briqués. L'auteur s'y propose essentiellement de démontrer par le plus court chemin le théorème fondamental de Dedekind sur la décomposition univoque d'un idéal en idéaux premiers. Pour lire les 50 pages qu'elle contient, il suffit de connaître qu'un nombre ordinaire est décomposable d'une seule manière en nombres premiers, qu'une équation algébrique de degré n a n racines et qu'une fonction rationnelle symétrique s'exprime comme fonction rationnelle des fonctions symétriques élémentaires, toutes connaissances qu'un étudiant acquiert dans sa première année d'études universitaires. La seconde partie se propose de faire connaître aux mathématiciens les résultats les plus importants de la théorie analytique des idéaux, en particulier le théorème que dans tous les corps algébriques il y a asymptotiquement le même nombre d'idéaux premiers. L'auteur avait déjà exposé cette théorie jadis dans son Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen. Depuis lors, la découverte importante de Hecke que la fonction $\zeta_K(s)$ relative à un corps algébrique K quelconque est prolongeable analytiquement dans tout le plan et satisfait à une équation fonctionnelle simple permet de retrouver d'une manière différente les anciens résultats de la théorie et d'obtenir de nouveaux résultats. Aussi le commencement de la deuxième partie est-il consacré à la démonstration du théorème de Hecke. La lecture de la seconde partie ne suppose aucune autre connaissance préalable que celle de la première partie et celle des éléments de la théorie des fonctions analytiques.

On retrouve dans cet ouvrage toutes les qualités de rigueur, de clarté et de précision qui distinguent les travaux antérieurs de M. Landau. En particulier, il ne semble guère possible de ramener à plus de concision la première partie du livre. Rien ne s'y trouve démontré, qui ne soit nécessaire pour la suite et tout ce qui n'est pas nécessaire est élagué. Ce souci de simplification est peut-être poussé trop loin à quelques endroits et risque alors de rendre plus difficile une vue d'ensemble de la théorie.

A noter la composition typographique très soignée ; aucune table d'errata n'accompagne le livre et je n'ai rencontré, à la lecture, aucune faute typographique.

M. Plancherel (Fribourg).

L. Lecornu. — **Cours de Mécanique,** professé à l'Ecole Polytechnique. Tome III. — 1 vol. gr. in-8° de IV-670 pages ; 25 fr. ; Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1918.

Le troisième volume du *Cours* de M. Léon Lecornu traite de la Mécanique appliquée. Le savant auteur, dans une courte préface, n'ose se flatter d'avoir su passer, sans heurt, de la Mécanique rationnelle des deux volumes précédents, aux applications appuyées sur des formules empiriques. Cependant il suffit de parcourir la première partie du présent livre, consacrée à la résistance des matériaux, pour être complètement rassuré sur la solidité et l'élégance de la transition. Après avoir rappelé la statique rationnelle, particulièrement sous la forme graphique qui relève aussi du Cours de Géométrie de l'Ecole, il entre dans le vif du sujet en étudiant les relations entre efforts et déformations relatifs aux solides. Il sépare soigneusement les résultats empruntés à la théorie de l'élasticité des résultats pratiques venant les simplifier. Dans le même ordre d'idées il n'y a pas que la théorie élastique qui donne quelque chose ; le simple théorème du travail virtuel a été remarquablement combiné, par M. Bertrand de Fontviolant, avec les principes de la résistance des matériaux.

D'ailleurs, si l'on examine quelques problèmes particuliers (poutres encastrées, posées sur appuis, etc.) on est frappé de la simplicité avec laquelle, par l'intermédiaire d'équations linéaires, on retrouve la plupart des théories de Saint-Venant. Je conseillerai presque d'étudier d'abord ces questions simplifiées à qui voudrait s'occuper ensuite d'élasticité rationnelle ; et le conseil serait vraisemblablement d'accord avec l'ordre historique. Les équilibres élastiques de l'anneau, des ressorts en lames, en spirales, en hélices, sont des questions à propriétés géométriques. L'équilibre d'une plaque est beaucoup plus difficile mais devient cependant relativement abordable, par des moyens élémentaires, de par une certaine manière approchée de tenir compte des conditions au pourtour. Le *flambement* ne va pas sans des considérations de courbure d'où proviennent encore des équations linéaires très simples quand le phénomène tend à se produire après de petites déformations.

Les systèmes *hyperstatiques*, c'est-à-dire surabondamment équilibrés, ont une théorie véritablement grandiose. Le principe du travail minimum est, pour eux, ce que le principe du travail virtuel est pour les systèmes de la statique rationnelle. Les systèmes réticulaires, les poutres à plus de deux appuis illustrent facilement le principe général.

L'équilibre des massifs de terre a été surtout étudié par M. Boussinesq qui (*Comptes rendus*, 1918) poursuit toujours une telle étude. Il l'appuya dès l'abord sur un potentiel logarithmique spécial. On y rencontre d'intéressantes familles de courbes le long desquelles, par exemple, l'éboulement tend à se produire et, dans les cas les plus simples, les murs de soutènement se peuvent étudier par des lois analogues à celles s'appliquant aux digues.

Enfin, à ces questions statiques s'adjoignent, dans des circonstances généralement peu souhaitées mais qu'il faut justement savoir prévoir, certains faits dynamiques. Un système destiné à l'équilibre peut être ébranlé par un choc ; les vibrations des barres nous ramènent notamment aux équations aux dérivées partielles ainsi qu'aux fonctions arbitraires et aux séries de solutions simples qui y satisfont. Une très forte pression, qu'on peut se représenter de manière statique, peut entraîner (effet dynamique) l'écrasement d'un *crusher ;* on mesure ainsi la force d'expansion d'un explosif et voilà la résistance des matériaux rattachée à des questions de balistique intérieure. L'étendue n'y manque pas plus que l'originalité.

L'Hydraulique, image simplifiée de l'Hydrodynamique, a des équations et des explications approchées qui ne vont pas non plus sans quelque élégance. C'est ce que l'on pourrait dire du mouvement régularisé par vitesses moyennes, du théorème de Bernoulli complété pour le cas d'un fluide visqueux et surtout d'un cas simple, d'abord traité par M. Boussinesq, où l'on explique l'apparition des tourbillons par la discussion de l'intégrale d'une simple équation différentielle linéaire. Les premiers problèmes particuliers ont trait aux écoulements par des orifices de formes diverses puis par les déversoirs. Viennent ensuite les pertes de charge par modification brusque du diamètre ou de la direction d'une conduite, les pertes lentes dans les longs tuyaux et le phénomène si curieux et parfois si désastreux du *coup de bélier*. Celui-ci dépend d'une équation aux dérivées partielles du type hyperbolique, tout à fait analogue à l'équation des cordes vibrantes et s'intégrant, au premier abord, de la même manière ; mais les circonstances accessoires sont nombreuses et compliquées. La présence de poches d'air dans la conduite, loin d'amortir le phénomène, ne fait souvent que l'exciter. Dans un canal, des phénomènes plus ou moins comparables peuvent être observés ; ce sont le *ressaut,* d'abord immobile mais transformable en ondes de translation, puis l'onde solitaire dont le profil a encore d'intéressantes propriétés géométriques. Quant aux ondes d'oscillation, qui ne sont jamais isolées, leur étude se ramène assez aisément à celle des mouvements oscillatoires les plus simples c'est-à-dire aux mouvements harmoniques.

La Pneumatique reprend, pour les gaz, les questions déjà examinées pour les liquides ; les écoulements gazeux ne diffèrent des écoulements liquides que par la présence d'intégrales prêtes à disparaître, en s'explicitant, pour le cas où l'on reviendrait à l'incompressibilité. A signaler ici de curieuses et simples formules, dues, je crois, à Haton de la Goupillère, pour le temps nécessaire au remplissage d'un récipient mis en communication avec un autre où la pression est maintenue constante. Notons encore l'étude des conditions thermiques dans lesquelles une colonne gazeuse pourrait présenter des ondes permanentes analogues à l'onde solitaire liquide puis les ondes coniques qui suivent un bateau à marche suffisamment rapide ou un projectile marchant plus vite que le son ; ce sont des ondes singulières, enveloppes de familles d'ondes, qui produisent le *claquement* perçu le long de la trajectoire d'une balle.

La résistance de l'air, d'une étude si nécessaire pour la balistique et l'aviation, présente d'étranges paradoxes. Un cylindre circulaire, tournant rapidement autour de son axe et placé dans un courant d'air, a un déplacement possédant une composante perpendiculaire au courant. Certaines plaques pouvant tourner autour d'une normale fixe ont leur rotation entretenue par un courant d'air également normal, ce qui semble invraisemblable par raison de symétrie. L'esprit scientifique simplement curieux peut, à coup sûr, se passionner autant que le technicien pour de semblables questions.

Une remarque tout à fait analogue à cette dernière peut être faite au début de la Thermodynamique. M. Lecornu nous avertit qu'il va être bref et qu'il n'a en vue que ce qui est nécessaire pour la théorie des moteurs thermiques, mais, heureusement, il ne tient pas sa promesse de manière étroite. Je relève des paragraphes d'un extrême intérêt sur les parties quasi-philosophiques de la Thermodynamique. On sait que, dans les transformations réversibles, l'inverse de la température est un facteur intégrant pour la variation infinitésimale de la quantité de chaleur d'où, par intégration alors possible, la fonction *entropie.* Cela peut-il s'expliquer de manière purement mécanique ? M. Lecornu s'en rapporte ici, très élégamment et très brièvement, à Helmholtz, à Lord Kelvin et à Henri Poincaré qui a recherché la nature des mouvements tourbillonnaires n'altérant pas l'existence d'une entropie.

Dans les cycles relatifs aux fluides homogènes on rencontre d'abord ceux dont l'aire mesure le travail ; l'idée de conserver cette représentation entraîne la constitution de diagrammes entropiques pour lesquels on retrouve, sous sa forme générale, le problème bien connu de la conservation des aires planes. D'ailleurs, ces équivalences de mailles constituent une clef intuitive quant aux formules subséquentes.

L'équation caractéristique des gaz parfaits peut être rattachée à la théorie du viriel ; cette équation et les formules relatives aux diverses transformations de ces gaz subissent des modifications qui, autant que possible, conservent leur aspect quand on passe aux gaz réels. C'est une question de termes complémentaires sur lesquels les physiciens n'ont pas toujours été d'accord ; l'approximation la meilleure est généralement du côté des formules simples.

L'étude des vapeurs saturées est riche en résultats géométriques asymptotiques à ceux concernant les gaz parfaits ; Joseph Bertrand a même étudié ainsi les propriétés qui subsistent dans le voisinage de la saturation. Les écoulements des fluides élastiques sont maintenant repris en tenant compte des phénomènes thermiques ; la relation entre la vitesse d'écoulement d'une vapeur et la température correspond encore à un certain cycle dont l'aire figure la variation de force vive. Signalons, à ce sujet, les si curieux compteurs de vapeur basés sur l'écoulement de celle-ci au travers de certains ajutages. La propagation d'une onde plane demande aussi à être complétée au point de vue thermique ; le complément prend naturellement une importance toute particulière quand il s'agit de la propagation des flammes, des ondes de déflagration et d'explosion ; là encore les schèmes géométriques gardent leur curieuse simplicité intuitive.

Dans les généralités relatives aux machines, de nombreuses pages sont consacrées à deux organes essentiels : le volant et le régulateur. On connaît, à coup sûr, leurs rôles distincts, mais que de choses intéressantes à noter quant aux différents cas ou aux différents dispositifs imaginés par des techniciens ou constructeurs ingénieux. Il y a des volants élastiques avec masses portées par des ressorts, d'où, pour l'ensemble, un moment d'inertie variable ; il y a les hélices des avions, pour lesquelles le couple résistant est fonction non d'un déplacement angulaire mais d'une vitesse angulaire. Pour les régulateurs la diversité est plus grande encore ; ils ont une théorie géométrique en tant que systèmes articulés, ils utilisent la pesanteur ou des ressorts, ils deviennent isochrones quand ils tendent à ramener une machine à une vitesse angulaire toujours la même et peuvent alors être réalisés par une des plus simples propriétés de la parabole à axe vertical. Ils ont aussi une théorie statique et dynamique indépendante de leur forme et susceptible d'une interprétation graphique ; tantôt le régulateur tend à modifier les régimes d'une manière asymptotique interprétable par le parcours d'une sorte de spirale, tantôt il détermine un régime cyclique traduisible sur des courbes fermées ou *cycles*. Il y a aussi des régulateurs d'inertie, des régulateurs-volants, curieux petits monstres qui semblent vouloir vivre de la vie de deux organes que la théorie s'attache généralement à bien séparer.

Les freins peuvent être envisagés aussi à des points de vue fort divers. Tantôt ils absorbent de l'énergie qu'il s'agit de détruire, tantôt de l'énergie qu'il s'agit de mesurer (frein de Prony) ; ils reposent sur des frottements généralement solides, parfois liquides, comme dans les pièces d'artillerie dont il faut amortir le recul, parfois aériens dans les moulinets dynamométriques.

Enfin la question des efforts intérieurs, dans une machine, ne peut évidemment être tranchée par le seul théorème des forces vives suffisant, pour l'ensemble du mouvement considéré du point de vue de la dynamique rationnelle. Il y a ici une question analogue à celle des systèmes hyperstatiques avec cette complication qu'il s'agit de forces appliquées à des corps en mouvement ; M. Lecornu s'attache à traiter des cas dont l'élégance est d'autant moins contestable qu'on peut, toujours et encore, l'appuyer sur de remarquables constructions géométriques.

Je ne ferai que signaler les moteurs hydrauliques roues et turbines, rappelant que la turbine est peut-être due à Euler et présente aussi sa curieuse géométrie. Le bélier hydraulique, utilisant la surpression du coup de bélier, est vraiment un appareil étonnant et même de première apparence paradoxal ; M. Lecornu lui consacre un schème très simple.

Quant aux moteurs thermiques je serai également bref, signalant surtout le cas de la combustion interne qui nous a valu l'automobile, le sous-marin (moteur Diesel) et l'avion. Et justement des notions d'aviation terminent ce bel et grand ouvrage ; j'y relève la question de la stabilité automatique dédaignée par les pilotes mais non par les techniciens justement excités par la difficulté du problème.

Peu importe quelques citations de plus ; le troisième volume de M. Lecornu termine magnifiquement un Cours de Mécanique qui doit pouvoir atteindre à toutes les applications et qui y atteint effectivement par la combinaison la plus sûre des formules rationnelles et des tracés expérimentaux, non sans l'intuition profonde, et toujours exprimée avec le maximum d'élégance, de la géométrie et de la physique des faits.

Encore un beau guide pour les jeunes qui demain reconstruiront la France.

A. Buhl (Toulouse)

Maurice d'Ocagne. — **Cours de Géométrie pure et appliquée de l'Ecole Polytechnique.** — Tome II : Cinématique appliquée. Stéréotomie. Statique graphique. Calcul graphique. Calcul grapho-mécanique. Nomographie. — 1 vol. gr. in-8° de 364 pages ; 18 fr. ; Paris, Gauthier-Villars, 1918.

L'Enseignement mathématique, dans le présent volume (p. 30), a consacré un article de fond à deux grands traités de géométrie, publiés à la même époque et destinés à faire grande sensation dans l'enseignement ; l'un était dû à Gaston Darboux, l'autre à M. d'Ocagne, dont l'œuvre s'achève aujourd'hui en un second volume complétant surtout le premier au point de vue des applications.

Ce tome II débute par la Cinématique appliquée ; le souci d'être méthodique et moderne s'y révèle de prime abord, ne serait-ce qu'en ne traitant des divers transformateurs de mouvement qu'après un rappel d'une classification générale des mécanismes due à M. G. Kœnigs. Je me permets de passer sur les divers types d'engrenages, mais je note les élégances propres aux trains épicycloïdaux susceptibles notamment d'associer des rotations très différentes sans que la cause de cette différence soit immédiatement apparente (paradoxe de Fergusson). Les transformateurs de rotations à vitesses variables nous font retrouver des courbes roulantes quelconques, mais avec constructions intermédiaires particulières au sujet ; on construit les profils roulants en partant de courbes dont les abscisses doivent s'enrouler sur des circonférences, ce qui est l'occasion de faire usage d'une construction approchée concernant la quadrature du cercle.

Toutefois le plus grand intérêt apparaît avec les transformateurs géométriques. Les plus simples sont des quadrilatères, dont un côté est invariable, ou *trois-barres* ; on peut leur rattacher le transformateur de Watt donnant la courbe à longue inflexion, c'est-à-dire la solution *approchée* de la transformation *sans guidage* du mouvement circulaire en mouvement