

travaux sur l'Algèbre à deux dimensions de M. Stuyvaert (Gand)

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **21 (1920-1921)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

une nébuleuse amorphe, choc qui le renfle alternativement à l'équateur et aux pôles, suivant la théorie des pulsations. Il suffit que la vitesse relative dans le choc soit soixante-quinze fois plus petite que celle calculée et annoncée précédemment par l'auteur.

M. Em. BELOT fait le 28 mai une conférence en assemblée plénière, sur la *Cosmogonie tourbillonnaire*.

A la demande de M. BELOT, une très intéressante visite de l'Observatoire a lieu, sous la direction de M. ESCLANGON, accompagné de MM. DANJON et VÉRONNET.

A. GÉRARDIN (Nancy).

Les travaux sur l'Algèbre à deux dimensions de M. Stuyvaert (Gand).

L'Enseignement mathématique a fait connaître, dans une de ses récentes chroniques, le legs fait à la Classe des Sciences de l'Académie royale de Belgique par Agathon DE POTTER en vue d'encourager les recherches scientifiques.

Cette compagnie savante a décidé d'attribuer des prix pour des questions mises au concours, ainsi que des subsides pour voyages, publications, etc. Elle a exclu ses membres correspondants des prix, mais non des subventions.

Dans la pensée de la Classe des Sciences, les subsides sont destinés à permettre la publication d'ouvrages d'un caractère trop spécial pour espérer un débit important et trop longs ou trop peu nouveaux pour prendre place dans ses Mémoires.

Nous avons le plaisir d'annoncer que le premier usage fait de cette libéralité a été un subside pour un travail mathématique, *Algèbre à deux dimensions*¹, par M. STUYVAERT, professeur à l'Université de Gand et correspondant de l'Académie de Bruxelles.

L'auteur lui-même nous fournit les éclaircissements qui suivent relatifs à l'ouvrage subsidié et tient à témoigner en même temps combien il a d'obligation à ses confrères de la Classe des Sciences.

L'Algèbre à deux dimensions est un exposé d'ensemble de recherches entreprises par M. Stuyvaert depuis une vingtaine d'années, ainsi que des recherches nouvelles sur le même sujet.

Ce sujet, on le devine, c'est l'utilisation des *déterminants* et *matrices*. Malgré le grand usage fait de cet algorithme, leur champ d'application s'étend sans cesse.

La première occasion qui fut offerte à l'auteur de reconnaître l'utilité de cet instrument fut une question de géométrie: une matrice de six formes linéaires quaternaires représente une

¹ 1 vol. in-8° de 223 p., Fr. 12 50; Van Rysselberghe et Rombaut, Gand.

cubique gauche. Il suffit d'introduire, dans les éléments, un ou plusieurs paramètres variables, pour obtenir des systèmes infinis de cubiques gauches. Ceci permet de retrouver tous les systèmes doublement infinis connus de ces courbes, systèmes étudiés jusque là par la géométrie, de préciser leur lien de parenté, d'en rencontrer de nouveaux et de reconnaître l'existence de *bisécantes singulières* de ces systèmes. Un mémoire de M. Stuyvaert sur ce sujet a été couronné en 1913 mais n'a pas été publié jusqu'ici, en raison des événements.

La facilité des extensions quant au nombre de rangées, ou de variables, la substitution de sphères, de complexes, ou de dérivées partielles aux simples plans de la matrice de la cubique gauche, firent augurer jadis à l'auteur que les matrices constituent peut-être l'algorithme qui a manqué jusqu'alors à la *géométrie projective*.

Ces divers développements ont paru dans un certain nombre de périodiques, entre autres dans *l'Enseignement mathématique*.

Ici commence une seconde phase de cet historique. On sait assez que les déterminants et matrices donnent la forme la plus heureuse à la solution du problème de l'élimination d'une inconnue entre deux équations algébriques et même au problème apparenté de rechercher les conditions d'existence de plus d'une racine commune aux deux équations. Pour ce problème plus élevé, M. Stuyvaert a proposé le mot *surélimination* et il en a fait quelques applications, telles que celle-ci : si l'élimination d'une inconnue donne un lieu géométrique, la surélimination en donne (généralement) les points singuliers.

En suivant cette voie, on constate que, croyant faire de la géométrie, on fait au fond de l'algèbre. La preuve en est que toutes les difficultés rencontrées sont d'ordre algébrique. Il s'agit par exemple d'éliminer un paramètre entre plusieurs équations, ou d'éliminer un paramètre d'une matrice ou de reconnaître quand trois coniques ont un ou plusieurs points communs, etc. Ces problèmes sont loin d'être classiques, quelques-uns à peine ou pas du tout résolus.

Mais en prenant conscience de ce nouveau point de vue, on voit grandir la portée des recherches, car les problèmes d'algèbre étant nécessaires, donc logiquement antérieurs aux applications géométriques, celles-ci ne sont plus qu'une des interprétations possibles, et la mécanique, la physique, l'analyse ont aussi besoin de ces problèmes d'algèbre. Toutefois rien n'empêche de conserver parfois le langage de la géométrie, car les coordonnées sont si familières qu'il serait maladroit de se priver d'un tel secours.

Voici encore une notion pour laquelle l'auteur invoque, jusqu'à plus ample informé, un droit de paternité, c'est celle de *matrice invariante*.

On sait que les invariants des polynômes se présentent souvent sous forme de déterminants; or il existe des matrices jouissant de la propriété d'invariance, bien que les déterminants qu'on en extrait ne soient pas invariants.

La difficulté était de définir l'invariance, car les matrices ne sont pas des quantités, mais des symboles, et l'auteur ne pouvait pas les voir se reproduire multipliées par une puissance du module. Provisoirement il définissait une matrice invariante, celle dont l'évanouissement exprime une propriété indépendante des repères. Plus tard il reconnut que ces symboles sont soumis à une multiplication conventionnelle, non commutative, et trouva des matrices qui se reproduisent multipliées à droite ou à gauche par une puissance du module. Dans le volume annoncé il donne probablement les premiers exemples d'invariant et de matrice invariante pour quatre coniques d'un même plan.

Mais les méthodes de l'algèbre à deux dimensions se sont montrées efficaces encore dans les théories algébriques mêmes. Il est trop évident que la notation de déterminant n'implique que les trois règles, addition, soustraction, multiplication et s'applique à un corps quelconque. L'école de Kronecker a fait des efforts assez peu réussis pour exposer simplement la théorie des variétés algébriques dans un corps; elle a trop négligé le secours des matrices, et l'auteur espère montrer sur un exemple, celui des courbes gauches algébriques de l'espace ordinaire, l'utilité de ses procédés. Il compte montrer, dans un travail ultérieur, cette même utilité pour les congruences de module premier.

Sur les applications des déterminants et matrices, l'auteur a fait paraître déjà un volume intitulé *Cinq Etudes de Géométrie analytique*, Gand, Van Goethem, 1907, analysé ici même.

Son nouveau travail fera plus ou moins suite à ces *Cinq Etudes*. Cependant il a tenu à rendre la lecture du volume annoncé indépendante de celle de l'autre. Il s'est efforcé aussi de pouvoir être compris de toutes les personnes possédant les éléments d'algèbre.

Nouvelles diverses. — Nominations et distinctions.

France. — *Académie des Sciences.* — M. L.-E. DICKSON, professeur à l'Université de Chicago, a été élu membre correspondant dans la section de géométrie. — M. Ch. RIQUIER, de Caen, a été élu correspondant de la section de géométrie, en remplacement de M. Zeuthen. — M. L. TORRES QUEVEDE, de Madrid, a été élu correspondant dans la section de mécanique, en remplacement de M. BOULVIN, décédé.

L'Académie a décerné les prix suivants : *Prix Poncelet* (2000 fr.),