

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 16 (1914)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Buchbesprechung:** V. Volterra. — Leçons sur les fonctions de lignes, professées à la Sorbonne en 1912. recueillies et rédigées par J. Pérès. — 1 vol. in-8° de vi-230 p. et 7 figures ; 7 fr. 50 ; Gauthier-Villars, Paris.

**Autor:** Buhl, A.

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 06.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Pour s'en rendre compte, il suffit de lire l'article inséré récemment dans ce journal<sup>1</sup> et dans lequel M. Tikhomandritzky indique lui-même en quoi son volume diffère de tous ceux qui ont été publiés jusqu'ici sur le même sujet.

Voici, d'après la table des matières, le contenu du livre :

Chap. I. Propriétés d'une fonction implicite définie par une équation algébrique irréductible.

II. Sur les fonctions rationnelles de la variable indépendante  $x$  et de sa fonction implicite  $y$  définie par une équation algébrique irréductible.

III. Réduction des intégrales abéliennes aux intégrales des trois espèces ; les propriétés caractéristiques des intégrales de chaque espèce.

IV. Fonctions primaires. Relations entre les périodes des intégrales.

V. Expression d'une fonction rationnelle de  $x$  et  $y$ , uniforme sur la surface de Riemann, par les fonctions primaires. Théorème d'Abel.

VI. Le problème de Jacobi. — VII. Les fonctions thêta.

L'ouvrage se termine par une planche relative aux surfaces de Riemann.

L'intérêt que présente le livre de M. Tikhomandritzki est donc considérable. On peut être assuré qu'il sera beaucoup lu et beaucoup étudié. Seule l'imperfection de la langue risquerait de rebuter un peu, si les résultats mis par le savant russe à la portée de tous ne rendaient bien vite le lecteur indulgent. Les fautes grammaticales et de style sont nombreuses, mais il sera facile de les faire disparaître dans une autre édition.

Gustave DUMAS (Lausanne).

V. VOLTERRA. — **Leçons sur les fonctions de lignes**, professées à la Sorbonne en 1912, recueillies et rédigées par J. Pérès. — 1 vol. in-8° de vi-230 p. et 7 figures ; 7 fr. 50 ; Gauthier-Villars, Paris.

Ce volume fait suite aux *Leçons sur les équations intégrales et intégrales différentielles* déjà publiés par M. Volterra dans la collection de monographies de M. Borel, et analysées par l'*Enseignement mathématique* (t. XV, 1913, p. 447).

Ce nouvel exposé atteint à une simplicité et à une profondeur telles qu'il en est presque déconcertant. On peut croire que les chapitres scientifiques dont il s'agit ne sont nés que tout récemment, parmi les conceptions de géomètres comme MM. Hadamard, Fredholm ou Volterra lui-même ; peut-être accorderait-on aussi qu'on en trouve différents germes chez un Poincaré. Croire cela serait faire montre d'un esprit peu philosophique et c'est en Archimède que M. Volterra voit le proto-créateur des méthodes infinitésimales, en allant jusqu'à comprendre dans celles-ci tout ce qui se rapporte à l'idée moderne de fonctionnalité et de variation continue. En une vingtaine de pages préliminaires, nous voyons, en effet, comment les développements modernes des méthodes infinitésimales se placent avec une admirable continuité à la suite des méthodes primitives mais déjà infinitésimales du célèbre géomètre de Syracuse.

Les fonctions de lignes n'apparaissent pas seulement d'une manière immédiate sous forme de quantités variables, de par la variation d'une courbe  $y = f(x)$  ; elles se rattachent aussi à de certaines quantités attachées elles-mêmes à des équations différentielles où  $f(x)$  peut être un coefficient transformable. On peut leur rattacher encore les substitutions où les coef-

<sup>1</sup> Sur l'enseignement de la théorie des intégrales abéliennes, *Enseignement mathématique*, t. XV, année 1913, p. 384.

ficients varient de manière continue. D'autre part la résolution des équations intégrales correspond à la théorie élémentaire des fonctions implicites. D'une manière tout à fait générale, M. Volterra fait ressortir qu'il n'y a pas de chapitre d'algèbre qui ne donne un chapitre de la nouvelle science quand le nombre des variables passe du fini à l'infini. Et il le fait avec une élégance telle qu'on est tout étonné de retrouver, en effet, le caractère algébrique des raisonnements, mais non le caractère sec et aride qui paraît souvent propre à l'algèbre et détourne de cette science beaucoup d'excellents mathématiciens.

De même, dans ces dernières années, les jeunes géomètres qui devaient absolument se mettre au courant des équations intégrales ont pu hésiter sur le point de vue à adopter. M. Volterra semblait plus général mais, si M. Fredholm était plus particulier, il était peut être plus simple et, par suite, il pouvait sembler plus commode de commencer par ce dernier. Or, en toute impartialité, il me semble bien que tous les avantages sont du côté de M. Volterra; on passera très facilement de ses équations intégrales à celles de M. Fredholm. L'inverse est possible, mais certainement moins simple.

Je ne puis indiquer ici tous les beaux problèmes que traite le célèbre géomètre italien; il les emprunte particulièrement aux phénomènes *héréditaires* qui dépendent non d'un seul instant passé mais d'une infinité d'instant formant un passé continu. Ce ne sont point des phénomènes construits pour illustrer une théorie; leur réalité physique est indéniable et continuellement rappelée. Ils peuvent donner lieu, dans le temps, à des controverses philosophiques analogues à celles soulevées, dans l'espace, par les actions à distances. Le corps qui dépend d'un temps passé est comparable à celui qui dépend d'une région éloignée de l'espace. Ces quelques lignes suffiront à montrer le prodigieux intérêt que l'ouvrage aura certainement pour les géomètres, les physiciens et les philosophes. A. BUHL (Toulouse).

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

### 1. Publications périodiques :

**Annali di Matematica.** Série III, tome XXI. Alla memoria di LAGRANGE nel centenario della sua Morte. — E. J. WILCZYNSKI : Ricerche geometriche intorno al problema dei tre corpi. — H. HAHN : Ueber die Abbildung einer Strecke auf ein Quadrat. — P. KœBE : Das Uniformisierungstheorem und seine Bedeutung für Funktionentheorie und nichteuklidische Geometrie. — M. W. STEKLOFF : Sur une formule générale d'analyse et ses diverses applications. — A. R. FORSYTH : The range of minimal surfaces providing a minimum area. — S. PINCHERLE : Sull'operazione aggiunta di Lagrange. — M. C. CARATHÉODORY : Sur les points singuliers du problème du Calcul des Variations dans le plan. — E. E. LEVI : Sui criterii sufficienti per il massimo e per il minimo nel Calcolo delle Variazioni. — F. SCHUR : Ueber die berührenden Strahlennetze einer Strahlenkongruenz. — E. BOREL : Sur la théorie des résonateurs et la discontinuité des solutions de certains systèmes différentiels. — C. STÉPHANOS : Sur une propriété caractéristique des déterminants. — H. LAMB : On Some Cases of Wave-Motion on Deep Water. —