§2. — Conqruences d'ordre deux de cubiques gauches.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1916)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **11.08.2024**

§ 2. — *Congruences d'ordre deux de cubiques gauches.*

4. — Soit maintenant Σ une congruence d'ordre deux, formée de cubiques gauches C. Les cubiques de Σ passant par les points de l'une d'entre elles, forment une surface Φ, sur laquelle elles constituent un faisceau rationnel de courbes rationnelles, sauf dans le cas où les ∞^2 courbes de Σ se distribuent en ∞^1 systèmes d'indice 2 situés sur ∞^1 surfaces Φ'. Il résulte d'un théorème bien connu dû à M. Nœther, que Φ est rationnelle. Imaginons une surface F dont les points représentent, sans exception, les courbes C de Σ. Aux surfaces Φ correspondent, sur F, des courbes rationnelles Γ. Or, d'après un théorème de MM. Castelnuovo et F. Enriques[1], F, contenant un système continu de courbes rationnelles, est rationnelle.

Reste à examiner le cas où les cubiques de Σ se distribuent sur ∞^1 surfaces Φ' en formant sur chacune de ces surfaces un système d'indice deux. Il est alors facile de démontrer que les surfaces Φ' sont rationnelles. De plus, ces surfaces forment un faisceau, sans quoi Σ serait d'ordre supérieur à deux. La surface F, définie comme plus haut, contient un faisceau de courbes rationnelles (image des Φ) et est donc rationnelle.

Par suite :

Une congruence d'ordre deux, formée de cubiques gauches, est rationnelle.

5. — La congruence Σ, d'ordre deux, étant rationnelle, on peut établir entre cette congruence et une congruence linéaire G de droites *d* une correspondance birationnelle T.

Considérons en outre une collinéation Ω et un point P, sans relation avec la congruence Σ.

Par un point A passe une seule droite de G. A cette droite correspond, par T, une cubique C de Σ. Par P passe une seule bisécante *b* de cette courbe C. A *b* correspond, par Ω, une droite déterminant (en général) un plan avec A. A ce

[1] *Annali di Matematica,* 1901.

plan correspond un plan passant par b et rencontrant C, en dehors de cette droite, en un point B que nous dirons par définition correspondre à A.

Inversement, par un point B passent deux cubiques C_1, C_2 de Σ et T fait correspondre à ces cubiques deux droites d_1, d_2 de G. Par P passent deux droites b_1, b_2 bisécantes respectivement de C_1, C_2. Aux plans (B, b_1), (B, b_2), Ω fait correspondre deux plans rencontrant respectivement les droites d_1, d_2 en deux points A_1, A_2.

On a établi ainsi, entre les points A, B, une correspondance (2, 1) qui fait correspondre à une droite de G une cubique gauche de Σ et inversement, une cubique gauche de Σ à deux courbes dont l'une est une droite de G. Par suite :

Etant donnée une congruence d'ordre deux formée de cubiques gauches, il est toujours possible de construire une transformation (2, 1) qui fasse correspondre les droites d'une congruence linéaire aux cubiques de cette congruence.

Ramscappelle, 10 décembre 1915.

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

A propos du problème XXVIII de la Géométrographie de Lemoine.

Démonstration élémentaire[1] *de la solution due à* M. Maurice d'Ocagne

par Fr. Redl (St-Poelten).

Le problème XXVIII de la *Géométrographie* de Lemoine *(collection Scientia)* est énoncé comme suit : *Par un point* A, *mener une droite au point de concours inaccessible de deux droites* BB', CC'. Le tracé donné par l'auteur est dû à M. Maurice d'Ocagne (*Journ. de Math. Elém.* de Longchamps, 1886, p. 59).

La solution suivante est obtenue par la considération de la bissectrice d'un angle et de la projection parallèle et respectivement de la projection centrale de la figure.

---

[1] Traduit de l'allemand par A. Staempfli, Zurich.