

PROPOS D'UNE RÉCRÉATION ARITHMÉTIQUE

Autor(en): **d' Ocagne, M.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1916)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **15.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-16870>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

A PROPOS D'UNE RÉCRÉATION ARITHMÉTIQUE

PAR

M. M. d'OCAGNE (Paris).

Le problème que j'ai en vue est le suivant : *Former et dénombrer toutes les manières possibles de payer une somme de n fr. avec n pièces de monnaie d'argent.*

J'ai donné naguère¹ une solution de ce problème pris dans sa plus grande généralité, attendu que j'y admettais l'emploi des pièces de 20 ct. ; mais, vu la rareté de celles-ci, on peut se borner à n'envisager que les pièces de 5 fr., 2 fr., 1 fr. et 50 ct.

Le problème ainsi restreint peut être traité de la façon beaucoup plus simple que voici :

Si x , y , z et t sont les nombres respectifs de ces diverses sortes de pièces intervenant dans le paiement, les équations auxquelles il s'agit de satisfaire en nombres entiers sont :

$$x + y + z + t = n ,$$

$$5x + 2y + z + \frac{t}{2} = n ,$$

d'où par soustraction on déduit immédiatement

$$8x + 2y = t ,$$

et, par suite,

$$z = n - 3(3x + y) .$$

On doit donc avoir

$$3(3x + y) \leq n$$

d'où

$$y \leq \frac{n}{3} - 3x$$

¹ Bull. de la Soc. Math. de France, 1900, p. 157

Tel est le nombre des solutions cherchées.

Par exemple, pour $n = 100$, on a $q = 11$, $q' = 0$, et, par suite, $N = \frac{12 \times 35}{2} = 210$. Il y a donc 210 manières de payer une somme de 100 fr. avec 100 pièces de monnaies d'argent prises parmi celles de 5 fr., 2 fr., 1 fr. et 50 ct.

Prenons un autre exemple pour montrer le tableau complet de toutes les solutions; soit $n = 20$; alors $q = 2$, $q' = 0$ et $N = 12$. Les solutions formées d'après le procédé sus-indiqué sont les suivantes :

x	y	z	t
0	0	20	0
0	1	17	2
0	2	14	4
0	3	11	6
0	4	8	8
0	5	5	10
0	6	2	12
1	0	11	8
1	1	8	10
1	2	5	12
1	3	2	14
2	0	2	16

On pourrait, parmi ces solutions, distinguer celles où interviennent les quatre espèces de pièces de monnaie d'argent et qui, pour cette raison, pourraient être dites des solutions *complètes*. Ce sont ici les trois seules précédant la dernière.

Le premier exemple de solution complète s'offre pour $n = 13$; il se compose de $x = 1$, $y = 1$, $z = 1$, $t = 10$.

Le dénombrement des solutions complètes constituerait un nouveau problème que je dédie aux amateurs d'arithmologie.