



Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **19 (1917)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

grale représentée par la série convergente

$$V(x) = \sum_{n=0}^{\infty} [a_n + b_n \log x] x^n .$$

Les considérations faites se rapportent au cas le plus spécial du problème suivant : Déterminer le développement en série d'une intégrale particulière de l'équation différentielle

$$P(y) = \sum_{i=0}^n p_i(x) x^i y^{(i)} = \sum_{k=0}^m x^{\alpha_k} [\varphi_{0k}(x) + \varphi_{1k}(x) \lg x + \dots + \varphi_{\beta_{kk}}(x) (\lg x)^{\beta_{kk}}] ,$$

$$p_i(x) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} a_{i\lambda} x^\lambda ,$$

valable dans le voisinage du point singulier $x = 0$ pour lequel les intégrales de $P(y) = 0$ sont toutes régulières. On trouvera les résultats pour le cas général dans le mémoire cité plus haut.

De la même manière j'arrive dans ce mémoire à l'expression en série représentant asymptotiquement une intégrale particulière de l'équation différentielle

$$P(y) = \sum_{i=0}^n x^{s(n-i)} \cdot p_i(x) y^{(i)} = e^{\frac{\beta x^{t+1}}{t+1} + \frac{\beta_1 x^t}{t} + \dots + \beta_t x} \cdot x^\sigma \left[C_0 + \frac{C_1}{x} + \dots \right] ,$$

$$p_i(x) = a_i + \frac{a_{i_1}}{x} + \frac{a_{i_2}}{x^2} + \dots ; \quad a_n \neq 0 ,$$

quand x grandit indéfiniment en étant positif.

II

On connaît plusieurs moyens pour former une intégrale définie représentant une solution particulière de (3). A ce but conduisent la méthode de la variation des constantes et un théorème de Cauchy, voir *Comptes Rendus*, T. 11, p. 2 (1840). Soit

$$\int_{x_0}^x W(x, t) dt$$

cette intégrale définie cherchée, il doit être possible de déterminer la constante C telle que l'équation subsiste

$$Cy_1(x) + V(x) = \int_{x_0}^x W(x, t) dt .$$

Or dans le cas présent il est plus simple de la tirer des équations

$$xy' - xp(x)y = x^\alpha \cdot \varphi(x) ,$$

$$xy'_1 - xp(x)y_1 = 0 ,$$

qui donnent

$$x[y_1 \cdot y' - y \cdot y'_1] = x^\alpha \cdot y_1 \cdot \varphi(x)$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{y}{y_1} \right] = \frac{x^{\alpha-1} \cdot \varphi(x)}{y_1(x)} ,$$

ou

$$\left| \frac{V(x)}{y_1(x)} \right|_x = \int_{x_0}^x \frac{x^{\alpha-1} \cdot \varphi(x)}{y_1(x)} dx ; \tag{9}$$

car on a

$$\left| \frac{y(x)}{y_1(x)} \right|_x = \left| \frac{Cy_1(x) + V(x)}{y_1(x)} \right|_x = \left| \frac{V(x)}{y_1(x)} \right|_x .$$

C'est la formule principale et, comme l'équation différentielle (3) joue un rôle fondamental, je l'appelle *équation différentielle de liaison*.

Dans le mémoire plusieurs fois cité je fais la démonstration d'une formule analogue pour le cas général d'une équation différentielle de liaison de $n^{\text{ième}}$ ordre.

Connaissant la forme analytique des fonctions V, y_1 , φ il s'ensuit :

THÉORÈME : Les deux membres de (9) convergent pour $\lim x_0 = 0$, si $R(\alpha) > 0$, $R(\alpha)$ désignant la partie réelle de la quantité α .