

II L'ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT DU CALCUL DES DÉRIVÉES ET DES FONCTIONS PRIMITIVES DANS LES LYCÉES DE FRANCE ET SUR LES RÉSULTATS OBTENUS

Autor(en): **Bioche, Ch.**

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **16 (1914)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

II

L'ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT DU CALCUL DES DÉRIVÉES ET DES FONCTIONS PRIMITIVES DANS LES LYCÉES DE FRANCE ET SUR LES RÉSULTATS OBTENUS

Rapport présenté à la séance du 2 avril 1914.

PAR

Ch. BIOCHE

Professeur au Lycée Louis-le-Grand (Paris).

Ce rapport doit compléter ce qui a été exposé dans les volumes publiés en 1911 par la Sous-commission française, et ce qui a été répondu à M. le Rapporteur Général pour la question A. Je me trouverai obligé de reprendre un certain nombre de choses déjà dites pour éviter de renvoyer à des textes dispersés ; mais je serai aussi bref que possible, des explications complémentaires pouvant être données au cours de la discussion.

1. — Si on néglige quelques faits exceptionnels que j'ai signalés dans le rapport intitulé : « Sur la place et l'importance des mathématiques dans l'enseignement secondaire en France », on peut dire qu'avant 1902 les dérivées étaient réservées au cours d'enseignement supérieur ou à ceux de la classe dite de *Mathématiques spéciales*.

En 1902, la notion de dérivée a été introduite dans l'enseignement secondaire proprement dit ; le programme de *Seconde C* et *D* (élèves de 14 à 15 ans) contenait cet article :

« Notion de la dérivée ; signification géométrique de la dérivée. Le sens de la variation est indiqué par le signe de la dérivée ; application à des exemples numériques très simples. »

En 1912, les notions sur les dérivées ont été supprimées du programme de *Seconde* et reportées en *Première*. Voici en entier le programme actuel de *Première C* et *D* :

« Equation et trinôme du second degré. Exemples numériques où la variable peut être une ligne trigonométrique. Notion de la dérivée ; signification géométrique de la dérivée, le signe de la dérivée indique le sens de la variation ; application à la variation des fonctions

$$\frac{ax + b}{a'x + b'}, \quad ax^2 + bx + c \quad ax + b + \frac{c}{x}$$

et à la variation de de la fonction

$$ax^3 + bx^2 + cx + d$$

où les coefficients sont numériques.

« Etude d'un mouvement rectiligne, uniforme ou uniformément varié. Définition de la vitesse et de l'accélération dans le mouvement rectiligne par les dérivées. »

On voit que le programme précise les fonctions simples auxquelles on doit se borner dans la classe de première. Pour ces fonctions l'expression $F(x+h) - F(x)$ contient explicitement h en facteur; on peut donc simplifier le quotient $\frac{F(x+h) - F(x)}{h}$ et obtenir une expression qui a une valeur bien déterminée lorsqu'on y fait $h = 0$.

Dans la classe de *Mathématiques*, où entrent les élèves¹, après avoir subi une première série d'épreuves, pour se préparer à la seconde série du baccalauréat, on est conduit à des dérivées pour le calcul desquelles intervient la notion de limite; on établit, par exemple, que le rapport du sinus à l'arc tend vers 1 quand l'arc tend vers 0, ce qui se fait facilement en montrant que

$$\cos x < \frac{\sin x}{x} < 1$$

il y a donc à ce point de vue une différence bien nette entre les dérivées considérées en *Première* et celles qui sont réservées pour la classe de *Mathématiques*. Voici la partie du programme qui est relative aux dérivées et aux fonctions primitives :

« Dérivées d'une somme, d'un produit, d'un quotient, de la racine carrée d'une fonction, de $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$.

Application à l'étude de la variation, à la recherche des maxima et minima de quelques fonctions simples, en particulier des fonctions de la forme

$$\frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}, \quad x^3 + px + q$$

où les coefficients ont des valeurs numériques.

Dérivée de l'aire d'une courbe regardée comme fonction de l'abscisse (on admettra la notion d'aire). »

Je dois citer une note précisant l'esprit de l'enseignement des matières précédemment énumérées. « Le professeur laissera de côté toutes les questions subtiles que soulève une exposition rigou-

¹ La limite d'âge pour la première partie du baccalauréat est 16 ans; cependant les élèves approchant de cette limite obtiennent facilement une dispense d'âge.

reuse de la théorie des dérivées ; il aura surtout en vue des applications et ne craindra pas de faire appel à l'intuition.

Je crois devoir mentionner la classe de *Mathématiques spéciales* sans donner ici beaucoup de détails, parce que cette classe n'a pas d'analogue dans l'enseignement moyen en dehors de la France. En *Mathématiques spéciales* on introduit la rigueur dans les questions de limites ; les nombres incommensurables sont définis au moyen de la notion de coupure ; on étudie les infiniments petits ; on emploie la notation différentielle de Leibniz ; on fait la théorie logique de l'intégrale définie avec de nombreuses applications géométriques et mécaniques ; on donne des propriétés fondamentales des séries entières¹ ; on intègre certaines équations différentielles : équations du premier ordre où les variables se séparent, équations différentielles linéaires du premier ordre, équations linéaires du deuxième ordre à coefficients constants.

2. — L'introduction des dérivées dans l'enseignement élémentaire telle qu'elle résulte de ce que je viens de dire, a donné dans l'ensemble de bons résultats. La notion de dérivée, quand on évite les subtilités logiques, semble très accessible aux élèves ; ceux-ci s'intéressent aux applications et arrivent facilement à étudier des fonctions simples. Je cite pour préciser des types de questions qui ont été traitées par des élèves de lycées, et qui semblent bien correspondre à ce qu'on peut demander à ceux-ci.

I. Devoir donné dans une classe de 1^{re} C (élèves de 15 à 16 ans).

Etudier les variations de la fonction

$$y = x^3 - 2x^2 + x + 1$$

et construire la courbe représentative. Dire combien l'équation $y = m$ admet de racines, m désignant un nombre donné quelconque.

II. Composition donnée dans une classe de *Mathématiques* (16 à 17 ans) [durée de la composition : 2 heures et demie.]

On considère le solide formé par un cône SAA' et un cylindre ABB'A' ayant la même longueur de génératrice $SA = AB = a$.

Soit x la hauteur SH du solide.

1° Exprimer le volume V du solide au moyen de a et de x .

2° Trouver pour quelles valeurs de x le volume V est maximum.

Calculer ce maximum en Hectolitres dans le cas où $a = 1^m$.

3° Construire la courbe qui représente les variations de la fonction

$$y = \frac{3V}{\pi a^3}$$

en représentant a par l'unité de longueur graphique.

¹ La théorie des séries entières permet d'éviter les complications qu'entraînait la considération du reste, pour le développement de certaines fonctions d'après la formule de Taylor.

Par exemple, pour développer $L(1+x)$, on considère maintenant le développement de $\frac{1}{1+x}$ et on intègre.

4° Calculer l'aire comprise entre la courbe et la corde, joignant le point d'abscisse 1 au point d'abscisse 2.

5° Dédire de la considération de la courbe combien il y a de valeurs de x pour lesquelles y reprend une valeur donnée. Calculer les valeurs de x qui correspondent à $y = 3$.

3. — Beaucoup de formules de mécanique ou de physique peuvent se démontrer maintenant dans les classes des lycées sans qu'on ait besoin de recourir aux procédés ingénieux, mais souvent bien compliqués ou artificiels, qu'on était obligé d'employer autrefois. On trouvera l'opinion des professeurs exprimée dans la lettre dont je vais donner des extraits. Cette lettre est de mon excellent collègue M. Wallon, professeur au Lycée Janson de Sailly, Président de l'Union des Physiciens ; celui-ci a bien voulu, avant de m'écrire, prendre l'avis de ses collègues constituant le bureau de l'Union, de sorte que le témoignage de M. Wallon a une autorité toute particulière.

« Nous nous sommes trouvés d'accord pour penser que l'introduction dans l'enseignement secondaire des notions élémentaires de calcul différentiel et intégral, nous avait rendu service et pour en souhaiter le maintien. Tel de nos collègues qui est, en même temps que d'un cours dans un lycée de Paris, chargé dans un lycée de jeunes filles de conférences complémentaires, nous signalait qu'à ces jeunes filles il était obligé, pour les besoins de son enseignement, de donner ces notions élémentaires. Et tous ceux d'entre nous qui ont eu autrefois à faire, en *Mathématiques élémentaires* par exemple, quelques leçons de mécanique, se trouvaient dans la même obligation ; seulement il leur arrivait souvent de ne pas appeler les choses par leur nom ! Il fallait bien tout de même montrer aux élèves, dans l'étude du mouvement uniformément varié, que l'équation donnant les vitesses en fonction du temps et l'équation donnant les distances à l'origine se déduisaient nécessairement l'une de l'autre ! Et je pourrais citer d'autres exemples.

« Il est certainement avantageux pour nous, de trouver nos élèves capables d'utiliser dans les cas, simples d'ailleurs, où nous en avons besoin avec eux, les méthodes de calcul dont il est question. Les comprennent-ils bien ? Ceci est autre chose, mais je puis dire que nous les y aidons, et nous pouvons, à cet égard, invoquer leur témoignage même ; nous leur fournissons, en effet, l'occasion d'appliquer à des choses concrètes, des notions un peu bien abstraites.

« Vous le voyez, l'avis de nos collègues est tout à fait favorable au maintien dans les programmes de ces notions sommaires qui ne nous paraissent pas d'ailleurs, pour des élèves de cet âge, présenter des difficultés sérieuses. »

Je vais maintenant exposer ce qui me semble être *l'opinion générale des professeurs de Mathématiques*, (opinion qui s'accorde

bien avec celle de leurs collègues de physique), de façon à formuler la *conclusion* de ce rapport.

Pour donner de bonnes habitudes aux élèves, il semble utile de ne pas faire commencer l'enseignement des dérivées au moment même où l'on donne les premières notions sur les fonctions. On constate en effet, souvent, que les élèves ont trop facilement tendance à s'imaginer qu'une fonction ne peut être étudiée sans qu'on n'ait besoin d'employer la dérivée. Cet abus ne se manifeste pas seulement dans les classes de l'enseignement secondaire, car on en trouve bien des exemples dans des concours où les concurrents ne sont plus des débutants en Mathématiques. L'introduction des dérivées dans le programme de *Seconde* telle qu'elle a été faite en 1902 a été, dès cette époque, jugée quelque peu prématurée par bien des professeurs. La modification apportée en 1912 et qui consiste à ne donner les notions sur les dérivées qu'à partir de la classe de *Première* conduit à un plan d'études qui se trouve bien gradué; les trois années, à partir du début du deuxième cycle, sont en effet nettement caractérisées.

I. — En *Seconde*, âge de 14 à 15 ans, les élèves doivent étudier directement des fonctions simples

$$ax + b \quad ax^2 + bx + c \quad \frac{ax + b}{a'x + b'}$$

et se familiariser avec les notions de variation et de représentation graphique.

II. — Ces notions acquises facilitent l'exposition donnée en *Première* des principes essentiels de la théorie des dérivées en faisant appel à l'intuition et en se bornant à des cas simples précisés au programme.

III. — En *Mathématiques* le champ d'études s'élargit encore; à ce moment les élèves arrivent facilement à pouvoir traiter les applications simples qui se rencontrent dans les problèmes de mécanique ou de physique; par exemple, dans ma classe de *Mathématiques*, je discute les différentes formes que peut prendre la courbe correspondant à l'équation de Van der Waals et j'établis la formule qui donne le moment d'inertie d'une sphère par rapport à un diamètre; mon collègue de physique traitant dans son cours les questions correspondantes, relatives à la théorie des gaz et au pendule composé.

En résumé, il semble bien établi que l'introduction de notions élémentaires de calcul différentiel et intégral dans l'enseignement secondaire présente de grands avantages si ces notions sont introduites graduellement et si on utilise le plus tôt possible les notions acquises pour des applications pratiques.