SUR LA REPRESENTATION GRAPHIQUE DES NOMBRES PREMIERS

Autor(en): **Reymond, Arnold**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1916)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-16884

SUR LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE
DES
NOMBRES PREMIERS

PAR

Arnold Reymond (Neuchâtel).

Il n'existe pas à notre connaissance de construction graphique permettant d'obtenir successivement la suite des nombres premiers [1]. Le procédé que nous exposons repose sur la considération des facteurs qui servent à former les nombres entiers ; il permet de déterminer graphiquement et d'une façon très simple les nombres qui sont premiers et ceux qui ne le sont pas.

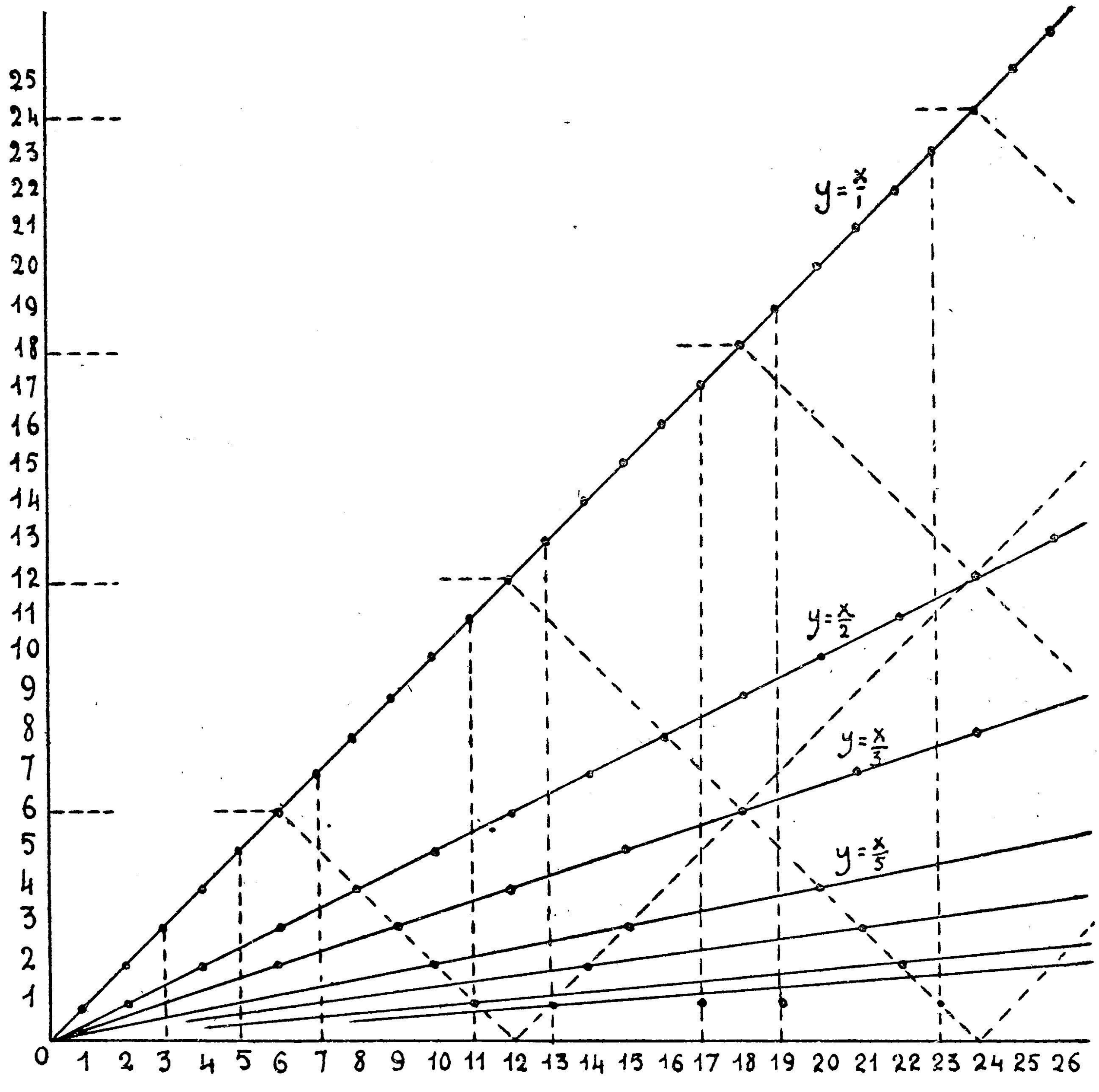
Considérons un système de coordonnées cartésiennes rectangulaires et l'ensemble des droites dont les équations sont exprimées par $y = \frac{x}{1}$, $y = \frac{x}{2}$, $y = \frac{x}{3}$, ..., $y = \frac{x}{n}$. Si dans la solution de ces équations nous n'envisageons que les valeurs entières, l'axe des x dans ce cas représentera les nombres entiers et l'axe des y le *nombre de fois* où interviennent leurs facteurs constitutifs. Ces facteurs eux-mêmes étant indiqués par les droites, on pourra appeler ces dernières les droites factorielles. Par exemple $y = \frac{x}{2}$ est la droite factorielle 2, parce qu'elle exprime tous les facteurs 2 et ceux-là seulement.

Cela étant, traçons successivement les droites factorielles $y = \frac{x}{1}$, $y = \frac{x}{2}$, etc., en marquant par un point sur chacune

---

[1] Voir la bibliographie donnée (tome II, p. 908 et sq.) par E. Landau, *Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen*, 2 vol. Leipzig, Teubner, 1909.

d'elles les valeurs entières fournies par les équations qui les représentent. Parvenu à la droite factorielle $y = \frac{x}{4}$ on constate que le premier point obtenu se trouve sur une abscisse où figure déjà une valeur entière de la droite factorielle 2, et qu'il en sera de même pour tous les autres points. On la laissera donc de côté et on construira $y = \frac{x}{5}$. On négligera de même la construction de toute droite dont les



points se trouveraient sur la même abscisse que d'autres points déjà obtenus, ceux de la droite factorielle un exceptés.

De cette manière on obtiendra le graphique ci-joint, dans lequel les nombres premiers ont toujours pour facteurs 1 ou eux-mêmes. Par exemple l'abscisse qui a pour valeur le nombre 17 ne renferme aucun point si ce n'est sur les droites factorielles 1 et 17 correspondant respectivement aux valeurs $y = 17$ et $y = 1$, c'est-à-dire que 17 est égal à 17 fois 1 ou à une fois 17.

Quant aux autres nombres le graphique indique immédiatement les facteurs premiers qui les composent et le nombre de fois qu'il faut les prendre : 20 par exemple est formé par le facteur 2 pris 10 fois ou par le facteur 5 pris 4 fois. 20 ne peut donc être composé que des facteurs 2 et 5 et de ceux-là seulement.

Ce procédé graphique a-t-il une valeur théorique ? Au premier abord il semble facile de définir et d'obtenir par son moyen les nombres premiers. Pour cela il suffit d'envisager l'équation générale de toutes les droites factorielles

$$(y - x)(2y - x)(3y - x) \ldots\ldots (ny - x) = 0 \ .$$

Si à l'exception de $y - x = 0$ aucune valeur entière de y ne satisfait aux équations $2y - x = 0$, $3y - x = 0$, etc., x alors sera un nombre premier. Mais cette opération revient à examiner si un nombre est successivement divisible par 2, par 3, etc. et ne donne ainsi lieu qu'à une remarque banale.

Toutefois l'examen du graphique, à supposer qu'on en prolonge suffisamment la construction, pourrait peut-être révéler quelque loi intéressante sur la distribution des facteurs qui composent les nombres entiers et éclairer par là indirectement la nature des nombres premiers.

Par exemple, si des nombres 12, 24, 36 ..... $n12$ on trace des lignes à 45°, on obtient un ensemble de carrés tel que sur les côtés de ces carrés se retrouvent à des intervalles réguliers les points marqués sur les droites factorielles.

Si cette loi se vérifie on pourrait en conclure, semble-t-il, que les nombres premiers feront en tout cas partie de la suite des nombres obtenue en ajoutant à 12 et à ses multiples 2(12), 3(12), etc., les nombres 1, 5, 7, 11. Il resterait à trouver, si cela est possible, dans quel cas il faut prendre tous ces quatre nombres comme après 1(12), 3(12), ou seulement un, deux, ou trois, ou encore aucun d'entre eux, pour obtenir uniquement la suite des nombres premiers.

En tout cas, et quelle que puisse être son utilité pour des recherches théoriques, la construction graphique que nous venons d'exposer présente un certain intérêt pour l'enseignement secondaire; elle rend concrète la composition des facteurs dans les nombres et elle est de nature à exciter la curiosité des élèves pour les problèmes mystérieux qui se posent encore dans ce domaine et c'est pourquoi il nous a semblé utile de la signaler.

LA PRÉPARATION THÉORIQUE ET PRATIQUE DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE[1] EN BELGIQUE

PAR

J. Rose, Athénée Royal de Charleroi, Belgique.

I. — Généralités concernant la préparation des candidats.

a) En Belgique, l'enseignement secondaire comporte deux degrés : le degré inférieur et le degré supérieur dont les établissements portent respectivement les noms d'écoles moyennes et d'athénées. Par suite, la formation des professeurs de mathématiques se fait dans des établissements différents suivant le degré : pour les professeurs d'écoles moyennes (régents), elle se donne dans les sections normales moyennes et pour les professeurs d'athénées dans l'une ou l'autre université; on en compte deux de l'Etat : Gand et Liége et deux de l'enseignement libre : Bruxelles et Louvain.

Je reporte à la fin de cette Note, l'étude détaillée de la formation des professeurs d'école moyenne, bien que le questionnaire

[1] Contribution à l'enquête entreprise par la Commission internationale de l'enseignement mathématique. Voir le *Questionnaire* dans *L'Ens. math.* du 15 janvier 1915.