Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 23 (1923)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA PÉDAGOGIE DES THÉORIES D'EINSTEIN
Autor: Buhl, A.
Kapitel: III. — Champ électromagnétique général.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-19743

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

du mot, que quand les fonctions Γ seront convenablement déterminées mais il n'en est pas moins fort remarquable que *la forme* des équations des géodésiques, *la forme* des équations du déplacement parallèle, *la forme* des dérivées en D, sont *des formes* contenues implicitement dans la matrice (5), c'est-à-dire, si l'on veut, dans la notion de tourbillon euclidien ou, ce qui revient au même, dans la formule stokienne (2) issue elle-même de la première identité (1).

III. — Champ électromagnétique général.

Prenons maintenant la seconde formule stokienne, c'est-à-dire (3). Il y a deux circonstances, absolument distinctes, qui rendent nul Δ_2 et, par suite, les deux membres de la formule.

1° On n'impose d'abord aucune condition aux M_{ij} mais $\Delta_2 = 0$ a lieu par choix de la variété V, c'est-à-dire de la fonction F qui satisfait alors à une équation aux dérivées partielles, du premier ordre, linéaire et homogène. Les équations des caractéristiques sont

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x_2} M_{34} + \frac{\partial}{\partial x_3} M_{42} + \frac{\partial}{\partial x_4} M_{23} = -\rho V_{x_1}, \\
&\frac{\partial}{\partial x_3} M_{41} + \frac{\partial}{\partial x_4} M_{13} + \frac{\partial}{\partial x_1} M_{34} = \rho V_{x_2}, \\
&\frac{\partial}{\partial x_4} M_{12} + \frac{\partial}{\partial x_1} M_{24} + \frac{\partial}{\partial x_2} M_{41} = -\rho V_{x_3}, \\
&\frac{\partial}{\partial x_1} M_{23} + \frac{\partial}{\partial x_2} M_{31} + \frac{\partial}{\partial x_3} M_{12} = \rho,
\end{aligned}\right. \tag{14}$$

en posant

$$V_{x_1} = \frac{dx_1}{dx_4}, \qquad V_{x_2} = \frac{dx_2}{dx_4}, \qquad V_{x_3} = \frac{dx_3}{dx_4}$$

et en désignant par ρ un facteur de proportionnalité.

Les équations (14) constituent le *premier groupe des équations de Maxwell-Lorentz généralisées*. Elles correspondent à un E_4 qui contient des V_3 spéciales.

2° On obtient $\Delta_2 = 0$ en annulant, dans Δ_2, les mineurs de la première ligne. Alors on a des M_{ij} spéciaux, que nous appel-

lerons des M^*_{ij}, pour lesquels

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x_2} M^*_{34} + \frac{\partial}{\partial x_3} M^*_{42} + \frac{\partial}{\partial x_4} M^*_{23} = 0 \,, \\
&\frac{\partial}{\partial x_3} M^*_{41} + \frac{\partial}{\partial x_4} M^*_{13} + \frac{\partial}{\partial x_1} M^*_{34} = 0 \,, \\
&\frac{\partial}{\partial x_4} M^*_{12} + \frac{\partial}{\partial x_1} M^*_{24} + \frac{\partial}{\partial x_2} M^*_{41} = 0 \,, \\
&\frac{\partial}{\partial x_1} M^*_{23} + \frac{\partial}{\partial x_2} M^*_{31} + \frac{\partial}{\partial x_3} M^*_{12} = 0 \,.
\end{aligned}\right. \tag{15}$$

Ces M^*_{ij} existent évidemment; ils sont de la forme

$$M^*_{ij} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \Phi_j}{\partial x_i} \,,$$

les Φ_i étant dits *potentiels électromagnétiques.*

Les équations (15) constituent *le second groupe des équations de Maxwell-Lorentz généralisées.* Elles expriment que $M^*_{ij}\,dx_i\,dx_j$ est une différentielle *exacte* dans E_4.

IV. — Champ de Maxwell-Lorentz.

Imaginons que l'on réduise la généralité précédente en posant

$$\begin{aligned}
&M_{12} = \mathbf{d}_z \,, && M_{14} = -\,c\,\mathbf{h}_x \,; && M^*_{12} = \mathbf{h}_z \,, && M^*_{14} = c\,\mathbf{d}_x \,, \\
&M_{23} = \mathbf{d}_x \,, && M_{24} = -\,c\,\mathbf{h}_y \,; && M^*_{23} = \mathbf{h}_x \,, && M^*_{24} = c\,\mathbf{d}_y \,, \\
&M_{31} = \mathbf{d}_y \,, && M_{34} = -\,c\,\mathbf{h}_z \,; && M^*_{31} = \mathbf{h}_y \,, && M^*_{34} = c\,\mathbf{d}_z \,.
\end{aligned}$$

Alors, en écrivant x, y, z, t pour x_1, x_2, x_3, x_4, et c étant une constante, les équations (14) deviennent

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial z} = \frac{1}{c}\left(\rho\,\mathbf{V}_x + \frac{\partial \mathbf{d}_x}{\partial t}\right) \,, \\
&\frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial x} = \frac{1}{c}\left(\rho\,\mathbf{V}_y + \frac{\partial \mathbf{d}_y}{\partial t}\right) \,, \\
&\frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial y} = \frac{1}{c}\left(\rho\,\mathbf{V}_z + \frac{\partial \mathbf{d}_z}{\partial t}\right) \,, \\
&\frac{\partial \mathbf{d}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{d}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{d}_z}{\partial z} = \rho \,.
\end{aligned}\right. \tag{16}$$