Georges Bouligand. — Leçons de géométrie vectorielle préliminaires à l'étude de la Théorie d'Einstein. — Préface de M. Edouard Coursat. — Un vol. de VIII-356 pages: 25 fr. ; Vuibert, Paris, 1924.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **23 (1923)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

BIBLIOGRAPHIE

Georges BOULIGAND. — **Leçons de géométrie vectorielle préliminaires à l'étude de la Théorie d'Einstein.** — Préface de M. Edouard GOURSAT. — Un vol. de VIII-356 pages; 25 fr.; Vuibert, Paris, 1924.

L'ouvrage que voici est d'un caractère éminemment original et synthétique; on peut passer sur les généralités du calcul vectoriel et faire un tableau des plus intéressants rien qu'avec les points où l'auteur a marqué, et combien nettement, son esprit personnel. Ainsi, dans la première partie, relative aux opérations vectorielles en géométrie linéaire, il faut noter l'introduction et la définition des déterminants d'ordre n par les propriétés de l'étendue définissable à l'aide de n vecteurs. C'est absolument dans la nature des choses et explique déjà partiellement pourquoi les méthodes einsteiniennes sont en rapport si étroit avec les déterminants: ceux-ci sont adéquats à une géométrie linéaire générale.

La Deuxième partie du livre a trait aux opérations vectorielles métriques; celles-ci reconstruisent la trigonométrie plane et sphérique, introduisent les formes bilinéaires et quadratiques, opposent deux multiplications, l'une scalaire, l'autre vectorielle, conduisent enfin aux réductions canoniques de la théorie des vecteurs glissants.

Mais c'est surtout dans la Troisième partie, traitant des opérations vectorielles infinitésimales, que nous allons avoir à nous arrêter et à méditer. La notion générale de dérivation géométrique conduit à l'extension vectorielle de la formule de Taylor; le cas où le paramètre variable est un arc de courbe gauche mène à la théorie complète de ces courbes (courbure, torsion, formules de Frenet, représentations sphériques, développées et développantes). Puis voici, dans le même ordre d'idées, les propriétés métriques des surfaces. Après le ds^2, on peut aborder les surfaces à ds^2 donné, c'est-à-dire les surfaces applicables, mais ici il faut insister particulièrement. Avec le premier ds^2, une surface n'est pas complètement connue; des dérivées géométriques secondes restent indéterminées en un point quelconque de la surface et c'est avec celles-ci que M. Bouligand forme une seconde forme quadratique (forme métrique externe) qui, supposée donnée, achève la détermination intrinsèque, pourvu que soient remplies trois conditions d'intégrabilité. Ceci doit évidemment être équivalent à la théorie des formes quadratiques fondamentales auxquelles sont associées les conditions bien connues de Gauss, Codazzi, Weingarten... mais l'auteur du présent livre a trouvé le moyen, sur ces points, d'être d'une brièveté des plus remarquables, toujours avec des formules courtes et facilement maniables.

La recherche d'une formule vectorielle qui serait l'image fidèle de la formule de Taylor montre assez les difficultés qui naissent de l'abus de symbolisme et qui limitent l'efficacité du Calcul vectoriel. On aperçoit ainsi la raison d'être du Calcul tensoriel. Enfin, les paramètres différentiels de la théorie des surfaces commencent à apparaître derrière des produits vectoriels d'une grande simplicité.

Voici maintenant les opérateurs à constitution différentielle qui — on sait que ce n'est pas un paradoxe — naissent volontiers sous des intégrales multiples: divergence, rotationnel, ∇ d'Hamilton et ∇^2 laplacien. Belle occasion de développer quelques généralités sur le potentiel newtonien.

Aux formules intégrales s'adjoint tout naturellement la notion de fonction de ligne, avoisinant celle de variation, développée, en particulier, par celle de géodésique. Ceci nous ramène à la courbure totale et à la courbure géodésique si esthétiquement liées en la formule d'Ossian Bonnet. Ce sont ces études de courbure qui nous conduisent jusqu'aux conceptions géométriques les plus récentes, celles relatives à l'étude d'une surface sur elle-même, sans considération de l'espace extérieur. Certes c'était le point de vue de Riemann avec le transport d'étalons flexibles, mais incontractiles et inextensibles; il est maintenant dépassé par l'étalonnage variable de H. Weyl. La partie principale du volume se termine alors par des comparaisons entre propriétés intrinsèques d'une surface et propriétés de l'espace ambiant mais c'est toujours la géométrie géodésique qui apparaît comme la plus naturelle et la plus féconde.

Trois Notes achèvent le volume. La première expose les principes du Calcul tensoriel avec un redressement des notations utilisées jusqu'ici; la contrevariance est indiquée par l'indice inférieur, comme dans x_i, et c'est alors la covariance qui s'accommode des indices supérieurs.

La seconde Note traite des multiplicités de Riemann à plus de deux dimensions; ici apparaît, dans toute la généralité, le déplacement parallèle de M. Levi-Cività avec lequel on arrive facilement aux tenseurs de courbure.

Les Principes de la Géométrie forment l'objet de la troisième Note. On y voit, avec Cayley, Hilbert, Poincaré, le caractère arbitraire des postulats, sans préjudice de l'impeccable enchaînement logique de leurs conséquences.

Je n'ai point d'éloges à faire après ceux dont M. E. Goursat a émaillé une belle et substantielle préface; l'étude du livre fera d'ailleurs comprendre à quel point ces éloges sont mérités.

A. Buhl (Toulouse).

N. B. — M. G. Bouligand prie *L'Enseignement mathématique* de signaler une erreur dont la rectification n'a pu être faite dans les premiers exemplaires mis en circulation.

Il s'agit des ombilics, n° 138, p. 147. Par un ombilic, il passe une infinité de *directions principales* mais non forcément de lignes de courbure. C'est ce qu'on aperçoit immédiatement dans le cas des quadriques. Voir, sur ce point, le tome III du *Traité d'Analyse* de M. Emile Picard, p. 231 de la seconde édition.

C. Burali-Forti et T. Boggio. — **Espaces courbes. Critique de la Relativité.** — Un vol. gr. in-8° de XXIV-256 pages; 50 lires; STEN, Editrice, (Società Tipografico-Editrice Nazionale). Turin, 1924.

Cet ouvrage émanant de deux savants bien connus est à coup sûr assez inattendu. Généralement les critiques contre les théories relativistes venaient de gens incapables de s'assimiler les mathématiques nécessaires à leur compréhension. Ici il semble que nous assistions à un fait contraire; le point de vue einsteinien est mathématiquement dépassé.