

# SUR LES FORMULES DE LORENTZ

Autor(en): **Niewenglowski, B.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **22 (1921-1922)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-515737>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

et, à cause de (43):

$$D = \prod_{i=1}^{i=n-1} \left( \frac{1}{q_{i-1,i}} \right); \quad (44)$$

or, toutes les quantités  $\left( \frac{1}{q_{k,k+1}} \right)$  sont positives, jusqu'à la valeur  $k = n - 2$ ; seul, le signe de la dernière de ces quantités,  $\left( \frac{1}{q_{n-1,n}} \right)$ , est encore inconnu; la formule (44) le détermine, puisque le signe de  $D$  est déterminé. On définit ainsi complètement la *direction* positive sur le dernier axe  $g_n$  du  $n$ -èdre rectangle qui accompagne  $(1_{p_1})$ .

*Remarque.* — Il est évident qu'on pourrait étudier la courbe  $\mathcal{C}$  au moyen des représentations sphériques des  $n$  arêtes du  $n$ -èdre attaché au point  $P_1$ , soit pour le cas général de  $(1_{p_1})$ , soit pour le cas fondamental de  $(1_{g_1})$ . Cela reviendra encore à porter, sur chaque axe du  $n$ -èdre rectangle mobile autour de l'origine, un vecteur-unité  $(1_i)$ . (Nos 5, 7, 8.)

---

## SUR LES FORMULES DE LORENTZ

PAR

B. NIEWENGLOWSKI (Paris).

---

Je me propose d'établir les hypothèses nécessaires et suffisantes pour conduire aux formules de la relativité restreinte.

Je conserve les notations de M. E. Picard dans sa très intéressante Notice de l'Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1922. La droite  $X'\Omega X$  glisse sur la droite  $x'Ox$  avec une vitesse constante  $v$ ; ces deux droites sont de même sens. Un observateur est lié à chacune de ces droites; il y a pour chacun d'eux un temps local:  $t$  pour l'observateur fixe,  $T$  pour le second. On suppose  $t = T = 0$  quand  $\Omega$  coïncide avec  $O$ . Un même point

M pris sur l'axe des  $x$  a une abscisse que le premier observateur évalue en nombre  $x$ ; le même point considéré comme appartenant à l'axe  $X'\Omega X$  a pour abscisse  $X$ , d'après le second observateur, et cela à l'époque  $t$  pour le premier  $T$  pour le second. Nous admettrons qu'une même longueur étant mesurée par un observateur mobile verra sa mesure multipliée par un coefficient  $\alpha$  par l'observateur fixe. Cela posé, on a

$$\overline{O\Omega} + \overline{\Omega M} = \overline{OM} .$$

Pour le premier observateur :  $\overline{O\Omega} = vt$ ,  $\overline{\Omega M} = \alpha X$ ,  $\overline{OM} = x$  donc

$$vt + \alpha X = x . \quad (1)$$

Remarquons maintenant qu'on peut laisser le second observateur fixe, à condition que la droite  $x'Ox$  glisse sur  $X'\Omega X$  avec la vitesse  $-\nu$ ; dans ces conditions le second observateur écrira :

$$\nu T + X = \alpha x . \quad (2)$$

Acceptant la collaboration des deux observateurs, nous regarderons les équations (1) et (2) comme simultanées; en résolvant le système de ces équations on trouve

$$X = \frac{x - vt}{\alpha} \quad T = \frac{vt + (\alpha^2 - 1)x}{\nu\alpha} \quad (3)$$

ou, si l'on préfère :

$$x = \frac{X + \nu T}{\alpha} \quad t = \frac{T + (1 - \alpha^2)X}{\nu\alpha} \quad (3')$$

Pour déterminer le coefficient  $\alpha$ , nous admettrons qu'il existe un phénomène physique se traduisant par l'égalité des vitesses du point  $M$  mesurées par les deux observateurs, ce qui revient à supposer qu'il existe un nombre  $c$  tel que l'on ait :

$$cdt = dx , \quad cdT = dX . \quad (4)$$

En différentiant les équations (1) et (2) et tenant compte des relations (4) on obtient

$$\begin{aligned} (c - \nu) dt &= \alpha dT \\ (c + \nu) dT &= \alpha dt \end{aligned}$$

d'où

$$c^2 - v^2 = c^2 \alpha^2$$

et par suite

$$\alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Nous aurons donc, enfin :

$$X = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad T = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (5)$$

ou

$$x = \frac{X + vT}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad t = \frac{T + \frac{vX}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5')$$

Si l'on suppose que  $c$  soit la vitesse de la lumière on aura les formules de Lorentz.

*Remarques.* — 1° Si l'on adopte les formules (5) ou (5') on doit accepter les équations (1) et (2) qui leur sont équivalentes pour  $\alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ .

2° Pour que les formules (5) ou (5') soient *acceptables* il faut supposer  $v < c$ . On ne peut rien conclure de plus, de ce qui précède. Pour établir qu'aucune vitesse ne peut surpasser celle de la lumière, il faut invoquer d'autres raisons.

3° Des équations (5) ou (5') on tire :

$$c^2 t^2 - x^2 = c^2 T^2 - X^2$$

et aussi,

$$dX = \frac{dx - v dt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad dT = \frac{dt - \frac{v}{c^2} dx}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

d'où

$$c^2 dT^2 - dX^2 = c^2 dt^2 - dx^2.$$

On en conclut que pour une translation constante de direction quelconque on aura l'invariance définie par

$$c^2 dT^2 - dX^2 - dY^2 - dZ^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2.$$