Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 17 (1915)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Rubrik: MELANGES ET CORRESPONDANCE

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

A propos d'un article de M. H.-E. Hansen sur les nombres premiers et la factorisation.

Extrait d'une lettre de M. A. Gérardin (Nancy).

L'*Enseignement Mathématique* du 15 mars 1915 me parvient à l'instant, le 13 mai, et j'y remarque pp. 93-99 un article de M. H.-E. Hansen, de Copenhague, intitulé : *Les Nombres Premiers. Décomposition d'un nombre en ses facteurs premiers.*

Je tiens à relever immédiatement diverses assertions de l'auteur concernant la factorisation des nombres.

« Pour décomposer un nombre a en ses facteurs premiers, on n'a pas eu jusqu'ici d'autre moyen que de diviser le nombre successivement par les nombres premiers 2,3...5 »...

L'auteur a l'air d'ignorer toute la bibliographie du sujet, et cependant l'équation indéterminée en entiers

$$ax^2 + bx + c = y^2$$

a conduit, surtout depuis quelques années, à des développements considérables. Je ne parlerai pas ici de mes solutions mécaniques de cette question et je renverrai seulement au très bel article bibliographique sur le sujet, de notre dévoué collaborateur, M. A. Aubry, de Dijon (supplément spécial de 32 pages du *Sphinx-Oedipe,* t. VI, 1911, 27 pages), et à l'article de M. Barbette (*Ens. Math.*, t. XIII, 1911, p. 261-277).

M. Hansen ajoute « ...Nous n'avons pas la prétention de donner ici une règle générale... On voit, par l'exemple que nous avons développé, que la méthode n'est pas universelle. S'il s'agissait d'appliquer le même procédé au nombre 77 073 877, on ne tarderait pas à rencontrer des obstacles insurmontables... »

Je voudrais savoir *pourquoi* l'auteur parle ainsi. La méthode est tout à fait générale ; elle est la plus pratique, connue des amateurs, et la seule remarque à faire est qu'il ne faut pas se contenter des formes $6x \pm 1$. M. Hansen arrive, pour décomposer 77 073 877 à l'équation

$$9y^2 + y - 2\,140\,941 = Z^2$$

Il faut trouver la plus petite solution entre les limites entières 487 et 305 849. La solution est presque évidente ; c'est

$$Y = 490 \ , \qquad Z = 143 \ .$$

Il semble préférable d'utiliser pour de petits nombres, c'est-à-dire ne dépassant pas *seize chiffres*, si l'on n'a pas de renseignements spéciaux sur *leur forme*, la représentation $X^2 - Y^2$.

On voit donc que l'on doit avoir ici

$$77\ 073\ 877 = (8779 + x)^2 - y^2$$

c'est-à-dire

$$x^2 + 17558\, x - 3036 = y^2$$

En utilisant, par mon procédé, les simples modules 2, 3, 5, 7, 11 on voit que, avec

$$x \gtreqless 1$$

$$x \equiv 0 \qquad \text{(mod. 2)}$$

$$x \equiv 0,\ 1 \qquad \text{(mod. 3)}$$

$$x \equiv 0,\ 2 \qquad \text{(mod. 5)}$$

$$x \equiv 0,\ 5,\ 6 \qquad \text{(mod. 7)}$$

$$x \equiv 0,\ 1,\ 3,\ 6,\ 8,\ 9 \qquad \text{(mod. 11)}$$

Même sans construire mes bandes pour un si petit nombre de huit chiffres, on voit que les essais à faire comme *valeurs possibles* pour x sont 12, 42, 112, ...

La solution est

$$x = 42 , \quad y = 858$$

et l'on a immédiatement

$$77\ 073\ 877 = 7963 + 9\ 679.$$

Ces deux nombres sont premiers.

Nancy, le 13 mai 1915. A. GÉRARDIN.