

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 20 (1918)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR CERTAINES IDENTITÉS VECTORIELLES ET LEUR INTERPRÉTATION DANS LA GÉOMÉTRIE SPHÉRIQUE ET PLANE
Kapitel: VII
Autor: Daniëls, M.-Fr.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-18026>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Dans ce cas nous avons

$$\lambda_1 Vca + \mu_1 Vab = Va, Vra'Vbc$$

etc., de sorte que nous arrivons à l'identité

$$\begin{aligned} & [a'b'c']^2 [Va, Vra'Vbc \quad Vb, Vrb'Vca \quad Vc, Vrc'Vab] \\ & + [abc]^2 [Va', VraVb'c' \quad Vb', VrbVc'a' \quad Vc', VrcVa'b'] \equiv 0. \end{aligned}$$

Nous n'en donnons qu'une seule application. Soit $P(\mathfrak{r})$ un point quelconque de la surface sphérique; soient

$$\begin{aligned} A_i & \equiv a, b, c & A'_i & \equiv a', b', c' \\ a_i & \equiv Vbc, Vca, Vab & a'_i & \equiv Vb'c', Vc'a', Va'b' \end{aligned}$$

les sommets et côtés de deux triangles sphériques. Les droites sphériques qui relient le point P aux sommets du second (premier) triangle, coupent les côtés du premier (second) triangle en

$$Q_1 \equiv VVra'Vbc \quad Q'_1 \equiv VVraVb'c'$$

etc., et l'identité nous apprend: lorsque les droites (A_i, Q_i) sont concourantes, les droites (A'_i, Q'_i) le sont également.

On arrive à un autre théorème en considérant \mathfrak{r} comme le vecteur d'une droite.

VII

30. — Nous revenons à l'identité vectorielle du paragraphe 22 :

$$[Vaa' Vbb' Vcc'] + [Vbc' Vca' Vab'] + [Vcb' Vac' Vba'] \equiv 0$$

qui peut nous fournir une démonstration très simple du théorème suivant :

Soient A_1, A_2, A_3 les sommets d'un triangle sphérique, P un point quelconque de la surface sphérique, p_1, p_2, p_3 les normales abaissées de ce point sur les côtés du triangle et coupant ces côtés dans les neuf points

$$P_{11}, P_{12}, P_{13}; \quad P_{21}, P_{22}, P_{23}; \quad P_{31}, P_{32}, P_{33};$$

soient q_1, q_2, q_3 les droites qui relient le même point P aux sommets du triangle et

$$q_{11}, q_{12}, q_{13}; \quad q_{21}, q_{22}, q_{23}; \quad q_{31}, q_{32}, q_{33}$$

les neuf normales qui, des trois sommets, peuvent être abaissées sur les droites q_1, q_2, q_3 .

Il y a en général sur la sphère trois points P tels que sont collinéaires les points de chacun des systèmes :

$$P_{11}, P_{22}, P_{33}; \quad P_{12}, P_{23}; \quad P_{31}; \quad P_{13}, P_{21}, P_{32}$$

et que sont concourantes les droites de chacun des systèmes :

$$q_{11}, q_{22}, q_{33}; \quad q_{12}, q_{23}, q_{31}; \quad q_{13}, q_{21}, q_{32}$$

Dans le plan il n'y a qu'un point qui possède toutes ces propriétés, c'est le point de Tarry du triangle N (fig. 2 et 3).

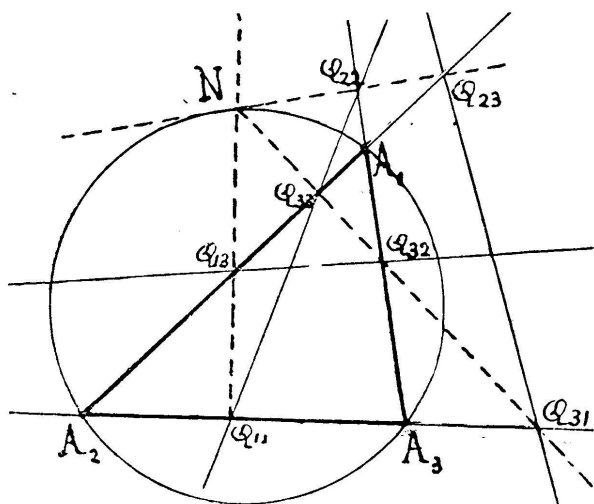


Fig 2.

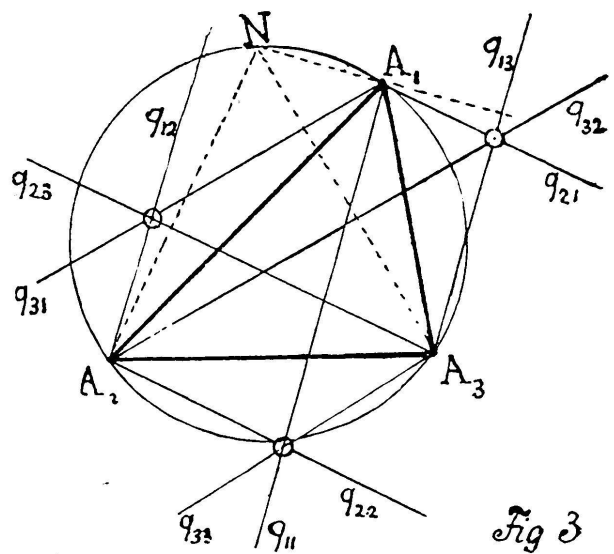


Fig 3

31. — D'ailleurs ce théorème se trouve comme cas spécial d'un théorème plus général encore, qui peut s'énoncer de la manière suivante :

Soient $A_1A_2A_3$ et $A'_1A'_2A'_3$ les sommets de deux triangles sphériques, P un point quelconque de la surface sphérique, $p_1p_2p_3$ les droites qui relient le point aux sommets du premier et $p'_1p'_2p'_3$ les droites qui le relient aux sommets du second triangle. Les droites p_1, p_2, p_3 rencontrent les côtés du second triangle en neuf points

$$P_{11}, P_{12}, P_{13}; \quad P_{21}, P_{22}, P_{23}; \quad P_{31}, P_{32}, P_{33}$$

De même les droites p'_1, p'_2, p'_3 rencontrent les côtés du premier triangle en neuf points

$$P'_{11}, P'_{12}, P'_{13}; \quad P'_{21}, P'_{22}, P'_{23}; \quad P'_{31}, P'_{32}, P'_{33}.$$

Il y a pour tout couple de triangles sphériques ou plans en général trois points P tels que sont collinéaires les points de chacun des six systèmes :

$$P_{11}, P_{22}, P_{33}; \quad P_{12}, P_{23}, P_{31}; \quad P_{13}, P_{21}, P_{32}$$

$$P'_{11}, P'_{22}, P'_{33}; \quad P'_{12}, P'_{23}, P'_{31}; \quad P'_{13}, P'_{21}, P'_{32}.$$

Nous revenons sur la démonstration de ces deux théorèmes dans un article ultérieur.

PENSÉE AXIOMATIQUE¹

PAR

David HILBERT (Göttingue).

Dans la vie des sociétés la prospérité des peuples dépend de celle de tous ses voisins ; les Etats, de même, ont un intérêt vital à ce que l'ordre non seulement règne à l'intérieur de chacun d'eux, mais existe aussi dans leurs relations mutuelles. Il n'en va pas autrement dans la vie des sciences. Preuve en soit le vif intérêt que les représentants les plus remarquables de la pensée mathématique ont toujours témoigné à la structure et aux lois des autres sciences que la leur ; ils n'ont cessé avant tout d'étudier les mathématiques (et pour le plus grand bien de ces dernières) dans leurs rapports avec les vastes

¹ *Axiomatisches Denken*, conférence faite à la reunion annuelle de la Société mathématique suisse, tenue à Zurich, le 11 septembre 1917. — Traduction de M. Arnold REYMOND, professeur à l'Université de Neuchâtel.