I. — Les nombres premiers. — Méthode de formation.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **17 (1915)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

un transporteur; il n'a donc pas droit au titre de *vecteur*. On devrait l'appeler par exemple *recteur;* seuls le quaternion et le glisseur sont des *vecteurs*. Mais comme le mot quaternion ne se justifie que par une décomposition en quatre termes

$$s + ix + jy + kz$$

qui n'a rien de fondamental dans la théorie, on pourrait appeler le quaternion-droit un *verseur-droit;* le quaternion, un *verseur ;* le vecteur-glisseur, un *glisseur*.

Il n'y aurait ainsi plus la moindre équivoque possible.

Quant au biquaternion, ce serait un *verseur-glisseur* ou bien un *glisseur-verseur;* on pourrait aussi l'appeler un *visseur*.

LES NOMBRES PREMIERS DÉCOMPOSITION D'UN NOMBRE EN SES FACTEURS PREMIERS

PAR

H. E. Hansen (Copenhague).

I. — Les nombres premiers. — Méthode de formation.

Tout nombre de la suite des nombres entiers peut être représenté par une des formules

$$6n\,,\quad 6n \pm 1\,,\quad 6n \pm 2 \quad \text{et} \quad 6n + 3$$

quand on donne à n une valeur entière convenable.

On voit par là que tous les nombres qui ne sont pas divisibles par 2 ou par 3 seront représentés par les formules $6n + 1$ et $6n - 1$ seulement, et ainsi ces deux formules représenteront tous les nombres premiers impairs et tous les nombres composés impairs non divisibles par 3.

Si les deux formules représentent des nombres composés, il faut que la première d'entre elles puisse se former par multiplication des deux facteurs $6x+1$ et $6x_1+1$ ou $6x-1$ et $6x_1-1$; de même la dernière des formules susdites pourra être produite par les facteurs $6x-1$ et $6x_1+1$.

Il en résulte

$$6n+1=\begin{cases} 6[6xx_1+(x+x_1)]+1 & \text{(I)} \\ 6[6xx_1-(x+x_1)]+1 & \text{(II)} \end{cases}$$

$$6n-1= 6[6xx_1+(x-x_1)]-1\ . \qquad \text{(III)}$$

Supposons que $6n+1$ soit un nombre composé; il faut que l'un des deux crochets (I) ou (II) où x et x_1 sont des nombres entiers, soit égal au nombre n dans la suite des nombres, et d'un autre côté que chaque nombre n de celle-ci, qui se laissera décomposer d'après l'une de ces formules, produise un nombre composé de la forme $6n+1$. Si, cependant, le même nombre n ne se trouve pas décomposable d'après (III), alors le nombre $6n-1$ sera un nombre premier.

Si l'on a un nombre n décomposable d'après (III), mais non d'après (I) ou (II), on aura $6n-1$ comme nombre composé, tandis que $6n+1$ sera un nombre premier.

Enfin, pour un nombre n qui ne se laisse décomposer ni d'après (I) ou (II), ni d'après (III), $6n+1$ et $6n-1$ seront tous deux des nombres premiers.

Nous pourrons, par exemple, déterminer les nombres n dans l'intervalle 1 — 100, qui sont décomposables d'après (I), en cherchant les valeurs de $6xx_1+(x+x_1)$ pour les différentes valeurs de x et x_1.

Ainsi pour $x_1=\mathbf{1}$, $x=1, 2, 3, \ldots$ l'expression $6xx_1+(x+x_1)$ prend les valeurs 8, 15, 22, 29, 36, 43, 50, 57, 64, 71, 78, 85, 92, 99,

$x_1=\mathbf{2}$, $x=2, 3, 4, \ldots$ donne 28, 41, 54, 67, 80, 93,

$x_1=\mathbf{3}$, $x=3, 4, 5$, donne 60, 79, 98.

De la même manière on formera d'après (II) les valeurs de $6xx_1-(x+x_1)$.

$x_1=\mathbf{1}$, $x=1, 2, 3, \ldots$ donne 4, 9, 14, 19, 24, 29, 34, 39, 44, 49, 54, 59, 64, 69, 74, 79, 84, 89, 94, 99,

$x_1=\mathbf{2}$, $x=2, 3, 4, \ldots$ donne 20, 31, 42, 53, 64, 75, 86, 97,

$x_1 = \mathbf{3}$, $x = 3, 4, 5, 6$, donne 48, 65, 82, 99,

$x_1 = \mathbf{4}$, $x = 4$, donne 88.

A l'aide de (III) on procédera de même pour $6xx_1 + (x - x_1)$.

$x_1 = \mathbf{1}$, $x = 1, 2, 3, \ldots$ donne les valeurs 6, 13, 20, 27, 34, 41, 48, 55, 62, 69, 76, 83, 90, 97,

$x_1 = \mathbf{2}$, $x = 1, 2, 3, \ldots$ donne 11, 24, 37, 50, 63, 76, 89,

$x_1 = \mathbf{3}$, $x = 1, 2, 3, \ldots$ donne 16, 35, 54, 73, 92,

$x_1 = \mathbf{4}$, $x = 1, 2, 3, \ldots$ donne 21, 46, 71, 96,

$x_1 = \mathbf{5}$, $x = 1, 2, 3$, donne 26, 57, 88,

$x_1 = \mathbf{6}$ donne 31, 68, pour $x = 1$ et 2,

$x_1 = \mathbf{7}$ donne 36, 79; $x_1 = \mathbf{8}$ donne 41, 90;

enfin, pour $x = 1$, x_1 prenant les valeurs entières de **9** à **19**, on aura

9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96 .

Si maintenant, après avoir écrit la série des nombres 1 à 99 sur le papier, on met une parenthèse ( ) autour de chaque nombre décomposable d'après (I) ou (II), et un crochet [ ] autour de ceux qui sont décomposables d'après (III), d'où suit qu'un nombre décomposable d'après (I) ou (II) aussi bien que d'après (III) aura les deux marques, alors chaque nombre restant dans la série sans aucune marque nous donnera 2 nombres premiers : $6n + 1$ et $6n - 1$. Les nombres portant les deux marques ne donneront aucun nombre premier, tandis que les nombres portant seulement une des marques nous donneront des nombres premiers d'une forme correspondant à la marque opposée.

Ainsi on aura formé tous les nombres premiers entre 5 et 600 en employant seulement les nombres de 1 à 100, et il est bien clair que la méthode pourra être appliquée sans limites.

II. — Décomposition d'un nombre en ses facteurs premiers.

Pour décomposer un nombre a en ses facteurs premiers on n'a pas eu jusqu'ici d'autre moyen que de diviser le nombre successivement par les nombres premiers $2, 3, 5 \ldots p$,