Note additionnelle sur les alignements brisés.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1916)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **15.09.2024**

le système (t) soit défini par l'équation (11) (qui peut, en particulier, se réduire à la forme $x - \xi(t) = 0$, ou $y - \eta(t) = 0$) pour avoir une représentation de l'équation donnée au moyen de la combinaison du nomogramme à alignement (z_1, z_2, t) et du nomogramme à entre-croisement (z_3, z_4, t). Le passage de l'un à l'autre résulte de ce que le point (t) du premier doit se trouver sur le ligne (t) du second. La fig. 9 indique la disposition d'un tel nomogramme.

En multipliant les alignements successifs, en substituant des réseaux de points cotés aux échelles simples, en ayant recours à des courbes moins simples que la ligne droite pour établir la relation de position servant à guider la lecture sur le nomogramme, en introduisant enfin des éléments mobiles tels que ceux qui ont été envisagés à la fin du n° 4, on obtient d'autres modes de représentation nomographique, applicables à des équations renfermant un nombre de plus en plus grand de variables et qui ont été étudiés par l'auteur dans ses ouvrages précédemment cités. Mais les méthodes qui ont été examinées dans cette conférence sont par excellence celles qui servent le plus ordinairement dans les applications.

Note additionnelle sur les alignements brisés.

Considérons un nomogramme dont la partie utile est limitée par les axes Au et Bv, mais qui s'étend entre ces axes depuis $-\infty$ jusqu'à $+\infty$. Divisons ce nomogramme en trois, la partie moyenne étant construite directement au moyen des équations de disjonction et d'ailleurs limitée à deux axes Δ' et Δ'' parallèles à l'axe AB des origines. Conformément à ce qui a été vu au n° 7, nous allons transformer homologiquement la partie située au-dessus de l'axe Δ' et s'étendant jusqu'à l'infini en prenant Δ' comme axe de l'homologie, l'origine O comme pôle et le point I′ de l'axe Oy comme correspondant du point à l'infini sur cet axe.

Pour construire les échelles sur cette partie transformée nous allons chercher les coordonnées (x', y') du point M′ correspondant au point M de coordonnées (x, y) de la figure primitive. Appelant l et h les distances respectives du point I′ à l'origine O et à l'axe Δ', nous trouvons facilement pour ces expressions

$$x' = \frac{lx}{h+y}, \qquad y' = \frac{ly}{h+y}. \qquad (12)$$

De la même façon transformons la partie située en dessous de Δ'', en nous donnant le point I″ correspondant du point à l'infini sur Oy.

Il reste à faire voir comment se construit l'alignement brisé lorsqu'on passe de la partie inaltérée à la partie transformée du nomogramme.

Remarquons tout d'abord que l'alignement déterminé par des points pris sur deux des échelles *(points déterminatifs)* doit couper la troisième échelle (ou l'une des lignes du troisième réseau) en un point qui fait connaître la valeur de l'inconnue *(point solutif)*.

De là, trois cas à examiner selon que les points déterminatifs appartiennent à la même partie du nomogramme (I), ou à deux parties contiguës (II), ou à deux parties non contiguës (III).

Cas I: L'alignement est immédiatement déterminé sur une des parties du nomogramme par les deux points déterminatifs et le problème se borne à obtenir ce que devient l'alignement après réfraction dans la partie contiguë qui contient le point solutif. Ce problème revient tout simplement à celui bien connu qui consiste à trouver la droite correspondant à une droite donnée en vertu de l'homologie ci-dessus définie. La droite primitive et sa transformée se coupent en un point M_0 de l'axe d'homologie Δ' (fig. 10). En outre, si M et M′ sont deux points correspondants sur ces droites, M appartenant à la figure primitive et M′ à sa transformée, la droite OM et la droite I′m joignant le point I′ à la projection orthogonale m de M sur Δ' se coupent en M′.

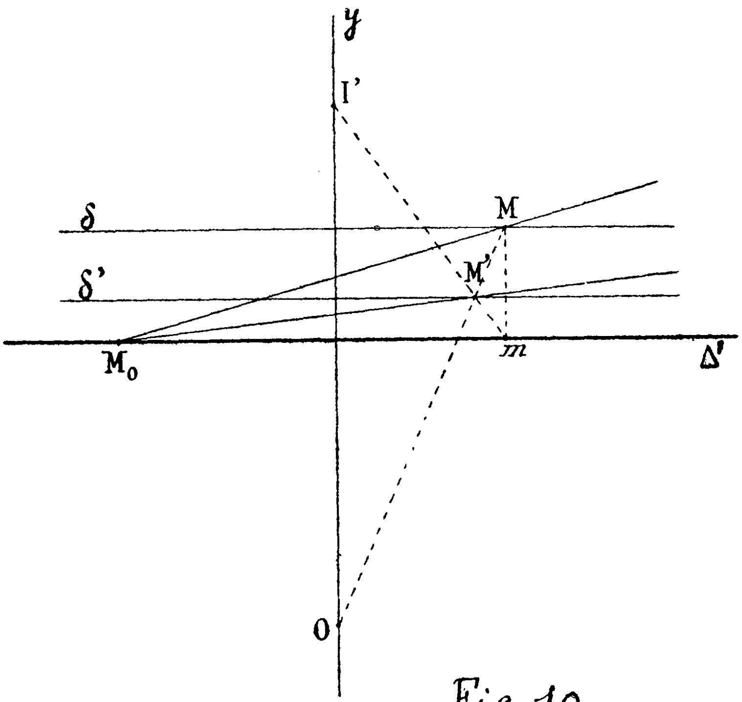

Fig. 10

Mais il est plus simple de tracer une fois pour toutes une paire de droites correspondantes δ et δ' parallèles à Δ', qui donnent immédiatement une paire de points correspondants M et M′, alignés sur O, sur les deux parties de l'alignement brisé.

Avec cette construction, le mode de passage d'une région à l'autre résulte de l'énoncé suivant : *les deux parties de l'alignement brisé se rencontrent en un point de Δ' et coupent δ et δ' en des points qui sont alignés sur* O.

Cas II: Les points déterminatifs sont un point M sur la première partie du nomogramme et un point N′ sur la seconde. En vue de construire l'alignement brisé MM_0N' (fig. 11), nous avons à mener la droite MM_0 joignant le point M au point N qui correspond à N′ sur la première partie de la figure. Si la droite I′N′ coupe Δ′ en n, le point N est à l'intersection de ON′ et de la perpendiculaire élevée en n à Δ′.

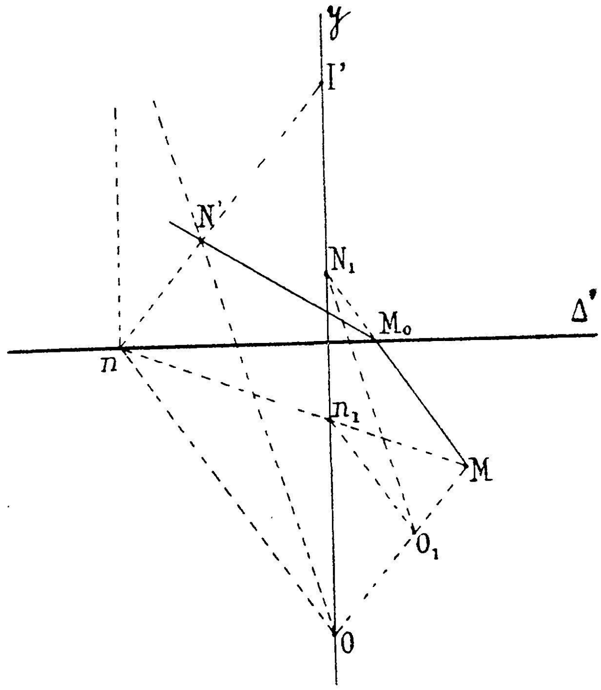

Fig. 11

Considérons la figure homothétique à celle qui est formée par ces deux lignes, le centre de similitude étant en M et la droite OI′ étant prise comme correspondante de nN. Pour avoir la droite O_1N_1 correspondant à ON′, nous n'avons qu'à prendre le point d'intersection O_1 de MO et de la parallèle n_1O_1 à On et à mener la parallèle O_1N_1 à ON′. Dans ces conditions, la droite MN_1 prolongée passerait par N; elle fournit donc la première partie de l'alignement brisé dont la seconde est donnée par M_0N'.

Cas III: Les points déterminatifs N′ et P″ appartiennent à deux parties non contiguës obtenues par transformation homologique de la figure primitive. La partie moyenne est inaltérée et les parties transformées sont l'une au-dessus de Δ′, l'autre au-dessous de Δ″ (fig. 12).

I′ et I″ étant les points correspondant au point à l'infini sur Oy, on trace I′N′ et I″P″ qui coupent Δ′ et Δ″ respectivement en n et p. Les droites menées par n et p parallèlement à Oy coupent ON′ et OP″ aux points N et P qui déterminent l'alignement non brisé. Le problème consiste à obtenir la portion $M'_0M''_0$ de cet alignement compris entre les axes Δ′ et Δ″ et que complètent les droites M'_0N' et M''_0P'' pour constituer l'alignement doublement brisé $P''M''_0M'_0N'_0$.

Pour avoir la droite $M'_0M''_0$ il suffit de tracer une figure homothétique par rapport au point O pris comme centre de similitude. Prenons les points n_1 et p_1 divisant les segments On et Op dans le même rapport, tels, par conséquent, que les droites np et n_1p_1 (non tracées) soient parallèles. Menons ensuite par ces points des parallèles à Oy, qui coupent ON′ et OP″ en N_1 et P_1 respectivement. L'alignement cherché est l'homologue de la droite N_1P_1.

Il est donc parallèle à N_1P_1 et se trouve entièrement déterminé lorsqu'on a obtenu l'homologue d'un point quelconque de N_1P_1,

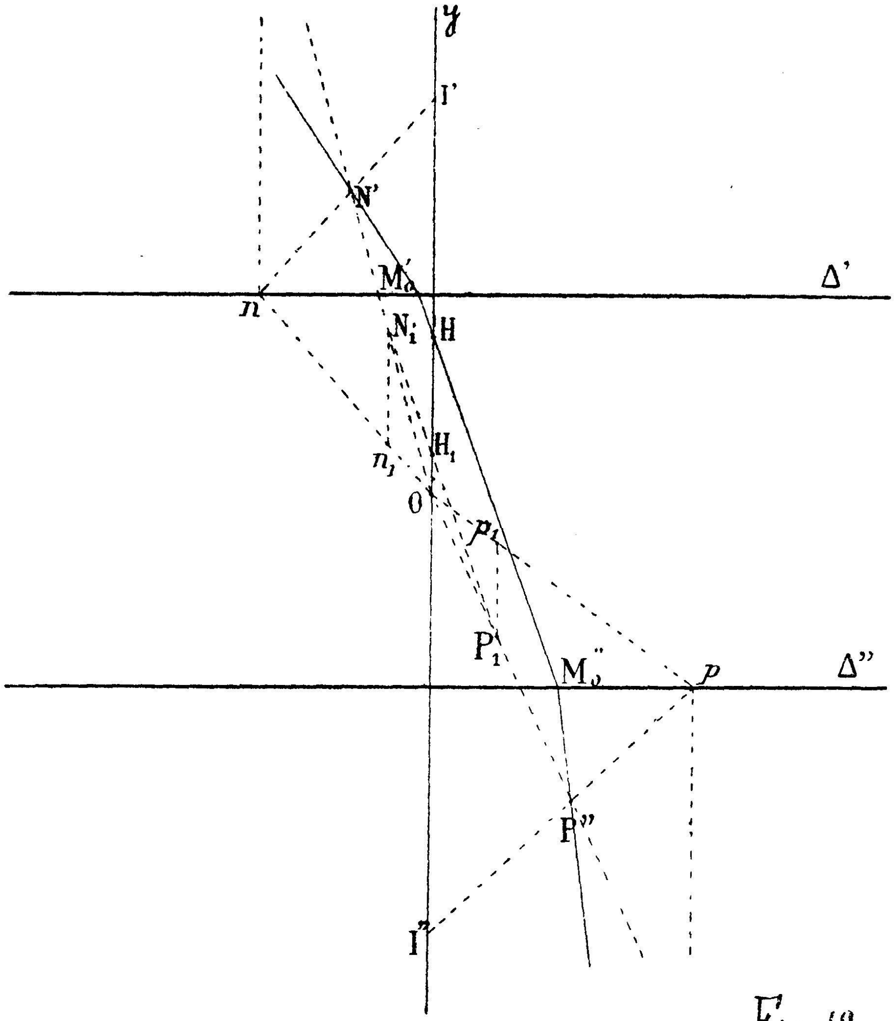

Fig. 12

par exemple de celui H_1 situé sur Oy, qui est le point H à l'intersection de OH_1 et de la parallèle à n_1H_1 menée par n.