V. — L'équation $x^2 + y^2 = a^2$.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1916)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **14.08.2024**

Exemple.

$2a = 36 = 37 - 1$	donne	$1.37 + 18^2 = 19^2$
$41 - 5$		$5.41 + 18^2 = 23^2$
$43 - 7$		$7.43 + 18^2 = 25^2$
$47 - 11$		$11.47 + 18^2 = 29^2$
. . . .		. . . .
. . . .		. . . .
$73 - 37$		$37.73 + 18^2 = 55^2$
$77 - 41$		$41.77 + 18^2 = 59^2$
etc.		etc.

IV. — *L'équation* $a^2 + x^2 = y^2$.

(« Equation pythagorique »).

Les nombres pythagoriques se laissent déterminer de la plus simple manière à l'aide des équations (I) et (II), si l'on pose, seulement, pour p et q des nombres carrés correspondants, et en employant, *dans le premier terme,* successivement tous les nombres carrés.

Exemple. $4 . 2^2 . 3^2 . 5^2 = 60^2$ donne les couples de facteurs :

$$\frac{1^2}{2^2.3^2.5^2}, \quad \frac{2^2}{3^2.5^2}, \quad \frac{3^2}{2^2.5^2}, \quad \frac{5^2}{2^2.3^2}$$

dont on aura

$$60^2 + 899^2 = 901^2$$
$$60^2 + 221^2 = 229^2$$
$$60^2 + 91^2 = 109^2$$
$$60^2 + 11^2 = 61^2 .$$

On trouve toutes les valeurs cherchées, en employant seulement l'équation (II), où successivement on met dans le premier terme tous les nombres *impairs* de toute la suite des nombres. Si a est un nombre composé, il faut le décomposer en ses facteurs premiers, et de ceux-ci on doit former, comme nous l'avons montré dans ce qui précède, tous les couples des facteurs, p et q, premiers entre eux, qui se peuvent faire.

V. — *L'équation* $x^2 + y^2 = a^2$.

Si cette équation doit être primitive, elle ne peut être satisfaite que par des valeurs impaires de a, et seulement par celles qui peuvent être écrites comme une somme, divisée par 2, de deux nombres carrés impairs et premiers entre eux, ainsi $a = \frac{p^2 + q^2}{2}$.

On peut désirer savoir quels nombres, a, on pourra décomposer de plusieurs manières, d'après la formule donnée.

Si l'on met $p = 2n + 1$ et $q = 2n + 1$, on aura

$$a = \frac{p^2 + q^2}{2} = 2[n(n+1) + n_1(n_1+1)] + 1 ,$$

et on peut former le tableau suivant des valeurs de a, jusqu'à 200 :

	$n_1 = 0$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n = 0$	[ ] = 0	2	6	12	20	30	42	56	72	90
$n = 1$	[ ] = .	4	8	14	22	32	44	58	74	92
$n = 2$	[ ] = .	.	12	18	26	36	48	62	78	96
$n = 3$	[ ] = .	.	.	24	32	42	54	68	84	
$n = 4$	[ ] = .	.	.	.	40	50	62	76	92	
$n = 5$	[ ] = .	.	.	.	.	60	72	86		
$n = 6$	[ ] = .	.	.	.	.	.	84	98		
$n = 7$	[ ] = .	.	.	.	.	.	.	(112)		

Les valeurs qui paraissent *plusieurs fois* dans le tableau sont celles qui, pour la même valeur de a, donnent plusieurs valeurs pour x et y. Ainsi le nombre 72, paraissant deux fois, donne

$$a = 2\cdot 72 + 1 = 145 = \frac{17^2 + 1^2}{2} = \frac{13^2 + 11^2}{2} ,$$

et par conséquent on aura les équations :

$$(1\cdot 17^2 + \left(\frac{17^2 - 1}{2}\right)^2 = \left(\frac{17^2 + 1^2}{2}\right)^2$$

et

$$(11\cdot 13)^2 + \left(\frac{13^2 - 11^2}{2}\right)^2 = \left(\frac{13^2 + 11^2}{2}\right)^2 .$$

Toutefois, on n'oubliera pas que $2n + 1$ et $2n_1 + 1$ doivent toujours être premiers entre eux.

Copenhague, mai 1915.