Mathematical Association », l'un, publié en 1904, porte le titre : *Report on Advanced School Mathematics*, et l'autre, paru eu 1907, intitulé : *Report on Entrance Scholarships at the Universities*. On y a joint également des spécimens de questions d'examens provenant des Universités de Cambridge, Oxford et Londres.

N° 15. — La valeur éducative de la géométrie.

The Educational Value of Geometry[1], by Mr. G. St. L. Carson, Head Mathematical Master at Tonbridge School. — Comme le titre l'indique, ce rapport n'envisage pas la géométrie au point de vue de ses applications dans d'autres sciences où de son importance pratique, ni même relativement à la place qu'elle occupe dans l'éducation mathématique proprement dite. Il se propose uniquement d'établir les raisons pour lesquelles cette branche est universellement acceptée comme un élément nécessaire de l'éducation générale. Pour cela, il est nécessaire d'expliquer d'une façon quelque peu détaillée ce qu'est réellement la géométrie. Cette branche est basée sur un certain nombre de faits fondamentaux qui résultent de l'expérience. Il importe d'insister sur cette nature particulière des principes fondamentaux. Pour cela il s'agira :

1. De distinguer ce qui est essentiel de ce qui est secondaire dans l'appréciation des points, lignes et plans et dans leurs relations mutuelles.
2. De baser sur cette appréciation des raisonnements logiques, sous forme d'enchaînements continus.
3. De discuter la dépendance mutuelle des principes et de les établir d'une façon précise.

[1] 1 fasc. de 17 p.; prix: 1 1/2 d.; Wymann & Sons, Londres.

Cette façon de procéder est commune à toute forme de construction humaine, et, à ce point de vue, la valeur éducative de la géométrie est indiscutable.

Un autre facteur qui a son importance et sur lequel on n'insiste malheureusement pas assez, c'est la valeur esthétique de la géométrie. La contemplation de systèmes logiques inattaquables tels qu'on en trouve dans les mathématiques évoque en nous une idée de perfection différente de celles qu'on rencontre dans la littérature et dans les arts.

Au point de vue éducatif, l'étude de la géométrie peut se diviser en trois périodes correspondant aux trois divisions citées plus haut. Dans la première, on cherchera surtout à stimuler et développer l'imagination. Dans la seconde c'est le raisonnement qui joue le principal rôle. Dans la troisième on discutera les principes qui servent de base au corps géométrique et l'on recherchera leurs relations mutuelles. On ne s'occupera pas ici de cette troisième division car elle ne rentre généralement pas dans le cadre des études scolaires.

Dans la première époque de l'éducation géométrique, il s'agira donc de stimuler l'imagination de l'enfant en développant les impressions qu'il est capable de ressentir. Pour cela, il faudra faire appel à des notions qui lui sont familières (maisons, routes, montagnes, îles, etc.). Il n'est pas difficile de concevoir des problèmes répondant à cette condition, stimulant l'imagination, développant l'esprit de recherche et le raisonnement géométrique dans ses formes les plus simples. On peut diviser ces problèmes en cinq groupes :

1. Construction de triangles et de polygones, les données n'étant que des longueurs.
2. Simples constructions pour déterminer la hauteur de bâtiments, la route de vaisseaux, etc., dépendant des indications de la boussole et d'angles d'élévation.
3. Construction de triangles et de polygones, les données étant des longueurs et des angles.
4. Extension des questions précédentes à des problèmes comportant plus d'un seul plan.
5. Détermination d'un point par l'intersection de deux lieux géométriques ou de ses limites lorsqu'il est astreint à rester à l'intérieur ou à l'extérieur de plusieurs lieux géométriques.

Les applications devront se faire d'abord relativement à des objets définis, puis sur des représentations mentales de classes d'objets, ensuite sur des abstractions (point, ligne, couleur, etc.) et pour finir on considérera le procédé lui-même dans toute sa pureté. Cette façon d'opérer peut être regardée comme une introduction aux idées de groupe et de fonction.

La transition entre ce stage préliminaire et le premier cours de géométrie formelle se fera par l'introduction progressive du raisonnement déductif et en cessant graduellement l'emploi d'objets concrets servant à renforcer l'imagination. Dans un premier cours de géométrie toute proposition qu'il est possible de faire accepter à l'enfant sans mesure d'aucune sorte devrait être adoptée comme un postulat. Cette définition comprend : 1. L'égalité des angles opposés par le sommet, 2. Les propriétés des parallèles relativement aux angles, 3. Les propriétés des figures qui sont évidentes par symétrie, 4. Les propriétés des figures qui peuvent être démontrées par superposition. Tout théorème proprement dit devrait démontrer une proposition nouvelle qu'il n'aurait pas été possible d'apercevoir par intuition directe, symétrie ou superposition.

Si l'on se demande où les méthodes de la géométrie se présentent avec le plus d'unité, de simplicité et de beauté, il faut répondre que c'est en géométrie de position et en géométrie projective. Ces branches doivent-elles rester la propriété exclusive des mathématiciens de profession et sont-elles vraiment hors de portée de l'adolescent? L'auteur pense que les notions et méthodes élémentaires de la géométrie projective peuvent être comprises par des élèves ordinaires, qu'elles présenteront un plus grand intérêt qu'une forme quelconque de la géométrie euclidienne et que leur valeur éducative est de beaucoup supérieure. Des expériences concluantes ont été faites à ce propos, soit sur des élèves individuels, soit sur de petites classes.

En ce qui concerne la dépendance mutuelle des postulats, une discussion détaillée ou systématique serait déplacée dans un programme scolaire; cependant quelques exemples de déduction de postulats les uns des autres pourraient être traités; il serait alors possible de faire réaliser à l'élève l'idéal d'une géométrie basée sur le plus petit nombre d'axiomes possible. L'auteur est également convaincu que tout étudiant ayant l'idée de poursuivre son éducation à l'université devrait avoir quelques notions sur la nature de la géométrie non-euclidienne.

Pour bien se rendre compte des tendances actuelles de l'enseignement de la géométrie en Angleterre, il suffit d'examiner les transformations qu'il a subies ces derniers temps. Il y a quelques années Euclide y était encore exclusivement en usage. Peu à peu, les différentes écoles se libérèrent de cette stricte obligation, et en 1903 l'Université de Cambridge publia un programme où il était spécifié que les examinateurs accepteraient toute démonstration systématique des questions proposées. Il faut noter aussi deux points importants : l'introduction des cours préliminaires et la pratique des exemples numériques. Le but de ces préliminaires est de familiariser l'enfant avec les notions fondamentales du sujet; ils consistent principalement en exercices de mesure et de construction; il faut seulement regretter que la géométrie de l'espace n'y occupe pas une place plus importante. De tels cours devraient être basés sur l'extension graduelle de l'expérience et de l'imagination de l'enfant, ce qui n'est malheureusement pas le cas; il est enfin regrettable d'y rencontrer cette tendance, dont il a été question plus haut, à faire intervenir des procédés numériques à propos des postulats.

On trouvera dans une circulaire[1] publiée par le *Board of Education* (N° 711, 1909) d'intéressants renseignements sur les transformations de ces dernières années et quelques conseils pratiques concernant l'enseignement. C'est surtout dans les écoles secondaires modernes qu'on constate une amélioration sensible, beaucoup plus que dans les établissements de l'ancien type qui sont restés comparativement stationnaires. C'est que les écoles modernes ont à leur disposition des maîtres qui non seulement connaissent bien leur sujet mais savent également comment l'enseigner. C'est là surtout qu'il faut chercher la raison de ce progrès, plutôt que dans les récents changements de programme.

---

[1] Traduite dans l'*Ens. math.* du 15 mai 1910, p. 238-253.

N° 16. — La géométrie dans l'enseignement moyen.

A School Course in advanced Geometry [1], by Mr. C. V. Durell, Assistant Master at Winchester College. — Etant donné le rôle considérable que joue la géométrie dans les programmes scolaires, il est important d'assurer une coordination aussi complète que possible entre les diverses formes que présente cette branche. Jusqu'à présent on n'a pas suffisamment tenu compte de l'unité fondamentale du sujet. Ce manque de cohésion entre les différentes branches de la géométrie occasionne nécessairement de nombreuses répétitions et par suite une perte de temps considérable.

Si l'on examine le champ de géométrie exigé de la part d'un candidat en mathématiques à son entrée à l'université, on se demande comment le maître peut arriver au bout de son programme :

a). Euclide, livres I-IV, VI.

b). Principes élémentaires de stéréométrie et notions fondamentales de stéréométrie pratique.

c). Etude plus approfondie des propriétés du triangle et du cercle et théorie des faisceaux.

d). Géométrie analytique, coordonnées cartésiennes et polaires et quelques notions sur les coordonnées homogènes.

e). Les coniques au point de vue géométrique en se basant sur la définition relative au foyer et à la directrice.

f). Projections orthogonales et coniques.

g). Dualité.

h). Homographie et involution.

Si chacun de ces sujets doit être traité séparément et d'une façon suffisamment complète, il est clair que le temps dont on dispose est tout à fait insuffisant. Il en résulte que certains d'entre eux seront laissés complètement de côté ou envisagés très superficiellement. Ainsi, à part les spécialistes il n'y a que bien peu d'élèves qui abordent les sujets *f), g), h).*

Il s'agit d'examiner ici s'il ne serait pas possible de modifier l'ordre généralement adopté dans l'étude de la géométrie, de façon à profiter plus avantageusement du temps dont on dispose.

Ainsi, la question des projections présente un intérêt tout particulier car elle ouvre à l'étudiant des horizons nouveaux et constitue pour lui un précieux instrument d'investigation. Il serait donc fort regrettable d'omettre ce sujet. Pour en commencer plus tôt l'étude, deux changements seraient nécessaires : l'étude analytique des coniques devrait se faire en même temps que l'exposé des propriétés géométriques simples ; puis l'étude approfondies des coniques au point de vue géométrique, *e),* ne devrait se faire que plus tard, une fois que les résultats élémentaires de la géométrie projective auraient été établis.

Si l'on mène de front les procédés analytiques et géométriques on aura l'avantage de pouvoir choisir entre les deux méthodes dont on dispose pour résoudre les diverses questions qui se présenteront. Le mieux sera de se servir des moyens les plus simples, analytiques ou géométriques suivant les cas ; l'élève se rendra compte ainsi des avantages que présente l'une des

[1] 1 fasc. de 14 p. ; prix : 1 $1/2$ d. ; Wymann & Sons, Londres.

méthodes sur l'autre selon le genre de la question ; sans parler de l'économie de temps réalisée. L'introduction des éléments à l'infini peut se faire d'une façon intéressante par l'un ou par l'autre procédé ; étant donné l'importance du sujet, on pourra avantageusement présenter les deux points de vue.

Une autre question se pose : jusqu'à quel point doit-on avoir recours à l'analyse pour établir les théorèmes fondamentaux des projections. Au point de vue de l'enseignement, les démonstrations analytiques des théorèmes fondamentaux seront plus accessibles que d'autres à l'ensemble des élèves, car si l'on exclut la méthode analytique, on rencontrera de grandes difficultés lorsqu'il faudra identifier la définition des coniques obtenue en partant des projections et celle qui est basée sur les notions de foyer et directrice.

L'auteur examine ensuite d'une façon plus détaillée ces diverses modifications touchant à l'enseignement de la géométrie. Le nouveau plan d'études qu'il nous propose a été conçu conformément aux trois idées directrices suivantes :

1. Economiser du temps en évitant les répétitions inutiles.
2. Mettre à la portée de l'élève moyen ces importantes notions de continuité, projectivité, transformation, si propres à stimuler l'intérêt et qui font de la géométrie supérieure un sujet d'une si haute valeur éducative.
3. Elaborer un programme qui, tout en étant accessible à l'élève n'ayant pas de dispositions spéciales pour les mathématiques, constitue cependant une préparation suffisante pour le spécialiste.

Contentons-nous d'indiquer les principaux avantages que présenterait ce nouveau programme qui, du reste, a déjà été expérimenté ces dernières années :

1. On économise un temps considérable en réunissant en un seul sujet les théories analytique, géométrique et projective des coniques ; on saisit mieux l'unité du sujet et l'on a une idée plus nette de ses principes fondamentaux.
2. Le changement de point de vue stimule l'intérêt de l'élève, lui donne un sentiment de maîtrise et l'engage à pousser plus loin ses investigations.
3. L'étude de la géométrie projective ne restera plus un domaine exclusivement réservé aux spécialistes.

N° 17. — Ecoles navales.

Mathematics at Osborne and Dartmouth[1], by Mr. J. W. Mercer, Head of the Mathematical Department of the Royal Naval College, Dartmouth, with a Preface by M. C. E. Ashford, Head Master of the College.

Introduction. — Le Collège d'Osborne a été fondé pour permettre aux cadets de commencer leur service plus tôt. Ils y entrent à 13 ans déjà et y passent deux ans. A Osborne et Dartmouth, la moitié des heures de travail environ est consacrée aux sciences et aux travaux d'ingénieurs ; le tiers ou la moitié de ce temps se passant à l'atelier. Durant les deux années d'Osborne, les mathématiques se répartissent en 6 $^1/_2$ heures d'enseignement et 2 heures de préparation par semaine. A Dartmouth, pendant la première

[1] 1 fasc. de 41 p. ; 2 $^1/_2$ d. ; Wyman and Sons, Londres.

année, 5 heures d'enseignement et 2 $^1/_2$ heures de préparation et, pendant la seconde année, 6 heures d'enseignement et 3 $^1/_2$ heures de préparation, mais ces heures comprennent le temps consacré à la navigation, c'est-à-dire 3 $^1/_2$ heures par semaine durant la seconde année. Après avoir quitté Dartmouth, les cadets passent 8 mois sur un croiseur spécial où ils reçoivent un enseignement pratique ; en outre, les élèves les plus capables y poursuivent l'étude des mathématiques pures. D'une façon générale, la préparation actuelle des officiers de marine est moins essentiellement mathématique qu'autrefois, mais la mécanique y joue un rôle plus prépondérant. Le temps consacré aux mathématiques étant moins considérable qu'autrefois, il importe de l'utiliser convenablement. A ce point de vue, les récentes transformations de l'enseignement mathématique et l'élimination d'un bon nombre de chapitres inutiles et surannés permettent une sensible économie de temps. Une certaine partie des cadets (moins de la moitié probablement) n'ont pas l'occasion de poursuivre l'étude des mathématiques supérieures pendant les stages subséquents de leur carrière ; ils formeront le corps des officiers généraux *(general service officers).* Mais ceux qui désirent devenir officiers spécialistes devront suivre, à leur sortie de Darmouth, des cours spéciaux à Greenwich et ailleurs. C'est pourquoi il existe à Osborne et Darmouth, à côté du cours de mathématiques pratiques, un cours supplémentaire moins concret servant de préparation à ces cours spéciaux.

Une fois leurs études théoriques terminées et après avoir accompli leur stage de 8 mois à bord du croiseur dont il a été question, les cadets doivent faire un service de 5 ans sur mer afin d'entrer dans l'activité même de leur profession. A la fin de cette période, les spécialistes devront suivre des cours de mathématiques avancées, il faudra qu'ils se remettent au travail théorique après une interruption de 5 ans. Si l'on veut donc que cette interruption ne leur soit pas trop nuisible, il faudra tenir compte de ces circonstances dans l'enseignement mathématique d'Osborne et Darmouth : insister plus particulièrement sur la méthode de travail plutôt que de chercher à acquérir une grande habileté dans la manipulation des symboles.

Les mathématiques à Osborne et Dartmouth. — Les mathématiques ne sont enseignées aux cadets de marine qu'en tant qu'instrument utile pouvant servir dans la physique, la navigation, les travaux d'ingénieurs, etc. Il ne faudrait cependant pas en conclure qu'elles se réduisent à l'étude de quelques règles empiriques ; on insiste également sur l'enchaînement logique des idées et l'on développe l'esprit d'initiative de l'élève afin qu'il soit à même d'utiliser ses connaissances à la résolution des problèmes.

Le programme de mathématiques comprend : *a)* un cours minimum qui doit être suivi par tous ; *b)* un cours de compléments pour les meilleurs élèves des classes inférieures ; *c)* un cours de compléments pour les meilleurs élèves des classes supérieures ; *d)* un cours encore plus avancé pour un très petit nombre de cadets ayant des aptitudes toutes particulières.

L'auteur passe en revue les différentes branches de l'enseignement mathématique, tout en remarquant qu'un même problème peut être envisagé généralement de différentes manières et qu'il est bon de laisser l'élève libre de choisir telle ou telle méthode.

Arithmétique. Les questions concernant les opérations financières et les problèmes dont la résolution exige certains artifices spéciaux étaient autrefois beaucoup trop nombreux. L'enseignement actuel vise à l'exactitude et la facilité dans les opérations élémentaires, à une connaissance approfondie du système métrique et à l'usage courant des logarithmes à 4 décimales. On insiste particulièrement sur l'exactitude des calculs en habituant les élèves à de fréquentes vérifications, et sur le degré d'approximation des résultats.

Algèbre. L'élève doit acquérir une habileté suffisante dans la manipulation des expressions algébriques, mais on laisse de côté tous ces exercices fastidieux sur la simplification des fractions, ou ces artifices spéciaux concernant la résolution des problèmes. Ici également, on insiste sur la vérification des solutions trouvées. On fait constamment appel à la notion de fonction et aux représentations graphiques. On habitue les élèves à saisir toute la portée d'un graphique et à en tirer tous les renseignements possibles. Le champ d'études comprend en outre la résolution des équations du premier et du second degré, la détermination de maxima et minima, le calcul des racines et des puissances en se bornant aux règles fondamentales. La question des logarithmes est amenée progressivement de façon à en bien faire saisir la signification et la portée. L'étude de la variation d'une fonction d'une ou plusieurs variables se fera à l'aide de nombreuses applications pratiques tirées de différents domaines tels que la géométrie, la physique, etc.

Géométrie. Le but poursuivi peut se résumer brièvement de la façon suivante : 1. Doter l'élève d'un certain nombre de faits géométriques. 2. Le rendre capable d'appliquer ses connaissances géométriques à la résolution de problèmes. 3. L'habituer à raisonner convenablement et à s'exprimer avec précision. Le programme comprend la géométrie plane et de l'espace et un cours préliminaire de géométrie sphérique servant d'introduction à la trigonométrie sphérique et à l'astronomie de marine. Le travail est essentiellement d'ordre pratique, la théorie étant constamment illustrée d'applications concrètes et de mesures effectives.

Trigonométrie. Les rapports trigonométriques sont introduits progressivement en commençant par la tangente et en motivant cette introduction à l'aide d'applications pratiques. Relativement à la résolution des triangles rectangles, les cadets étudient la « Traverse Table » qui présente pour eux une importance toute particulière. Les triangles quelconques sont traités tout d'abord comme somme ou différence de triangles rectangles puis on passe aux formules plus générales.

En ce qui concerne la trigonométrie sphérique, le nombre des formules absolument indispensables a été considérablement réduit, grâce aux simplifications introduites dans l'enseignement de l'astronomie nautique.

Calcul différentiel et intégral. La moitié des cadets environ entreprennent l'étude de cette branche durant leur dernière année à Dartmouth. On attache beaucoup plus d'importance à la compréhension du sujet et à son utilité qu'à l'habileté du calcul. Avant d'introduire la notation du calcul différentiel, on s'occupe assez longuement des notions de vitesse à un instant donné et de pente en un point donné d'une courbe. Après avoir traité un grand nombre de cas particuliers, l'élève ressent lui-même le besoin de généraliser ces procédés. Comme application des dérivées, citons les maxima et minima, les propriétés géométriques des courbes, les questions de vitesses et accélérations, d'approximation, d'erreur relative, etc.

Puis on passe au problème inverse, c'est-à-dire à la recherche de la fonction primitive, et le calcul intégral est introduit par le problème des aires. Comme application on s'occupera de la détermination des surfaces, des volumes de révolution, des centres de gravité, des moments d'inertie, etc.

En somme, les cadets n'étudient le calcul infinitésimal qu'en vue de son utilité pratique, et le but de ce cours élémentaire est de leur montrer les différents genres de problèmes auxquels on pourra l'appliquer.

Géométrie analytique. Cette branche est abordée en même temps que le calcul infinitésimal. On se propose uniquement d'exposer quelques principes fondamentaux pouvant être appliqués à l'étude d'une courbe dont l'équation est donnée en coordonnées cartésiennes. On recherche les équations de nombreux lieux géométriques, entre autres de l'ellipse, de la parabole et d'autres courbes intéressantes. La ligne droite est traitée d'une façon détaillée, et l'on s'occupe aussi quelque peu du cercle.

On trouvera en appendice un relevé des questions d'examens proposées en avril 1911.

J.-P. Dumur (Genève).

N° 18. — Ecoles de jeunes filles.

Mathematics in the Education of Girls and Women [1], by Miss Gwatkin, Miss Sara A. Burstall and Mrs. Henry Sidgwick. — Ce rapport se compose de trois parties distinctes :

1. *The value of the Study of Mathematics in Public Secondary Schools for girls* (15 p.) par Miss E. R. Gwatkin, Head Mistress of the Queen Mary's High School, Liverpool.

2. *The place of Mathematics in the Education of Girls and Women* (7 p.) par Miss Sara A. Burstall, Head Mistress of the Manchester High School for Girls.

3. *Higher Mathematics for Women* (9 p.) par Mrs. Henry Sidgwick, late Principal of Newnham College, Cambridge.

1. — *Ecoles publiques secondaires de jeunes filles.* L'importance donnée aux mathématiques dans les écoles de jeunes filles est assez satisfaisante, au moins pour les écoles publiques, mais cette position est menacée de divers côtés. Les programmes trop chargés, entre autres, sont cause que chaque branche d'étude ne peut subsister qu'à la condition de justifier de son utilité. M^lle^ Gwatkin s'est proposée de considérer cette question pour les mathématiques, elle envisage à cet effet successivement les différentes objections faites à cette étude et les arguments qui peuvent être allégués pour sa défense. Les principales parmi ces objections sont :

Le peu d'intérêt (relatif sinon absolu) que le sujet semble inspirer à beaucoup de jeunes filles.

La valeur négligeable de cette étude à un point de vue purement utilitaire (cette dernière objection pourrait peut-être expliquer la première).

L'effort hors de proportion avec le résultat acquis nécessité de la part de l'élève par la difficulté du sujet.

L'auteur réfute ces objections en se plaçant à divers points de vue. Plutôt que d'adopter le remède un peu radical consistant à supprimer une étude parce qu'elle semble n'intéresser que médiocrement l'élève, M^lle^ Gwatkin estime qu'il faudrait surtout s'appliquer à employer des méthodes d'enseignement plus propres à la rendre attrayante pour les jeunes filles.

De plus, bien qu'il soit possible que la majorité des jeunes filles préfè-

[1] 1 fasc. de 31 p. ; 2 1/2 d. ; Wymann and Sons, Londres.

rent le domaine littéraire au domaine mathématique, il faudrait s'assurer que cela ne vient pas principalement du fait que celui-là est bien donné depuis plus longtemps que celui-ci. Quant à la question très complexe de l'utilité des études mathématiques, il faudrait pouvoir tenir compte non seulement de l'utilité directe et patente, mais aussi faire sa part au développement général des facultés.

M^lle^ Gwatkin n'est pas du tout persuadée qu'il y ait plus de différence entre un garçon et une fille pris au hasard qu'entre deux garçons ou qu'entre deux filles pris au hasard.

La difficulté du sujet est loin d'être un obstacle à son maintien dans le plan d'études, au contraire.

Enfin M^lle^ Gwatkin fait quelques remarques générales sur les relations qui devraient exister entre les enseignements des diverses branches, arithmétique, géométrie, algèbre, et sur la nécessité d'adapter constamment le programme aux aptitudes de chaque classe.

Des adversaires de l'enseignement mathématique avaient proposé de supprimer cet enseignement comme branche obligatoire à l'examen d'admission à l'université ; l'auteur estime que ce serait une erreur, car les jeunes filles incapables de satisfaire pour les mathématiques aux exigences de cet examen, sont généralement aussi inaptes à profiter d'une éducation universitaire.

L'auteur est d'avis qu'il existe un nombre plus considérable qu'on ne le croit communément de jeunes filles qui trouvent un plaisir intellectuel réel dans la connaissance des théorèmes de mathématiques pures tels que ceux que l'on rencontre dans la théorie élémentaire des nombres.

2. — *Les mathématiques dans l'éducation des jeunes filles et des femmes.* L'auteur de ce rapport débute par un exposé historique de la question, elle montre la place que les mathématiques occupent actuellement dans l'instruction féminine et la manière dont elles l'ont conquise.

Pendant fort longtemps l'instruction donnée aux femmes était exclusivement littéraire, même l'arithmétique élémentaire ne faisait pas partie du programme pour un grand nombre d'écoles. L'introduction des mathématiques dans les plans d'étude des écoles de jeunes filles, fut un des changements les plus caractéristiques effectué dans l'enseignement pendant la 2^me^ moitié du XIX^e^ siècle. Les premiers collèges de femmes furent ceux de l'université de Cambridge, créés en 1871. Les mathématiques sont maintenant obligatoires pour *toutes* les jeunes filles désirant poursuivre des études universitaires, alors que le latin est, dans certains cas, facultatif.

De complètement théorique qu'il était, l'enseignement mathématique, obéissant à une nouvelle réaction, tend actuellement à devenir plus pratique et la spécialisation à se faire de plus en plus tôt et de plus en plus complète. Mais il faut prendre garde que cette influence utilitaire ne devienne trop considérable ; ce qui risque d'arriver plus encore dans l'enseignement mathématique des jeunes filles que dans celui des jeunes gens ; elle pourrait bien être une des causes du manque d'intérêt et d'aptitudes pour les mathématiques manifesté par un certain nombre de jeunes filles.

Le surmenage est également plus à redouter chez les jeunes filles que chez les jeunes gens ; celles-là ayant ordinairement plus de devoirs sociaux et d'occupations accessoires que ceux-ci. En résumé M^lle^ Burstall estime qu'il faudrait, pour éviter ces écueils, considérer trois groupes de jeunes filles :

1° Un groupe très important, quoique peu nombreux, de jeunes filles et de femmes ayant du goût et de réelles aptitudes pour les mathématiques dont l'étude leur semble par conséquent relativement facile. Les études mathématiques des écoles et des collèges seraient naturellement conservées pour ce groupe.

2° Un autre petit groupe, un peu moins restreint cependant que le précédent est son antipode comprenant les jeunes filles et les femmes absolument réfractaires aux mathématiques (catégorie qui existe également chez les jeunes gens) et pour lesquelles les mathématiques exigées dans l'examen d'admission des collèges est une barrière infranchissable qu'il faudrait peut-être supprimer.

3° Le troisième groupe comprend la majorité des jeunes filles, celles qui peuvent arriver à étudier les mathématiques d'une manière relativement satisfaisante. Pour celles-ci la question se pose de savoir si les résultats obtenus sont en rapport avec les efforts et le temps nécessités de la part des élèves. Cette question se résoud dans l'un ou l'autre sens selon le point de vue où l'on se place ; l'importance capitale étant donnée soit à la quantité des connaissances acquises proportionnellement au temps employé soit au développement du pouvoir de raisonnement et de compréhension.

M^lle^ Burstall préconise un moyen terme. Les mathématiques ne seraient pas obligatoires jusqu'à l'examen de matriculation, mais seulement pendant trois ans, de 12 à 15 ans, avec comme programme l'arithmétique, la géométrie élémentaire, l'algèbre élémentaire telle que M. Godfrey la recommande pour la moyenne des jeunes gens et des jeunes filles [1]. Le développement intellectuel nécessaire à l'examen de matriculation serait alors garanti soit par les mathématiques, soit par le latin, au choix du candidat. Ou même par l'harmonie, étude que M^lle^ Burstall voudrait voir se développer plus que ce n'est actuellement le cas dans les écoles.

Il y aurait donc un cours très limité d'arithmétique générale et de géométrie élémentaire pour les jeunes filles ne se préparant pas à entrer dans un collège et dont les aptitudes sont plus pratiques qu'académiques ; un cours moyen de mathématiques pour la majorité de celles qui poursuivront leurs études dans un collège, mais avec faculté de remplacer les mathématiques par du latin ou de l'harmonie dans l'examen de matriculation et enfin pour un petit nombre d'entre elles les études mathématiques telles qu'elles se font actuellement en y adjoignant seulement une branche d'étude littéraire obligatoire jusqu'au bout.

3. — M^me^ Sidgwick traite la question de l'enseignement des *mathématiques supérieures pour les femmes* en comprenant sous le terme de mathématiques supérieures toutes les mathématiques enseignées dans les universités et ne faisant pas partie de l'instruction générale des écoles secondaires.

Elle estime qu'il est inutile de faire des comparaisons entre les facultés mathématiques des femmes et celles des hommes, puisque l'expérience a montré qu'il y a des femmes ayant des aptitudes mathématiques suffisantes pour justifier des études universitaires.

L'auteur base ses observations principalement sur les études mathématiques de Newnham College à Cambridge.

---

[1] The Algebra Syllabus in the Secondary School. By Mr. C. Godfrey. N° 5 des publications du Board of Education.

En résumé elle conclut qu'il est nécessaire que les femmes ayant des aptitudes mathématiques d'un degré quelconque soient encouragées à les cultiver et à étudier cette science pour elle-même et non avec les limites prescrites par le point de vue utilitaire ; c'est ainsi qu'elles en retireront le plus de profit et de plaisir.

Le plan d'étude mathématique du concours mathématique de Cambridge (Mathematical Tripos) est annexé au rapport.

Renée MASSON (Genève).

ITALIE

L'enseignement élémentaire.

L'insegnamento della matematica nelle scuole infantili ed elementari [1]. Relazione di A. CONTI prof. nella R. Scuola normale Margherita di Savoia in Roma.

Ecoles enfantines. A chaque école normale de jeunes filles est joint un jardin d'enfants, dont chaque maîtresse établit le programme, d'accord avec le directeur de l'école normale. Presque partout les programmes sont inspirés de la méthode de Frœbel, de sorte que les mathématiques y trouvent leur compte.

Comme il n'existe pas d'instructions officielles spéciales, il est difficile de se renseigner au sujet des écoles enfantines séparées des écoles normales, et qui peuvent être organisées par les communes, par des associations ou même par des particuliers. Le décret exigeant de toutes les personnes qui y enseignent les titres établissant leur capacité ne peut pas toujours être appliqué rigoureusement à cause de la pénurie de maîtresses.

Ecoles élémentaires. L'école élémentaire complète se compose de 6 classes. A la fin de la 4e les élèves peuvent subir un examen (maturité) qui leur donne accès à l'école moyenne. La loi de 1904 tolère un type transitoire d'écoles élémentaires à 3, 4 ou 5 classes.

Les élèves sont admis à partir de six ans. Les classes sont mixtes si elles comptent moins de 50 élèves, au delà de ce nombre on les sépare par sexe.

Les programmes de l'école élémentaire ont été modifiés à plusieurs reprises, en 1860 (Mamiani), en 1867 (Coppino), en 1888 (Boselli), en 1894 (Bacelli) et finalement, en 1905, à la suite de la loi Orlando de 1904, qui a donné à l'école son organisation actuelle.

Les programmes sont accompagnés d'instructions officielles qui ont davantage le ton de recommandations que de commandements.

Dans les classes inférieures il importe que l'élève ait toujours une représentation concrète des nombres, et que ceux-ci ne soient jamais pour lui de pures notions verbales.

Le calcul mental doit avoir la priorité, il faut éviter l'abus des exercices écrits de calcul qui deviendraient une mécanique de signes graphiques.

Il faut éviter de continuer un exercice lorsque les élèves donnent des signes de fatigue et exiger toujours que les réponses soient énoncées correctement.

---

[1] Un fasc. de 38 p. ; les rapports ne seront mis en vente qu'une fois réunis en volume.

L'enseignement des mathématiques doit contribuer à obtenir des élèves la précision et la clarté du langage.

On enseignera le système métrique en mettant dans les mains des élèves les instruments de mesure avec lesquels ils feront de nombreux exercices pratiques.

L'enseignement de l'arithmétique doit préparer l'enfant à résoudre les problèmes qu'il rencontrera dans la vie, on évitera donc les énoncés énigmatiques, les successions compliquées d'opérations trop longues.

Dans les classes supérieures il est très utile de laisser les élèves proposer des problèmes relatifs aux questions traitées, c'est le meilleur moyen de constater qu'ils ont compris.

Le calcul des fractions ordinaires sera exclusivement pratique, on ne parlera que de fraction d'un objet déterminé (un champ, un capital à répartir, etc.).

D'après la loi de 1911, ce sont les communes qui fournissent le matériel d'enseignement, on y rencontre les objets nécessaires à l'enseignement frœbelien. Collections de poids et mesures du système métrique. Modèles en carton et en bois : cube (décomposable en 8 parties), cylindre, cône, pyramide, sphère.

Les manuels sont choisis par les maîtres dans une liste établie annuellement dans chaque province par une commission spéciale.

La promotion d'une classe à la classe supérieure a lieu à la suite d'examens qui sont oraux dans les deux premières classes, oraux et écrits dans les autres.

Les élèves ayant obtenu 7 (sur 10) pour leur travail durant l'année, sont dispensés de l'examen.

Le maître fait toujours partie du jury d'examen.

Les sujets d'examens sont choisis par le jury, entre un certain nombre proposés par le maître.

La loi en vigueur ne datant que de juin 1911, il n'a pas pu se manifester encore de désirs de réforme. Il serait utile de connaître les résultats obtenus en s'informant auprès des maîtres. Il semble que la plupart d'entre eux seraient partisans d'une simplification, s'il devait en résulter plus de clarté dans les notions acquises, plus de précision dans l'expression et plus d'habileté dans l'exécution des opérations fondamentales.

Ecoles normales.

L'insegnamento della matematica nelle scuole normali. — Relazione di A. Conti, prof. nella R. Scuola normale Margherita di Savoia in Roma (1 fasc. de 70 p.). — Les écoles normales furent créées par la loi Casati de 1859 et comportaient 3 ans d'études ordonnées, de telle sorte qu'à la fin de la 2e année les élèves pouvaient obtenir par examen un diplôme (patente inferiore) permettant d'enseigner au cours inférieur des écoles élémentaires, tandis que les élèves de 3e année qui réussissaient le dernier examen obtenaient un diplôme (patente superiore) exigé des maîtres du cours supérieur. Depuis 1896, il n'existe plus qu'un seul titre d'aptitude à l'enseignement, c'est la licence de 3e année de l'Ecole normale.

A chaque école normale de jeunes filles sont joints : une école complémentaire (trois ans reliant l'école élémentaire à l'école normale) ; — un jardin d'enfants ; — un cours élémentaire complet pour les exercices de pédagogie pratique.

A chaque école normale de jeunes gens est joint un cours élémentaire complet.

Il y a 80 écoles normales féminines et 32 masculines, ces dernières reléguées pour la plupart dans de petites villes (beaucoup de villes importantes, Rome, Gênes, Venise, Bologne, Turin, en sont privées).

Depuis 1909 et sous certaines conditions les écoles normales peuvent recevoir des élèves des deux sexes, quelques-unes se sont déjà mises au bénéfice de cette nouvelle ordonnance.

Le corps enseignant est masculin dans les écoles de jeunes gens, il est mixte dans les écoles de jeunes filles.

Dans les écoles de jeunes gens le maître de mathématiques enseigne également la physique et les sciences naturelles.

Dans les écoles de jeunes filles le maître de mathématiques n'enseigne que cette branche, mais il l'enseigne encore dans les 3 classes de l'école complémentaire.

Depuis la création des écoles normales jusqu'à la réorganisation de 1896, les programmes ont été défavorablement influencés par l'obligation de préparer des élèves à un examen en deux ans, tandis que d'autres restaient trois ans à l'école ; on s'efforça par exemple de faire terminer en deux ans l'étude théorique de la géométrie.

Le programme de mathématiques, assez vaste, qui fut appliqué durant les premières années, demandait que l'étude des mathématiques fût dès l'abord rigoureusement rationnelle.

L'expérience montra que malgré l'âge d'entrée assez élevé (16 ans pour les jeunes gens, 15 ans pour les jeunes filles), les élèves ne possédaient ni la préparation ni la maturité d'esprit nécessaire pour suivre ce programme. Les simplifications commencèrent en 1861 et furent accentuées en 1867. Le besoin de maîtres primaires était si grand, qu'il fallait accepter tous les jeunes gens simplement disposés à embrasser cette carrière, sans songer à leur imposer des programmes ou des examens qui en auraient trop éliminé.

Pour la géométrie les méthodes graphiques intuitives prennent la place de la rigueur scientifique.

L'école complémentaire ou de préparation à l'école normale de jeunes filles fut créée en 1880, et permit d'enrichir un peu les programmes d'arithmétique des futures institutrices, d'y introduire, par exemple, l'étude des progressions et des logarithmes, mais la même année marque le commencement d'une période de réformation à outrance, durant laquelle les programmes ne furent pas modifiés par moins de 5 décrets en une dizaine d'années.

Par la loi de 1896, les écoles normales entrèrent dans une ère nouvelle. Il n'y a dès lors plus qu'un seul diplôme obtenu à la fin de la 3e année, ce qui facilite l'élaboration des programmes, ceux-ci se limitent, pour les mathématiques, à l'arithmétique, à la géométrie élémentaire et à la comptabilité.

Des objections venant de toute part établissent que les programmes ne sont pas en rapport avec le nombre d'heures trop restreint attribué aux mathématiques (2 à 3 h. par semaine), il est impossible de parcourir le programme de comptabilité. Tandis que l'enseignement à l'école complémentaire a un but particulièrement pratique, l'école normale doit à la fois enseigner les mathématiques comme instrument d'éducation du raisonnement et préparer les futurs maîtres à enseigner les éléments d'arithmétique aux enfants. Ce double but ne saurait être atteint aussi longtemps que les professeurs devront se débattre entre les limites trop étroites de l'horaire. Il paraît indispensable d'ajouter une année à la durée du cours normal.

Au sujet des *méthodes* d'enseignement, les instructions officielles, sans employer toujours à propos les termes « déductif » et « inductif », recommandent d'enseigner l'*Arithmétique* à l'école complémentaire en associant la méthode inductive et la méthode déductive et à l'école normale par une méthode rigoureusement scientifique. A l'école complémentaire on donnera expérimentalement des notions pratiques de *Géométrie*, tandis que cette science sera enseignée à l'école normale par la méthode déductive dans la 1re classe et par la méthode inductive en 2e et 3e.

L'auteur de ce rapport préfèrerait voir recommander partout la rigueur scientifique dans la mesure du possible en tenant compte de l'âge, des facultés, de la préparation des élèves, et en rapprochant l'enseignement de la réalité objective pour fixer par des exemples et des expériences les principaux faits géométriques dans la mémoire des élèves.

Dans une seconde partie M. Conti signale les vœux de réformes émis par les milieux compétents. Nous relevons tout particulièrement celui qui consiste à prolonger les études d'un an et à répartir l'instruction en deux cycles, le premier étant consacré uniquement à la culture générale, tandis que le second serait destiné spécialement à la préparation professionnelle.

Pour ce qui concerne la préparation des maîtres à l'école normale, nous renvoyons le lecteur au rapport du professeur S. Pincherle. (Voir *L'Enseignement mathématique,* numéro de mars 1912).

Observations et propositions relatives à l'enseignement des mathématiques dans les écoles élémentaires, moyennes et normales.

Osservazioni e proposte circa l'insegnamento della matematica nelle scuole elementari, medie e di magistero. Relazione di A. Padoa Prof. nel R. Instituto tecnico di Genova (1 fasc. de 22 p.).

L'auteur se propose d'examiner les critères qui devraient présider à la détermination des programmes et des méthodes d'enseignement dans les différentes écoles en les subordonnant au but de chacune d'elles.

1. — Lorsqu'une école sert de préparation à une autre, ce sont les maîtres de la seconde qui devraient établir le programme minimum à étudier dans la première, et il ne faudrait guère s'écarter de ce minimum.

Par exemple, les maîtres de l'enseignement secondaire demandent à l'école primaire d'habituer les élèves à exécuter avec assurance et rapidité les opérations fondamentales sur les nombres entiers et décimaux, et de bien les habituer au calcul mental, mais ils retrancheraient du programme primaire la géométrie, les mesures de volume, etc., dont l'introduction prématurée ne peut que décourager les enfants.

2. — On pourrait craindre qu'avec un programme ainsi appauvri l'école élémentaire ne remplisse pas son rôle de préparation aux plus humbles manifestations d'activité agricole, industrielle ou commerciale, mais il y a lieu de remarquer qu'elle ne le remplit pas non plus avec le programme actuel, il faudrait la compléter (pour ceux qui n'étudieront pas davantage) par des écoles professionnelles inférieures diversement spécialisées.

3. — A l'Ecole Moyenne les mathématiques devraient être enseignées en trois cours successifs : *préparatoire*, — *déductif*, — *complémentaire*.

Les deux premiers, de 3 ans chacun, devraient être communs à toutes les divisions de l'école moyenne, tandis que le programme et la durée du 3e devraient varier pour se conformer aux exigences des différentes divisions.

4. — Au cours *déductif* qui doit former le noyau de la culture mathématique à l'*école moyenne*, on attribuerait le programme esquissé ci-dessous :

Arithmétique et Algèbre. — *Ire année*. Etude déductive complète des différentes espèces de nombres (du nombre naturel absolu au nombre rationnel relatif) et de leurs opérations.

Nombreux exercices de calcul littéral.

IIe année. La division de seconde espèce (déterminant le quotient et le reste) sur les nombres entiers absolus et sur les polynômes ordonnés suivant les puissances décroissantes d'une grandeur. Cas de divisibilité $x^m \pm a^m$ par $x \pm a$. Quotient et reste de la division d'un polynôme par $x \pm a$. Les nombres naturels considérés comme polynômes, justification des règles pour effectuer les opérations fondamentales. Changement de base de numération. Dépendances des critères de divisibilité et de la base. Nombres premiers. Théorie du P. G. C. D. et du P. P. C. M.

IIIe année. Nombres décimaux et fractions génératrices. Nombres irrationnels, nombres complexes. Extraction de la racine carrée avec une approximation donnée. Calcul des radicaux.

Théorie complète des équations du second degré à une inconnue.

5. — Comme ce programme exige plus de maturité intellectuelle que de préparation spéciale, on utilisera le cours *préparatoire* à habituer les élèves au calcul arithmétique, ils devront y acquérir beaucoup d'assurance et de rapidité.

Voici un schéma du programme qu'il faudrait parcourir uniquement par des exercices, par des problèmes nombreux et faciles.

Ire année. Règles pratiques de divisibilité. Notions sur les nombres premiers. Recherche du P. G. C. D. et du P. P. C. M, par les deux méthodes. Transformation de fractions et de nombres fractionnaires. Somme de fractions. Différence de deux fractions. Produit et quotient d'une fraction par un entier.

IIe année. Transformation de fraction ordinaire en fraction décimale et inversement, fractions périodiques. Extraction de racine carrée. Proportions, recherche de la quatrième proportionnelle, de la moyenne proportionnelle.

IIIe année. Nombres négatifs, application à la détermination d'un point sur une droite puis au thermomètre, dettes et crédits, gains et pertes, etc. — Addition et soustraction de nombres de mêmes signes et de signes contraires.

Usage des lettres pour résumer en formules les règles apprises dans le cours d'arithmétique pratique.

Durant tout ce cours le maître ne donnera pas de démonstrations rigoureuses, mais seulement des explications intuitives qu'il ne fera pas répéter aux élèves, ceux-ci devront seulement faire des exercices, répéter les règles et résoudre des problèmes.

6. — C'est à propos du programme de *Géométrie* que l'auteur s'écarte le plus de la tradition.

A cause de l'impénétrabilité de la matière, le « mouvement » ne permet pas toujours de constater l'égalité géométrique, par exemple le sculpteur qui veut constater l'identité de la statue qu'il vient de prendre dans le marbre et du modèle qu'il devait copier vérifiera, à l'aide du compas d'épaisseur, que les paires de points de la statue et du modèle sont superposables.

L'auteur n'accepte que le système de définitions géométriques dans lequel on ne considère comme éléments primitifs que les points et la *relation d'égalité entre paires de points.*

Il a démontré en 1900 la suffisance de ce système qui a reçu de notables développements dans les récents mémoires de G. Peano, B. Levi et M. Pieri.

7. — Cette méthode, nécessairement *fusionniste,* supprime l'ancienne subdivision de la Géométrie en Planimétrie et Stéréométrie, pour lui substituer une répartition basée sur les *relations* que les figures présentent.

Projet de programme pour le cours *déductif. — Ire année.* Conception d'égalité géométrique. Idées primitives. Définitions. Postulats. Conditions d'égalité. Relations mutuelles de position (perpendicularité et parallélisme de droites et de plans, points communs à des droites, des circonférences, des plans, des surfaces sphériques, etc.). Constructions géométriques fondamentales. Propriétés des triangles et trièdres, des parallélogrammes et parallélipipèdes, des polygones et polyèdres réguliers.

IIe année. Théorie de l'équivalence des polygones et des polyèdres. Théorie euclidienne des proportions entre grandeurs. Conception générale de similitude et application aux polygones et polyèdres. Transformation d'une proportion entre segments en équivalence de rectangles et inversement, application à l'énoncé des deux manières possibles et à la démonstration de quelques propositions (perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit sur l'hypoténuse ; sécantes et tangentes, etc.).

IIIe année. Définition de la longueur de la circonférence comme grandeur intermédiaire entre les périmètres des polygones inscrits et circonscrits ; et de même surface d'un cylindre, d'un cône. Aire d'un cercle, volume d'un cylindre, d'un cône.

Surface et volume de la sphère. Théorie de la mesure.

Les fonctions sinus, cosinus, tangente, les égalités $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; $\sin \alpha : \cos \alpha = \operatorname{tg} \alpha$.

Relations trigonométriques dans le triangle rectangle. Théorème du sinus.

8. — Lorsque plusieurs propositions successives se démontrent de la même manière, on pourra se contenter de demander aux élèves la démonstration de la première, mais il serait utile que le livre de texte contienne néanmoins toutes les démonstrations pour que les élèves ne soient pas tentés de considérer comme postulats certaines de ces propositions.

9. — La tâche de l'enseignement géométrique *préparatoire* sera de développer l'intuition géométrique, de faire saisir l'idée d'égalité, de familiariser l'élève avec les mouvements géométriques fondamentaux (translation, rotation) et avec les faits géométriques qu'il retrouvera comme postulats. Tout cela à l'aide du dessin (sur papier blanc et quadrillé) ; à l'aide de papier plié, découpé, etc.

Pour que cette tâche de l'enseignement préparatoire puisse être efficacement remplie, il faut que le maître de ce cours soit celui du cours déductif. La cohésion est plus nécessaire entre le cours préparatoire et le cours déductif d'une même branche qu'entre l'arithmétique et la géométrie dans un même cours.

Il faut que le professeur puisse subordonner son enseignement du cours préparatoire aux exigences du cours déductif.

Le cours préparatoire ayant ainsi reçu une tâche déterminée ne pourra plus servir de préparation aux écoles professionnelles de deuxième degré, ni former à lui seul une petite école de culture générale, ces deux derniers rôles devant être dévolus à d'autres établissements.

10. — Les élèves de toutes les tendances auraient reçu le même enseignement au cours *préparatoire* et au cours *déductif*, tandis qu'il existerait un programme particulier pour le cours *complémentaire* dans chacun des trois lycées : classique, — moderne, — scientifique.

11. — Durant la 1re année, les élèves du lycée *classique* n'étudieront pas de mathématiques, mais ils en auraient 2 heures par semaine durant la seconde année (dans la dernière classe, la 8e).

L'enseignement serait philosophique, il faudrait examiner les principes de l'arithmétique et de l'algèbre, analyser la formation des premiers concepts, observer l'enchaînement des définitions, faire comprendre que les postulats sont nécessaires, mais aussi ce que leur choix a de relativement arbitraire. En reprenant quelques démonstrations caractéristiques on pourrait faire sentir la valeur et la beauté de la méthode déductive. Il faudrait ajouter quelques renseignements historiques.

12. — Depuis quelques années des expressions, des symboles que les mathématiciens avaient seuls utilisées jusqu'alors sont entrés dans tous les domaines et sont devenus nécessaires aux biologistes, aux économistes, etc. C'est pour cette raison que le cours complémentaire au lycée *moderne* devra (en 2 ans et 2 heures par semaine) familiariser les élèves avec les notions de *fonction, correspondance, limite, probabilité*, etc. On leur enseignera les premiers principes de la géométrie analytique, du calcul différentiel et intégral.

13. — Au lycée *scientifique* le cours complémentaire comprendrait 4 h. durant deux ans.

Le programme, à la détermination duquel les professeurs de l'Université devraient collaborer, contiendrait une partie *obligatoire* :

Théorie des nombres irrationnels. Théorie et usage des logarithmes, progressions. Equations et systèmes d'équations réductibles au 2e degré. Trigonométrie plane et sphérique. Application de l'algèbre et de la trigonométrie à des problèmes géométriques.

Et une partie *facultative*, au choix du maître : Fractions continues. Calcul combinatoire, puissance d'un binôme. Probabilité. Analyse indéterminée. Maxima et minima. Eléments de la géométrie du triangle. Plans, axes, centres radicaux. Géométrie de la sphère. Sections coniques.

14. — Les élèves des écoles *normales* devraient suivre aussi le cours préparatoire et le cours déductif, puis dans un cours complémentaire examiner les programmes de l'école élémentaire, commenter et comparer des manuels, préparer des séries d'exercices, donner des leçons, etc.

Tout cet enseignement devrait être confié au maître de mathématiques plutôt qu'à celui de pédagogie.

Eug. CHATELAIN (La Chaux-de-Fonds).

SUISSE

Ecoles supérieures de jeunes filles. — Ecoles normales primaires Ecoles modernes

Le fascicule 3 de la Sous-commission suisse de l'enseignement mathématique contient 3 rapports :

I. *Der mathematische Unterricht an den höheren Mädchenschulen der Schweiz.* (35 p.) Dr S. E. Gubler (Zürich).

II. *Der mathematische Unterricht an den Lehrer-und Lehrerinnenseminarien der Schweiz* (32 p.) F. R. Scherrer (Küsnacht).

III. *Organisation und Methodik des mathematischen Unterrichts in den Landerziehungsheimen* (41 p.) Dr K. Matter (Frauenfeld).

Nous donnons un compte rendu succinct de ces trois rapports :

I. *L'enseignement mathématique dans les écoles supérieures de jeunes filles en Suisse.* — M. Gubler a réuni des renseignements relatifs à l'enseignement moyen, c'est-à-dire aux classes qui font suite aux écoles primaires et secondaires, abstraction faite des écoles normales dans les cas où elles constituent des établissements distincts. Elles sont alors étudiées dans le rapport de M. Scherrer.

M. Gubler a tenu compte dans son rapport, soit des réponses à un questionnaire envoyé par la Sous-commission suisse, soit des renseignements qu'il a obtenus directement des directeurs des établissements considérés.

Chaque canton étant autonome au point de vue de l'instruction, la diversité des organisations, des buts poursuivis, ou le manque de but et le rôle restreint donné aux mathématiques ont amené l'auteur à traiter la question sous une forme assez succincte. Il présente seulement les traits saillants communs à la majorité des écoles supérieures de jeunes filles. M. Gubler envisage d'abord la question au point de vue général, soit la place occupée par les écoles supérieures de jeunes filles dans l'organisation scolaire cantonale en Suisse et le but de ces écoles pour les principaux cantons. Enfin dans le 3me chapitre il aborde l'étude de l'enseignement mathématique dans la section de culture générale, les sections normales, gymnasiales et commerciales et donne comme exemple quelques plans d'études mathématiques; ceux-ci sont trop souvent plus restreints que ceux des établissements correspondants de jeunes gens. Relativement aux examens l'auteur reproduit les remarques qui lui ont été transmises. La fin du rapport est consacrée aux méthodes d'enseignement et à des remarques générales.

II. *L'enseignement mathématique dans les écoles normales de jeunes gens et de jeunes filles en Suisse.* — M. Scherrer donne un aperçu des relations diverses entre la Confédération et les cantons au sujet de l'instruction à ses différents degrés.

Au point de vue de l'organisation des écoles normales, il existe dans un grand nombre de cantons des écoles normales préparant le corps enseignant pour les écoles primaires, dans quelques-uns ce ne sont que des sections dans l'école moyenne, appelées sections pédagogiques ou de séminaire Il y a également à côté de ces établissements des écoles normales privées généralement avec une couleur confessionnelle. L'âge d'entrée dans les écoles normales varie entre 14 et 16 ans et la durée de scolarité entre 3 et 4 ans, de sorte que l'âge moyen de sortie est 19 ans.

Les plans d'études de ces établissements accusent des différences considérables spécialement pour les mathématiques. Tandis que les uns n'atteignent même pas le niveau mathématique d'une bonne école secondaire, d'autres peuvent parfaitement lutter avec les gymnases. Le nombre des heures affecté à l'enseignement des branches mathématiques : mathématiques pures, arpentage, étude des projections, du dessin technique et géométrique, géographie mathématique, arithmétique commerciale et comptabilité, oscille entre 10 et 28 heures par semaine avec une moyenne de 19,36 pour l'ensemble des établissements. Elle est de 22,125 pour les institutions normales pour jeunes gens ou de coéducation, tandis qu'elle n'est que de 11,6 pour les écoles normales pour institutrices.

La comparaison des plans d'études permet de distinguer 3 types d'écoles normales.

1) Celles où l'on se borne à répéter le programme de l'école primaire et à enseigner son application méthodique.

2) Celles où les mathématiques sont à peu près celles des gymnases, c'est-à-dire sont considérées comme une partie intégrante de l'instruction générale, mais en appuyant sur l'arithmétique pratique et le calcul mental.

3) Celles où l'enseignement mathématique est poussé plus loin que ne l'exigerait le programme à enseigner ultérieurement. Il n'y a encore qu'une faible moitié des écoles normales qui ait introduit la notion de fonction et la représentation graphique.

Un chapitre est réservé aux méthodes d'enseignement, un autre aux examens qui sont soit des examens de promotion, soit des examens de capacité. Enfin dans le dernier chapitre M. Scherrer traite la question de l'instruction nécessaire au corps enseignant des écoles normales et du développement de leur culture générale.

III. *L'organisation et la méthodologie dans l'enseignement mathématique des écoles nouvelles* (Landerziehungsheime). — Ces écoles ont pour caractère principal d'attacher une importance considérable au rôle *éducatif* de l'école, celle-ci ne doit pas, comme autrefois, s'occuper uniquement du côté intellectuel, mais développer simultanément le corps, l'esprit et l'âme, donner dans toute l'acception du mot une *éducation complète*.

Les écoles de ce genre, en Suisse, sont les imitations plus ou moins directes des établissements similaires allemands, aussi M. Matter commence-t-il par exposer brièvement ce qui concerne les trois établissements allemands appelés « Lietzschen Landerziehungsheime » du nom de leur fondateur le Dr Hermann Lietz. Ce sont : celui de Ilsenburg am Harz (3 classes inférieures 11 à 13 ans) créé en 1898 ; celui de Haubinda in Thüringen (3 classes moyennes 14 à 16 ans) ouvert en 1901 et celui de Bieberstein in der Rhön (3 classes supérieures, 17 à 19 ans) établi en 1904. Il existe en Allemagne toute une série d'autres Landerziehungsheime qui s'éloignent plus ou moins de ceux de M. Lietz et auxquels sur la proposition de M. Klein, M. Matter a consacré un chapitre de ce rapport.

En Suisse le plus ancien et le plus complet de ces instituts est celui de de Glarisegg à Steckborn au bord du lac de Constance, fondé en 1902 par les Drs Frei et Zuberbühler sur le modèle de ceux du Dr Lietz (7 classes, élèves de 12 à 19 ans). Les principaux parmi les autres sont ceux de Hof Oberkirch à Uznach (St-Gall) fondateur, M. Tobler, 1906 et celui du château de Kefikon près Frauenfeld établi par M. Bach, inspecteur scolaire, 1906.

Depuis 1906 il s'est créé en Suisse romande des « écoles nouvelles » sur des principes sensiblement analogues, soit celle du Dr Vittoz à Chailly-sur-Lausanne, soit l'Ecole nouvelle de la Châtaignerie-sur-Coppet, de M. E. Schwarz-Buys. Enfin il existe plusieurs écoles avec direction médicale pour les enfants physiquement ou intellectuellement anormaux.

Pour les mathématiques les plans d'études des écoles considérées sont presque équivalents à ceux des écoles cantonales quant aux matières enseignées, les méthodes par contre sont notablement différentes, l'attention est portée beaucoup plus sur le développement général permettant l'application des connaissances acquises que sur l'acquisition de connaissances théoriques nombreuses. La méthode inductive est employée à tous les degrés. Les travaux pratiques jouent un rôle prépondérant dans toutes les branches scientifiques. Il n'y a pas d'examen au sens ordinaire du mot. Les élèves sortant de ces établissements et désirant poursuivre leurs études sont obligés de subir soit l'examen d'admission à l'Ecole polytechnique fédérale, soit celui de maturité fédérale soit encore un de ceux de maturité cantonale.

Le corps enseignant de ces écoles a besoin non seulement de connaissances solides, mais aussi de tact et d'un idéal pédagogique très élevé.

M. Matter termine par des considérations sur les réformes à effectuer dans l'enseignement mathématique des écoles moyennes en Suisse.

Dans le cours de son rapport, M. Matter a intercalé un supplément par M. Wunder, relatif à l'enseignement des sciences naturelles dans l'école de Bieberstein.

R. Masson (Genève).

Cours universitaires; semestre d'été 1913.

BELGIQUE (suite) [1]

Bruxelles (suite). — P. Stroobant : Astronomie sphérique et astronomie mathématique, 2.

Liège. — J. Deruydts : Equations différentielles, 3 ; Formes algébriques, 2. — J. Fairon : Géométrie analytique générale, 2. — L. Meurice : Déformation et cinématique des milieux continus, hydrodynamique et théorie des tourbillons, 3. — C. Le Paige : Compléments de mécanique analytique et mécanique céleste, 2. — P. De Heen : Théorie gyrostatique de l'électricité, 1 ; Travaux pratiques de physique, 4.

Louvain. — C. de la Vallée-Poussin : Fonctions d'une variable complexe, 1 ; Fonctions elliptiques, 1 ; Equations aux dérivées partielles non linéaires, 1 ; Méthodologie mathématique, 2 ; Histoire des sciences, 1. — G. Verriest : Formes binaires, 1. — E. Pasquier : Dynamique des solides, 2, Perturbations des planètes, 3. — A. de Hemptinne : Dissolutions, dissociation électrolytique, loi du rayonnement et théorie des Quanta, 1. — *a.* — Demanet : Electricité et magnétisme, 1.

[1] Non compris les cours des deux premières années ni les cours des écoles techniques annexées aux Universités.