Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 22 (1921-1922)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Rubrik: BIBLIOGRAPHIE

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Palermo; *Università.* — BAGNERA: Funzioni di variabile complessa. Funzioni di due variabili. Funzioni algebriche e loro integrali, 3. — DE FRANCHIS: Funzioni algebriche ed integrali abeliani, 3. — GEBBIA: Elettromagnetismo, elettroinduzione, elettrodinamica, 4 $^1/_2$. — SIGNORINI: Teoria della relatività, 3. — STRAZZERI: Geometria differenziale, 3.

Pavia; *Università.* — BERZOLARI: La geometria sopra una curva algebrica svolta con metodo algebrico e con metodo iperspaziale, 3. — BRUSOTTI: Curve piane algebriche reali, 2. — CISOTTI: Teoria dell' elettricità, 3. — GERBALDI: Funzioni di variabile complessa. Funzioni ellittiche, 3. — SIBIRANI: Problema ristretto dei tre corpi, 3. — VIVANTI: Calcolo delle variazioni, 3.

Pisa; *Università.* — ARMELLINI: Teoria della Luna, 4. — BERTINI: Iperspazi e geometria sopra una curva algebrica, 4. — BIANCHI: Equazioni differenziali ordinarie e alle derivate parziali. Geometria infinitesimale, 3. — MAGGI: Ottica fisica, 3.

Roma; *Università.* — BISCONCINI: Applicazioni geometriche del calcolo, 3. — BOMPIANI: Teoria geometrica dei numeri, 3. — CANTELLI: Statistica matematica, 3. — Matematica attuariale, 3. — CASTELNUOVO: Funzioni ellittiche e funzioni abeliane, 3. — CRUDELI: Introduzione agli studi superiori di elettricità, 3. — LEVI-CIVITA: Questioni e valutazioni asintotiche, 3. — PERNA: Teorie complementari di analisi matematica, 3. — VOLTERRA: Equazioni integrali, integro-differenziali, a derivate funzionali e applicazioni alla fisica matematica, 3. — Masse fluide vuotanti, 3.

Torino; *Università.* — BOGGIO: Teoria delle figure d' equilibrio delle masse fluide rotanti, 3. — FUBINI: Le equazioni alle derivate parziali, 3. — SEGRE: Capitoli scelti di geometria algebrica, 3. — SOMIGLIANA: Capillarità e fenomeni collegati, 3. — TOGLIATTI: Geometria iperspaziale, 2.

BIBLIOGRAPHIE

P. APPELL. — **Eléments de la Théorie des vecteurs et de la Géométrie analytique.** — Un vol. petit in-8° relié de 148 p. et 57 figures; 4 francs; Payot et Cie, Paris, 1921.

C'est toujours une chose intéressante que de voir comment un ouvrage d'enseignement très élémentaire est écrit par un grand savant.

Ce fut évidemment pour M. Appell un simple jeu que d'amalgamer, avec le maximum d'harmonie, les premiers principes de géométrie vectorielle et de géométrie analytique. Et il paraît étonnant que cette chose si simple n'ait pas été faite depuis longtemps, du moins de manière aussi explicite.

Tout bachelier devrait prendre l'opuscule en question pour s'élever au-dessus du programme acquis et quelle que soit l'orientation projetée pour de nouvelles études mathématiques.

On arrive, de la manière la plus simple, aux conceptions vectorielles fondamentales, telles celles des produits intérieur et extérieur, la géométrie analytique leur donnant immédiatement leur sens tangible.

La normale à une surface apparaît avant le plan tangent ce qui donne sa véritable signification à la notion de différentielle totale.

On pressent que les propriétés des coniques centrées peuvent se dérouler derrière la proportionnalité qui existe, en ces courbes, entre l'abscisse et la sous-normale.... Ne multiplions point les citations. Ajoutons plutôt que ce petit livre inaugure une « Collection Payot » à laquelle on peut prédire un retentissant succès si les opuscules à venir sont tous susceptibles de rendre les mêmes services que le premier publié grâce à M. Appell.

A. Buhl (Toulouse).

Pierre Boutroux. — **L'idéal scientifique des mathématiciens.** — 1 vol. in 16 de 276 pages; 8 fr.; F. Alcan, Paris, 1920.

M. Pierre Boutroux en deux volumes sur « Les Principes de l'analyse mathématique », volumes analysés ici (1914, p. 151; 1919, p. 391), avait déjà fait œuvre de mathématicien, de philosophe et d'historien. Le présent ouvrage, publié dans la *Nouvelle Collection scientifique* de M. E. Borel, paraît revenir, surtout au point de vue philosophique, sur la constitution de la pensée mathématique prise dans sa forme vivante, pratique et féconde et non dans un des aspects chers à telle ou telle école logique.

Nous ne pouvons dire que très brièvement que l'historien a fait un intéressant tableau de la conception hellénique et des conceptions synthétiques qui ont suivi; le mathématicien et le philosophe apparaissent avec l'histoire de l'analyse moderne, avec l'étude de l'objectivité des faits mathématiques et surtout avec les si troublantes questions actuelles et relatives aux corrélations physico-mathématiques.

De remarquables passages sont empruntés au si regretté Duhem et commentés dans un esprit de sympathie qui les met admirablement en lumière. Les constructions mathématiques ont une valeur propre; elles n'ont point besoin des vérifications continuelles des physiciens anglais. Et, en effet, un enchaînement correct de pensées est conditionné par tout l'univers sensible; il doit naturellement donner quelque chose de correct également interprétable dans cet univers. De là la valeur constructive des mathématiques à laquelle on peut se fier sans recourir continuellement aux vérifications.

Il est particulièrement indiqué ici d'insister sur les dernières pages relatives aux méthodes d'enseignement. Là encore M. Pierre Boutroux est éclectique et conseille l'éclectisme. Les méthodes de découverte et les méthodes pédagogiques sont loin d'être les mêmes mais le pédagogue le plus inflexible est généralement celui qui n'a rien découvert. L'originalité créatrice ira rarement sans originalité d'exposition et, finalement, c'est surtout celle-ci qui est désirable comme pouvant donner l'idée la plus exacte de la souplesse et de la richesse de la science. A. Buhl (Toulouse).

A. S. Eddington. — **Espace, temps et gravitation.** La théorie de la relativité généralisée dans ses grandes lignes. Exposé rationnel suivi d'une étude mathématique de la théorie. Ouvrage traduit de l'anglais par J. Rossignol, avec une Introduction de P. Langevin. — 1 vol. in-8°, 430 p.; 28 fr.; Librairie Scientifique J. Hermann, Paris, 1921.

Aucun lecteur de *l'Enseignement mathématique* ne sera resté étranger au mouvement scientifique issu des idées d'Einstein. Les ouvrages en français sont rares sur ce sujet. Celui de M. Eddington vient combler une lacune et ne saurait être assez recommandé aux physiciens, mathématiciens ou philosophes qui désirent s'initier aux théories nouvelles et se faire une juste idée de leur signification et des conséquences qu'elles comportent.

Ce livre débute par un exposé (262 pages) n'exigeant aucune connaissance technique. Cette première partie est suivie d'un complément mathématique (149 pages) écrit spécialement pour l'édition française. Dans la partie mathématique qui nous intéresse particulièrement les principes du calcul tensoriel sont exposés d'une manière aussi claire que brève et le mathématicien auquel le nouveau symbolisme ne serait pas connu y trouvera le moyen de se le rendre familier. La mécanique de la relativité, l'électro-magnétisme et la géométrie de M. Weyl de date très récente y sont exposés d'une manière très claire et ce qu'elles contiennent d'essentiel ne peut échapper au lecteur. M. Eddington ne pouvait en un nombre si restreint de pages aborder les détails des déductions et son ouvrage ne peut nous dispenser de la lecture des mémoires originaux sur ces questions nouvelles; mais il atteint son but en mettant vivement en lumière les caractères essentiels des problèmes nouveaux. Cet exposé mathématique à lui seul est des plus suggestifs.

M. Eddington dans l'ensemble de son livre expose les résultats fondamentaux de la théorie de la relativité qui semblent désormais acquis à la science. Il ne s'arrête pas là. Plusieurs chapitres sont consacrés aux questions qui restent encore ouvertes: l'univers considéré comme un tout, et la géométrie de M. Weyl qui est une extension de la géométrie de Riemann et qui permet de rendre compte géométriquement des phénomènes électromagnétiques de la même manière que la géométrie riemannienne rend compte des phénomènes gravitiques. On sait d'ailleurs que dans cette voie où l'on cherche à créer une géométrie naturelle assez vaste et assez souple de manière à y faire entrer la physique tout entière; M. Eddington lui-même est allé plus loin encore que M. Weyl qui s'imposait quelques conditions supplémentaires suggérées par l'expérience.

Il y est fait allusion dans l'exposé mathématique. Dans les derniers chapitres, à propos de l'électromagnétisme l'auteur montre pourquoi les efforts des physiciens doivent être dirigés aujourd'hui vers la théorie des quanta et pourquoi la théorie actuelle d'Einstein et Weyl est incapable de percer le mystère de la structure de l'électron tant que la fusion des deux théories n'aura pas été faite. Ce livre donne un aperçu général de la position actuelle du problème de la matière.

Il faut mentionner à part le prologue « Qu'est-ce que la géométrie ? » écrit sous forme de dialogue entre un mathématicien, un physicien et un relativiste qui résume élégamment les controverses agitées ces dernières années sur le rapport de la géométrie et de l'expérience; et le chapitre intitulé « La lumière pesante » relatant les expéditions à l'isle du Prince et au Brésil dont l'une fut dirigée par M. Eddington lors de l'éclipse de mai 1919. Ce livre peut donc intéresser ceux qui ne possédant pas l'instrument mathématique désirent se faire une idée claire des notions fondamentales de la théorie: temps local, contraction de Lorentz, multiplicité riemannienne, géométrie non euclidienne, courbure de l'espace... et ceux auxquels

la théorie est déjà familière par les problèmes qu'il pose et les horizons qu'il ouvre.

Première partie. — PROLOGUE. Qu'est-ce que la géométrie ? — CHAP. I. La contraction de Fitzgerald Lorentz. — II. La relativité. — III. L'univers à quatre dimensions. — IV. Les champs de force. — V. Les différents genres d'espaces. — VI. La nouvelle loi de gravitation et l'ancienne. — VII. La lumière pesante. — VIII. Autres preuves de la théorie. — IX. Quantité de mouvement et énergie. — X. Vers l'infini. — XI. Electricité et gravitation. — XII. Sur la nature des choses. — APPENDICE. Notes mathématiques. Note historique.

Deuxième partie. — Partie théorique. — I. Principes élémentaires. — II. Le calcul tensoriel. — III. La loi de gravitation. — IV. La mécanique de la relativité. — V. Electricité. R. WAVRE (Genève).

G.-H. HALPHEN. — ŒUVRES publiées par les soins de C. Jordan, H. Poincaré, E. Picard, avec la collaboration de E. Vessiot. Tome III. — 1 vol. gr. in-8° de XII-520 p.; 90 francs; Gauthier-Villars, Paris, 1921.

Nous avons déjà publié (1916, p. 365; 1919, p. 393) les analyses des deux premiers volumes de ces magnifiques *Œuvres*. Pour le tome troisième un aperçu condensé est particulièrement facile, car ce tome ne contient que quatre mémoires dont deux sont si célèbres que les titres seuls suffiraient à attirer les mathématiciens désireux de se replonger dans ces belles productions. Précédés par une Notice due à M. Camille Jordan, les écrits en question sont:

I. Mémoire sur la réduction des équations différentielles linéaires aux formes intégrables (pp. 1-260).

II. Mémoire sur la classification des courbes gauches algébriques (pp. 261-455).

III. Sur quelques équations différentielles linéaires du quatrième ordre (pp. 457-462).

IV. Sur les invariants des équations différentielles linéaires du quatrième ordre (pp. 463-514).

Faut-il rappeler que le premier mémoire fut présenté au concours du Grand Prix des Sciences mathématiques en même temps que celui où Henri Poincaré, inspiré du même sujet, construisait les fonctions fuchsiennes. Quel admirable assaut d'intelligence ! Et comme les traits du génie se reconnaissent bien dans le choix heureux d'une idée fondamentale. Un des moyens les plus utiles, écrit Halphen (p. 3), pour étendre le champ de nos connaissances en calcul intégral consiste dans les changements de variables. La chose était vraie; elle le sera sans doute toujours. Elle sort des champs où Halphen opérait et aujourd'hui se révèle tout aussi féconde en Physique mathématique là où, par exemple, les formules fondamentales de l'électromagnétisme se rattachent aux principes les plus simples de l'analyse.

Pour Halphen, il s'agit surtout de substitutions $x = \varphi(X)$, $y = Y\,\psi(X)$ telles que l'équation différentielle transformée soit à coefficients constants, où à intégrale rationnelle, où à coefficients doublement périodiques et à intégrale uniforme. Une équation linéaire d'ordre quelconque ne peut évidemment être ramenée à une forme donnée par une substitution aussi simple que celle qui vient d'être indiquée mais c'est alors qu'intervient la notion des *invariants*, l'étude de ceux-ci indiquant s'il est possible ou

non de transformer l'équation en un type maniable soit algébriquement soit par le moyen des transcendantes de la théorie des fonctions elliptiques. Pour ne citer que les noms français, rappelons que la question a été également travaillée par Laguerre, par MM. P. Appell, E. Picard, Ed. Goursat. Elle est trop fameuse pour que nous ayons à insister.

La classification des courbes gauches algébriques est encore une question que personne n'avait jamais traitée avec la magistrale puissance qu'y révèla Halphen. Elle est inépuisable et alimente des travaux récents; là encore, la première chose à conseiller aux jeunes chercheurs est de revenir à Halphen même. On sait combien le sujet est fuyant. Déjà pour les courbes du quatrième degré, cette notion de degré ne suffit plus; les quartiques gauches se scindent en deux types essentiellement distincts d'après le nombre des points doubles apparents. Au neuvième degré les deux notions deviennent insuffisantes à leur tour et il faut faire intervenir des propriétés de cordes et ainsi de suite. Les entiers que l'on introduit, concurremment avec le degré, sont liés par de curieuses relations arithmétiques dont il serait imprudent de juger du sens sur des cas trop réduits; leur illustre auteur crut nécessaire de s'expliquer en traitant de la classification des courbes de degré 120.

Rappelons encore que la méthode algébrique fondamentale consiste à faire usage de la représentation

$$\varphi(x, y) = 0, \qquad z\chi(x, y) = \psi(x, y).$$

Ainsi toute courbe gauche est l'intersection d'un cylindre et d'une *monoïde* de Cayley. La science actuelle n'a pas trouvé mieux et l'on peut remarquer que ces dernières équations ne manquent point d'analogie formelle avec celles de la substitution qui, dans le mémoire précédent, transformait les équations différentielles linéaires. C'est toujours le génie qui, malgré la diversité de ses aboutissements, révèle sa présence sous des aspects simples et immuables; nous sommes même tenté de dire sous des aspects « invariants ».

A. Buhl (Toulouse).

Harold Hilton. — **Plane algebraic Curves.** — 1 vol. de XVI-388 p. avec nombreuses figures. Oxford, at the Clarendon Press, 1920.

Ceci est un volume extrêmement remarquable, que l'auteur s'est proposé d'écrire pour compléter l'œuvre analogue de Salmon. On connaît assez l'excellence de cette dernière, mais les progrès de la Science commencent à la faire vieillir.

M. Harold Hilton est d'ailleurs fort consciencieux; sa préface nous confie quelques craintes, par exemple celle de s'attirer le reproche de ne traiter, dans un si vaste sujet, que les points l'intéressant personnellement. Qu'il se rassure ! Les lecteurs discerneront rapidement les remarquables innovations dues à ses travaux personnels et le tact avec lequel il a dirigé ses emprunts aux productions d'autrui.

Je n'essaierai pas d'une analyse détaillée se poursuivant de manière logique; elle risquerait d'être presque aussi longue que le livre. Mais que de glanes merveilleuses il y a à faire.

A la page 10 et dans la moitié de cette page, il nous est démontré que deux courbes d'ordres N et n se coupent en Nn points ! Il suffit de considérer le faisceau défini par l'origine et les points d'intersection. Il dépend

d'un éliminant, en forme de déterminant, dont le degré est immédiatement visible !

Si l'on compare avec les interminables mémoires écrits jadis sur cette question on conviendra que le présent livre débute par de bonnes impressions. La construction des courbes est enrichie de nombreux exemples; les foyers et les points singuliers sont classés d'une manière systématique. Sous le nom de *branches superlinéaires*, nous étudions celles qu'on peut atteindre, en partant d'un point de la courbe pris pour origine, au moyen d'un développement de y suivant les puissances fractionnaires de x. Faut-il rappeler l'usage de tels développements quant à la distinction des branches d'une fonction algébrique.

Les polaires d'ordre *quelconque* sont immédiatement définies et conduisent aux courbes associées (hessienne, steinérienne, cayleyenne, jacobienne, etc.); toutes aident à la recherche des singularités de la courbe primitive ou sont des lieux de singularités de ses polaires: elles trahissent, des unes aux autres, des singularités qu'il serait fort difficile d'apercevoir sur une courbe isolée! Aux nombres de Plücker est joint le genre *(deficiency)* si bien qu'après les unicurales nous étudions tout naturellement les courbes de genres 1 et 2 avec les fonctions elliptiques associées au genre 1.

M. P. Appell a écrit quelque part qu'il ne fallait pas creuser à l'envie la géométrie des courbes algébriques sans montrer les relations de la chose avec la théorie des fonctions elliptiques et abéliennes. M. H. Hilton semble s'être très heureusement inspiré de la même idée.

Sous le nom de *courbes dérivées*, voici les développées, les courbes inverses, les podaires, les orthoptiques, les cissoïdes, conchoïdes, parallèles et autres types. L'intérêt ici consiste surtout en la *dérivation* des singularités qui se produit quand on passe de la courbe primitive à la courbe dérivée.

A propos de l'intersection de deux courbes, je signale la théorie des *points résiduels*, peu connue en France. Il s'agit d'égaler un polynome f à $A\varphi + B\psi$ mais ceci peut se faire sous une forme particulièrement symétrique en adjoignant un sixième polynome d'où six courbes dont les intersections se peuvent figurer conventionnellement, sur les faces et les arêtes d'un cube, par groupe *corésiduels* entre lesquels existent des lois de symétrie que la construction spatiale indiquée rend intuitives.

Les généralités jusqu'ici exposées occupent exactement 200 pages. Voici maintenant des études extrêmement intéressantes des cubiques. Leur représentation paramétrique est étudiée aussi bien avec les fonctions elliptiques de Jacobi qu'avec celles de Weierstrass. L'auteur évite de tracer des courbes canoniques particulièrement symétriques; que de tracés simples et bizarres nous sont ainsi révélés notamment avec les quartiques unicursales à trois nœuds réels. D'ailleurs la classification des quartiques est tout simplement merveilleuse; toutes les singularités y défilent. Quant aux quartiques absolument générales, ce sont leurs 28 tangentes doubles qui servent de point de départ. Elles donnent des groupes *syzygétiques* ou *asyzygétiques* suivant que les points de contact sont ou non sur des coniques. Nous retrouvons ici des questions qui étaient chères au regretté Humbert et, d'autre part, les complexes de Steiner formés de tangentes syzygétiques.

On sait aussi que l'algèbre des 28 droites précédentes est analogue à celle des 27 qu'on peut placer sur une *surface* cubique. Le rapprochement est élégamment étudié.

Les deux derniers chapitres se rapportent aux singularités *réelles*, avec

d'élégants théorèmes de Klein et Hilbert, ainsi qu'à de nouvelles correspondances interprétables sur surfaces algébriques. Hors du texte courant se trouvent partout d'innombrables problèmes souvent pourvus de brèves explications. L'ouvrage est d'une haute valeur éducative et esthétique.

A. BUHL (Toulouse).

H. A. LORENTZ; A. EINSTEIN; H. MINKOWSKI. — **Das Relativitätsprinzip.** Eine Sammlung von Abhandlungen. Mit Anmerkungen von A. SOMMERFELD und Vorwort von O. BLUMENTHAL. Dritte, verbesserte Auflage. — 1 vol. in-8°, 146 p.; B. G. Teubner, Leipzig.

Il nous suffira de signaler brièvement cette nouvelle édition du petit volume renfermant les Mémoires fondamentaux de MM. Lorentz, Einstein et Minkowski sur la théorie de la relativité. Tous ceux qui désirent approfondir cette théorie tiendront à avoir constamment sous la main les travaux originaux qui ont servi de point de départ aux nombreuses recherches d'ordre mathématique ou physique.

Le célèbre Mémoire de Minkowski „Raum und Zeit" est suivi d'une intéressante note de M. Sommerfeld contenant une série d'annotations et d'utiles remarques sur ce mémoire.

La 3e édition a été augmentée des mémoires récents de M. Einstein sur la théorie générale de la relativité.

H. F.

Michel PÉTROVITCH. — **Mécanismes communs aux phénomènes disparates.** — 1 vol. in-16 de 280 pages; 8 fr.; F. Alcan, Paris, 1921.

Le sujet n'est pas nouveau pour qui connaît les préoccupations de M. Michel Pétrovitch, de l'Université de Belgrade. L'éminent professeur nous avait déjà donné une « Mécanique des phénomènes fondée sur les analogies » publiée, en 1906, avec tout l'appareil mathématique nécessaire, dans la *Collection Scientia*. M. R. Marcolongo a analysé ce petit livre ici-même (t. IX, 1907, p. 78).

Aujourd'hui les mêmes et ingénieuses idées reviennent au jour, en langage ordinaire, dans la *Nouvelle Collection scientifique* dirigée par M.-E. Borel.

Et le langage ordinaire, dans un tel sujet, n'est pas moins expressif que le langage mathématique, puisqu'on parle couramment d'un « accord » sentimental, d'une « inharmonie » entre caractères et que le gros bon sens populaire a même toute une provision de mots variés pour assimiler à des milieux visqueux l'ensemble des difficultés qui éteignent tant d'énergies.

Des phénomènes mécaniques à schèmes analogues, l'auteur passe, en effet, non seulement aux phénomènes physico-chimiques, mais aux phénomènes biologiques, normaux ou pathologiques, et, de même, aux phénomènes sociaux, économiques et moraux.

Il y a longtemps, à coup sûr, que savants et philosophes ont été hantés, par l'idée de telles généralisations. La première difficulté est d'avoir, à l'appui de celles-ci, un nombre suffisant de faits; or le livre de M. Pétrovitch est extrêmement riche à cet égard et témoigne d'un esprit d'observation auquel on ne peut adresser le fréquent reproche d'être localisé sur un trop petit nombre de points. S'il ne donne une science nouvelle, il montrera tout au moins que la science ordinaire est d'une plasticité bien plus grande qu'on ne le croit communément.

A. BUHL (Toulouse).

L. Roy. — **Cours de Mécanique appliquée,** à l'usage des élèves des Instituts techniques et des candidats au Certificat de Mécanique appliquée. — 1 vol. gr. in-8° de VIII-216 p. et 86 fig.; 30 fr.; Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1921.

Ceci est le tome second d'un nouveau cours de Mécanique appliquée qui, avec le concours de MM. Camichel et Lamotte, sera publié en quatre volumes. Il n'y a évidemment aucun inconvénient à commencer par la volume actuel qui forme un tout absolument complet. Il se divise en deux parties: Statique graphique et Résistance des matériaux.

On sait que la statique ordinaire, avec sa géométrie spatiale, n'est guère adaptable aux besoins de l'ingénieur; ce dernier a particulièrement besoin du trait et des épures intuitives et c'est ce que fournit immédiatement M. L. Roy en partant des conceptions fondamentales du *dynamique* et du *funiculaire* d'un système statique. Le solide reposant sur deux appuis, l'appui à rotule, l'appui à rouleaux, le solide à trois articulations et le solide encastré illustrent immédiatement les constructions fondamentales. Dans le cas de forces continues, les contours polygonaux du dynamique et du funiculaire se changent en des courbes; au cas usuel des forces parallèles correspond notamment une courbe funiculaire et une équation différentielle à intégration graphique immédiate.

Ces préliminaires permettraient de passer rapidement sur les systèmes articulés si l'auteur, à propos des fermes, ne nous en présentait une, dite *en éventail*, uniquement triangulée par des tirants, qui relève de ses conceptions personnelles et qui apporte une note bien originale parmi les systèmes que la pratique semblait avoir fixés. Une ligne polygonale d'arbalétriers supérieurs admet évidemment des compressions; une ligne de clôture inférieure n'admet que des tensions, qui seront les plus considérables de toutes, et, entre ces deux lignes, il n'y a que des tirants à tension si faible qu'on pourra les réaliser par des fils métalliques échappant à la vue. Curieuse, économique et invisible architecture !

La première partie de l'ouvrage se termine par les quadratures graphiques et mécaniques; nous y trouvons naturellement les quadratures approchées ainsi que les déterminations graphiques de centres de gravité et de moments d'inertie, toutes choses indispensables pour aborder élégamment la Résistance des matériaux.

Cette dernière science est intermédiaire entre la théorie générale de l'élasticité trop compliquée et la statique rationnelle absolument insuffisante.

La voie la plus commode semble celle qui consiste à établir des équations générales d'équilibre aussi élémentaires que celles de la statique pure et à montrer, sur de très nombreux exemples, comment on doit les compléter et les interpréter dans le cas des solides naturels. L'idée n'est pas neuve mais M. L. Roy en a tiré un parti particulièrement brillant en prenant des exemples très variés, simples et fort bien uniformisés malgré la première apparence disparate de beaucoup de questions.

Les tractions sur les fils nous conduisent aux câbles des puits de mine, à la chaînette des lignes télégraphiques, aux fibres artificielles telles que celles du béton armé. Les rivures illustrent la résistance au glissement. Les flexions des poutres et des ressorts vont jusqu'à la théorie du ressort en spirale. Les torsions aboutissent aux ressorts à tige et en hélice. Les déformations composées se rapportent aux maçonneries et aux poutres assemblées. Avec l'étude des lignes élastiques on perçoit particulièrement bien le caractère ingénieusement utilitaire des théories en litige. Les lignes élastiques dépen-

dent des fonctions elliptiques, mais ce que la pratique en utilise se peut traiter en leur attribuant une allure parabolique; aussi n'avons nous ici qu'une analyse polynomiale très simple qui se continue d'ailleurs avec les poutres à travées solidaires.

Euler ne dédaigna point de donner, pour les poutres chargées debout, une formule encore attachée à une équation différentielle réduite à une forme élémentaire.

Les arcs sont rattachés à l'idée de retournement de la parabole des ponts suspendus et les principes des constructions statiques se retrouvent dans les machines quand il s'agit de juger de la résistance à l'éclatement des chaudières ou des volants.

Les chapitres sont nombreux et courts, les exemples numériques très abondants; M. L. Roy, en ce volume si aisé et si documenté a remarquablement ouvert la voie à ses collaborateurs. A. Buhl (Toulouse).

Emile Turrière. — **Sur le calcul des objectifs astronomiques de Frauenhofer.** Travaux du Bureau d'études d'optique du Service géographique de l'Armée, fascicule N° 1, décembre 1917. — 1 fasc. in-8°, de 123 p. avec 3 figures de texte et trois planches hors texte; Paris, Imprimerie du Service géographique de l'Armée.

Id. — **Le problème des objectifs de longues-vues dans la dioptrique contemporaine. Exposition des recherches de M. H. Harting.** Travaux du Bureau d'études d'optique du Service géographique de l'Armée. — 1 fasc. in-8° de 149 p., avec 10 fig. et deux planches hors texte; Paris, Imprimerie du Service géographique de l'Armée.

Id. — **Optique industrielle.** Tome premier: Verres et verreries d'optique, objectifs photographiques (Petzval, Steinheil, Goerz, Taylor, Zeiss) Téléobjectifs. Appendice: Calcul des objectifs astronomiques de Fraunhofer (Deuxième édition du fascicule N° 1 des travaux du bureau d'études d'optique du Service géographique de l'Armée). — 1 vol. in-8°, de VI, 265 + 115 = 380 p. avec un portrait hors texte, trois planches hors texte et 83 figures; 22 francs; Delagrave, Paris, 1921.

1. — Le premier fascicule concerne les calculs d'établissement d'avant-projets d'objectifs de lunettes astronomiques à deux lentilles simples et accolées. L'auteur a ramené les équations du problème à une forme particulièrement élégante. Il a pu former effectivement l'équation du cinquième degré de Mossotti qui détermine le choix des verres pour une correction simultanée des deux aberrations de sphéricité dans l'axe et hors de l'axe; ce qui lui a permis de présenter diverses remarques sur les travaux effectués en Allemagne, par M. E. von Hoegh et par M. H. Harting. Il a repris d'autre part l'étude des conditions d'Herschel, d'Airy et de Prazmowsky

De nombreuses indications historiques sur ces types d'objectifs sont données dans ce travail.

2. — Les travaux de *dioptrique* de M. H. Harting sont bien connus en Allemagne. Il a paru utile d'en présenter un exposé et d'en reproduire tous les résultats pratiques susceptibles d'intéresser les constructeurs d'instruments d'optique.

Le plan de cet opuscule est le suivant:

Introduction aux recherches de M. H. Harting. Les tables de Harting. Le mémoire de M. H. Harting sur la théorie de l'objectif astronomique à deux lentilles accolées. Les objectifs de Fraunhofer d'après M. H. Harting.

Calcul d'un aplanat. L'astigmatisme et la courbure d'image dans les objectifs astronomiques. Les objectifs de microscopes de M. H. Harting. L'objectif de longue-vue à prisme. Les objectifs à trois lentilles accolées de M. H. Harting. Les objectifs à trois lentilles accolées, l'équation générale de Mossotti. Verres de Guinand et verres d'Iéna.

L'opuscule se termine par la traduction de deux notes de M. W. Zschokke et M. von Rohr sur le verre d'optique.

3. — Le premier tome du *Traité d'optique industrielle* de M. Turrière est essentiellement un ouvrage de documentation, établi en vue de recherches sur la construction des instruments d'optique. Plus de cent pages concernent tout d'abord les verres d'optique; avant toute étude d'optique, il est, en effet, indispensable de connaître les matières dont on dispose.

Un premier chapitre contient des généralités sur les verres d'optique, les lois de dispersion des verres et quelques indications bibliographiques sur l'influence de la température et de la pression.

Le chapitre II est consacré à l'étude des essais des verriers antérieurement à Fraunhofer et aux verres de Fraunhofer.

Le chapitre III contient l'historique des verres de Guinand. C'est à P.-L. Guinand, né en 1748 aux Brenets, canton de Neuchâtel (Suisse), que revient, en effet, l'honneur d'avoir porté au plus haut degré de perfection la fabrication des verres destinés aux instruments d'optique. Ce même chapitre se poursuit par l'historique de la célèbre verrerie Feil, qui est devenue actuellement l'établissement Parra-Mantois. Le catalogue ce cette dernière verrerie est reproduit in-extenso.

Dans le chapitre IV, l'auteur s'est efforcé de mettre au point l'étude des essais effectués en Angleterre, par Chance principalement. Il a rendu compte des travaux tout récemment entrepris par M. M. T. Smith et R. W. Cheshire sur l'emploi des verres de Chance en vue de la construction d'objectifs de longues-vues.

Dans le chapitre V, on trouvera une étude des travaux effectués à Iéna, à la suite de E. Abbe et de Schott. L'auteur a donné toutes les caractéristiques des verres d'Iéna, d'après le catalogue de Schott. Quelques indications sur la verrerie de Sendling terminent ce chapitre .

Un court chapitre VI sur les objectifs à liquides termine cette étude, inédite et entièrement nouvelle, de ces diverses questions relatives aux verres d'optique.

Au VIIme chapitre commence l'étude des objectifs photographiques les plus anciens et les plus simples: les objectifs photographiques avec diaphragme antérieur; puis viennent successivement les objectifs de Petzval (chapitre VIII), les objectifs de Steinheil (IX), les objectifs symétriques et pseudo-symétriques (X), les objectifs de Goerz (XI); un chapitre XII particulièrement étendu, en raison de l'importance du sujet, est consacré aux objectifs de Taylor et des formes qui en dérivent: les triplets de Voigtlaender, les triplets de Zeiss, le tessar de Zeiss. Le chapitre XIII complète l'étude des objectifs de Zeiss, par une étude des travaux de P. Rudolph.

Au chapitre XIV, on trouvera des données et des indications bibliographiques sur les téléobjectifs, depuis les lunettes polyaldes jusqu'aux instruments modernes.

En appendice, est reproduit le mémoire sur *le calcul des objectifs astronomiques de Fraunhofer* dont il est rendu compte plus haut.